

## BÀI TẬP VỀ TAM GIÁC CÂN

**Bài 1:** Cho tam giác ABC cân có  $AB = AC = 5\text{cm}$ ,  $BC = 8\text{cm}$ . Kẻ AH vuông góc với BC ( H thuộc BC).

- a) Chứng minh  $HB = HC$
- b) Tính độ dài AH.
- c) Kẻ HD vuông góc với AB ( D thuộc AB), kẻ HE vuông góc với AC ( E thuộc AC). Chứng minh tam giác HDE cân.
- d) So sánh HD và HC.

**Bài 2:** Cho tam giác ABC cân tại A có đường cao AH.

- a) Chứng minh tam giác ABH = tam giác ACH và AH là tia phân giác của góc BAC.
- b) Cho  $BH = 8\text{cm}$ ,  $AB = 10\text{cm}$ . Tính AH.
- c) Gọi E là trung điểm của AC và G là giao điểm của BE và AH. Tính HG.
- d) Vẽ tia Hx song song với AC, Hx cắt AB tại F. Chứng minh C, G, F thẳng hàng.

**Bài 3.** Cho tam giác ABC có  $CA = CB = 10\text{cm}$ ,  $AB = 12\text{cm}$ ; kẻ CI vuông góc với AB. Kẻ IH vuông góc với AC, IK vuông góc với BC.

- a) Chứng minh  $IB = IC$  và tính độ dài CI
- b) Chứng minh  $IH = IK$ .
- c)  $HK // AC$ .

**Bài 4:** Cho tam giác ABC cân tại A, vẽ AH vuông góc với BC tại H. Biết  $AB = 10\text{cm}$ ,  $BH = 6\text{cm}$ .

- a) Tính AH
- b)  $\triangle ABH = \triangle ACH$ .
- c) Trên BA lấy D, CA lấy E sao cho  $BD = CE$ . Chứng minh tam giác HDE cân.
- d) AH là trung trực của DE.

**Bài 5:** Cho tam giác ABC cân tại A. Gọi D là trung điểm của BC. Từ D kẻ DE vuông góc với AB, DF vuông góc với AC. Chứng minh rằng:

- a)  $\triangle ABD = \triangle ACD$ .
- b) AD vuông góc với BC.
- c) Cho  $AC = 10\text{cm}$ ,  $BC = 12\text{cm}$ . Tính AD.
- d) Tam giác DEF cân.

**Bài 6:** Cho tam giác ABC cân tại A có góc  $A < 90^\circ$ ; kẻ BH vuông góc với AC, CK vuông góc với AB. Gọi O là giao điểm của BH và CK.

- a) Chứng minh  $\triangle ABH = \triangle ACK$ .
- b) Tam giác OBC cân.
- c)  $\triangle OBK = \triangle OCK$ .
- d) Trên nửa mặt phẳng bờ BC không chứa điểm A lấy I sao cho  $IB = IC$ . Chứng minh 3 điểm A, O, I thẳng hàng.

**Bài 7.** Cho tam giác ABC cân tại A. Kẻ BD vuông góc với AC, CE vuông góc với AB. BD và CE cắt nhau tại H.

- a) Chứng minh  $\triangle ABD = \triangle ACE$ .

- b) Tam giác BHC cân.
- c)  $ED \parallel BC$
- d) AH cắt BC tại K, trên HK lấy M sao cho K là trung điểm của HM. Chứng minh tam giác ACM vuông.

**Bài 8.** Cho tam giác ABC cân tại A. Kẻ BD vuông góc với AC, CE vuông góc với AB. BD và CE cắt nhau tại H. Chứng minh:

- a)  $BD = CE$ .
- b) Tam giác BHC cân.
- c) AH là trung trực của BC
- d) Trên tia BD lấy K sao cho D là trung điểm của BK. So sánh góc ECB và góc DKC.

**Bài 9.** Cho tam giác ABC cân tại A. vẽ trung tuyến AM. từ M kẻ ME vuông góc với AB tại E; kẻ MF vuông góc với AC tại F.

- a) Chứng minh  $\triangle BEM = \triangle CFM$ .
- b) AM là trung trực của EF.
- c) Từ B kẻ đường thẳng vuông góc với AB tại B, từ C kẻ đường thẳng vuông góc với AC tại C, hai đường này cắt nhau tại D. Chứng minh A, M, D thẳng hàng.

**Bài 10.** Cho tam giác ABC cân tại A. Gọi M là trung điểm của AC. Trên tia đối MB lấy D sao cho  $DM = BM$ .

- a) Chứng minh  $\triangle BMC = \triangle DMA$ . Suy ra  $AD \parallel BC$ .
- b) Tam giác ACD cân.
- c) Trên tia đối CA lấy E sao cho  $CA = CE$ . Chứng minh DC đi qua trung điểm I của BE.

**Bài 11.** Cho tam giác ABC cân tại A ( $AB = AC$ ), M là trung điểm của BC. Gọi D là điểm nằm giữa A và M. Chứng minh rằng:

- a) AM là tia phân giác của góc A?
- b)  $\triangle ABD = \triangle ACD$ .
- c)  $\triangle BCD$  là tam giác cân ?

**Bài 12.** Cho tam giác ABC vuông tại A, đường phân giác BD. Kẻ DE vuông góc với BC ( $E \in BC$ ). Gọi F là giao điểm của BA và ED. Chứng minh rằng:

- a)  $\triangle ABD = \triangle EBD$
- b)  $\triangle ABE$  là tam giác cân ?
- c)  $DF = DC$ .

**Bài 13.** Cho tam giác ABC có góc A vuông,  $AB = 8\text{cm}$ ,  $AC = 6\text{cm}$ .

- a) Tính BC
- b) Trên cạnh AC lấy điểm E sao cho  $AE = 2\text{cm}$ ; trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho  $AD = AB$ . Chứng minh  $\triangle BEC = \triangle DEC$ .
- c) Chứng minh DE đi qua trung điểm cạnh BC.

**Bài 14.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại A. Vẽ đường cao AH, trên cạnh BC lấy điểm D sao cho  $BD = BA$

- a) Chứng minh góc BAD = góc ADB
- b) Chứng minh AD là phân giác của góc HAC
- c) Vẽ DK vuông góc AC (K thuộc AC). Chứng minh  $AK = AH$

**Bài 15.** Cho tam giác ABC vuông tại A. Tia phân giác của góc ABC cắt AC tại D. Từ D kẻ DH vuông góc với BC tại H và DH cắt AB tại K.

- Chứng minh:  $AD = HD$
- So sánh độ dài cạnh AD và DC
- Chứng minh tam giác KBC là tam giác cân

**Bài 16.** Cho  $\Delta ABC$  vuông tại A, có  $BC = 10\text{cm}$ ,  $AC = 8\text{cm}$ . Kẻ đường phân giác BI ( $I \in AC$ ), kẻ ID vuông góc với BC ( $D \in BC$ ).

- Tính AB
- Chứng minh  $\Delta AIB = \Delta DIB$
- Chứng minh BI là đường trung trực của AD
- Gọi E là giao điểm của BA và DI. Chứng minh BI vuông góc với EC

**Bài 17.** Cho  $\Delta ABC$  cân tại A ( $A < 90^\circ$ ). Kẻ  $BD \perp AC$  ( $D \in AC$ ),  $CE \perp AB$  ( $E \in AB$ ), BD và CE cắt nhau tại H.

- Chứng minh:  $BD = CE$
- Chứng minh:  $\Delta BHC$  cân
- Chứng minh: AH là đường trung trực của BC
- Trên tia BD lấy điểm K sao cho D là trung điểm của BK. So sánh góc ECB và góc DKC

**Bài 18.** Cho tam giác ABC, trên hai cạnh AB, AC lấy hai điểm D và E sao cho  $BD = CE$ . Gọi M là trung điểm của DE. Trên tia đối của tia MB lấy điểm F sao cho  $MF = MB$ .

- Chứng minh  $\Delta MDB = \Delta MEF$ .
- Chứng minh  $\Delta CEF$  cân.
- Kẻ phân giác AK của góc BAC. Chứng minh  $AK \parallel CF$ .

**Bài 19.** Cho tam giác ABC vuông tại A,  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ . Tia phân giác góc B cắt AC tại E. Từ E vẽ  $EH \perp BC$  ( $H \in BC$ )

- Chứng minh  $\Delta ABE = \Delta HBE$
- Qua H vẽ  $HK \parallel BE$  ( $K \in AC$ ). Chứng minh  $\Delta EHK$  đều.
- HE cắt BA tại M, MC cắt BE tại N. Chứng minh  $NM = NC$

**Bài 21.** Cho tam giác ABC vuông tại A có góc  $C = 30^\circ$ . Tia phân giác góc B cắt BC tại E. Từ E vẽ  $EH \perp BC$  ( $H \in BC$ )

- So sánh các cạnh của tam giác ABC
- Chứng minh  $\Delta ABE = \Delta HBE$
- Chứng minh  $\Delta EAH$  cân
- Từ H kẻ HK song song với BE ( $K \in AC$ ). Chứng minh:  $AE = EK = KC$

**Bài 22.** Cho tam giác ABC vuông tại A, đường phân giác BE. Kẻ EH vuông góc với BC ( $H \in BC$ ). Gọi K là giao điểm của AB và HE Chứng minh rằng:

- $\Delta ABE = \Delta HBE$
- BE là đường trung trực của đoạn thẳng AH
- Tam giác EKC cân.

**Bài 23.** Cho  $\Delta ABC$  cân tại A (góc A nhọn). Tia phân giác góc của A cắt BC tại I.

- Chứng minh  $AI \perp BC$ .
- Gọi  $D$  là trung điểm của  $AC$ ,  $M$  là giao điểm của  $BD$  với  $AI$ . Chứng minh rằng  $M$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ .
- Biết  $AB = AC = 5\text{cm}$ ;  $BC = 6\text{ cm}$ . Tính  $AM$ .

**Bài 24.** Cho  $\Delta ABC$  vuông ở  $C$ , có góc  $A$  bằng  $60^\circ$ . Tia phân giác của góc  $BAC$  cắt  $BC$  ở  $E$ . Kẻ  $EK$  vuông góc với  $AB$  ( $K$  thuộc  $AB$ ).

- Chứng minh  $AC = AK$  và  $AE \perp CK$
- Chứng minh  $KA = KB$ .
- Chứng minh  $EB > AC$ .
- Kẻ  $BD$  vuông góc với tia  $AE$  ( $D$  thuộc tia  $AE$ ). Chứng minh ba đường thẳng  $AC$ ,  $BD$ ,  $KE$  cùng đi qua 1 điểm.

**Bài 25.** Cho  $\Delta ABC$  cân tại  $A$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AC$ . Trên tia đối của tia  $MB$  lấy điểm  $D$  sao cho  $DM = BM$ .

- Chứng minh  $\Delta BMC = \Delta DMA$ . Suy ra  $AD \parallel BC$ .
- Chứng minh  $\Delta ACD$  là tam giác cân.
- Trên tia đối của tia  $CA$  lấy điểm  $E$  sao cho  $CA = CE$ . Chứng minh  $DC$  đi qua trung điểm  $I$  của  $BE$ .

**Bài 26.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB < AC$  và tia phân giác  $AD$ . Trên tia  $AC$  lấy điểm  $E$  sao cho  $AE = AB$ .

- So sánh  $\hat{C}$  và  $\hat{B}$ .
- Chứng minh  $BD = DE$ .
- $AB$  cắt  $ED$  ở  $K$ . Chứng minh  $\Delta DBK = \Delta DEC$ .
- $\Delta AKC$  là tam giác gì ?
- Chứng minh  $AD \perp KC$

**Bài 27.** Cho góc  $xOy = 120^\circ$ . Điểm  $A$  thuộc tia phân giác của góc đó. Kẻ  $AB$  vuông góc với  $Ox$  ( $B \in Ox$ );  $AC$  vuông góc với  $Oy$  ( $C \in Oy$ ). Chứng minh rằng:

- $AB = AC$
- $AO \perp BC$
- Kẻ  $BE$  vuông góc với phần kéo dài của  $Oy$  tại  $E$ . Cho  $OE = 3\text{cm}$ ;  $Oc = 5\text{cm}$ . Tính  $BC$ ?
- Tam giác  $ABC$  là tam giác gì ? Vì sao ?

**Bài 28.** Cho  $\Delta ABC$  cân có  $AB = AC = 5\text{cm}$ ,  $BC = 8\text{cm}$ . Kẻ  $AH$  vuông góc  $BC$  ( $H \in BC$ )

- Chứng minh:  $HB = HC$ .
- Tính độ dài  $AH$ .
- Kẻ  $HD$  vuông góc với  $AB$  ( $D \in AB$ ), kẻ  $HE$  vuông góc với  $AC$  ( $E \in AC$ ).  
Chứng minh  $\Delta HDE$  cân
- So sánh  $HD$  và  $HC$

**Bài 29.** Cho  $\Delta ABC$  cân tại  $A$ , trên cạnh  $BC$  lấy điểm  $D$  và  $E$  sao cho  $BD = CE$  ( $D$  nằm giữa  $B$  và  $E$ )

- Chứng minh:  $\Delta ABD = \Delta ACE$

- b) Kẻ  $DM \perp AB$  ( $M \in AB$ ) và  $EN \perp AC$  ( $N \in AC$ ). Chứng minh:  $AM = AN$
- c) Gọi  $K$  là giao điểm của đường thẳng  $DM$  và đường thẳng  $EN$  và  $\widehat{BAC} = 120^\circ$ . Chứng minh  $\triangle DKE$  đều

**Bài 30.** Cho tam giác  $ABC$  có góc  $A = 90^\circ$ ,  $AB = 8\text{cm}$ ,  $AC = 6\text{cm}$ .

- a) Tính  $BC$ .
- b) Trên cạnh  $AC$  lấy điểm  $E$  sao cho  $AE = 2\text{cm}$ ; trên tia đối của tia  $AB$  lấy điểm  $D$  sao cho  $AD = AB$ . Chứng minh  $\triangle BEC = \triangle DEC$ .
- c) Chứng minh  $DE$  đi qua trung điểm cạnh  $BC$ .

**Bài 31.** Cho tam giác  $ABC$  có góc  $A$  bằng  $90^\circ$ ;  $AC > AB$ . Kẻ  $AH \perp BC$ . Trên  $DC$  lấy điểm  $D$  sao cho  $HD = HB$ . Kẻ  $CE$  vuông góc với  $AD$  kéo dài. Chứng minh rằng:

- a) Tam giác  $BAD$  cân
- b)  $CE$  là phân giác của góc
- c) Gọi giao điểm của  $AH$  và  $CE$  là  $K$ . Chứng minh:  $KD \parallel AB$ .
- d) Tìm điều kiện của tam giác  $ABC$  để tam giác  $AKC$  đều.

**Câu 31.** Cho tam giác  $ABC$  cân ở  $A$  có  $AB = AC = 5\text{ cm}$ ; kẻ  $AH \perp BC$  ( $H \in BC$ )

- a) Chứng minh  $BH = HC$  và  $\widehat{BAH} = \widehat{CAH}$
- b) Tính độ dài  $BH$  biết  $AH = 4\text{ cm}$ .
- c) Kẻ  $HD \perp AB$  ( $D \in AB$ ), kẻ  $EH \perp AC$  ( $E \in AC$ ). Tam giác  $ADE$  là tam giác gì? Vì sao?

**Câu 32.** Cho tam giác cân  $ABC$  có  $AB = AC = 5\text{ cm}$ ,  $BC = 8\text{ cm}$ . Kẻ  $AH$  vuông góc với  $BC$  ( $H \in BC$ )

- a) Chứng minh :  $HB = HC$  và  $\widehat{CAH} = \widehat{BAH}$
- b) Tính độ dài  $AH$  ?

**Bài 33.** Cho tam giác  $ABC$  cân ở  $A$ . Trên cạnh  $AB$  lấy điểm  $D$ , trên cạnh  $AC$  lấy điểm  $E$  sao cho  $AD = AE$ . Gọi  $M$  là giao điểm của  $BE$  và  $CD$ . Chứng minh rằng :

- a)  $BE = CD$
- b)  $\triangle BMD = \triangle CME$
- c)  $AM$  là tia phân giác của góc  $BAC$ .

**Bài 34.** Cho tam giác cân  $ABC$  ( $AB = AC$ ). Trên tia đối của các tia  $BA$  và  $CA$  lấy hai điểm  $D$  và  $E$  sao cho  $BD = CE$

- a) Chứng minh  $DE \parallel BC$ .
- b) Từ  $D$  kẻ  $DM$  vuông góc với  $BC$ , từ  $E$  kẻ  $EN$  vuông góc với  $BC$ . Chứng minh  $DM = EN$
- c) Chứng minh tam giác  $AMN$  là tam giác cân.
- d) Từ  $B$  và  $C$  kẻ các đường vuông góc với  $AM$  và  $AN$  chúng cắt nhau tại  $I$ . Chứng minh  $AI$  là tia phân giác chung của hai góc  $BAC$  và góc  $MAC$ .

**Bài 35.** Cho tam giác cân  $ABC$  có  $\widehat{A} = 45^\circ$ ,  $AB = AC$ . Từ trung điểm  $I$  của cạnh  $AC$  kẻ đường vuông góc với  $AC$  cắt đường thẳng  $BC$  ở  $M$ . Trên tia đối của tia  $AM$  lấy điểm  $N$  sao cho  $AN = BM$ . Chứng minh rằng :

- a)  $\widehat{AMC} = \widehat{ABC}$
- b)  $\triangle ABM = \triangle CAN$

c) Tam giác MNC vuông cân tại C.

**Bài 36.** Cho tam giác ABC vuông ở A có  $\frac{AB}{AC} = \frac{5}{12}$  và  $AC - AB = 14\text{cm}$ . Tính các cạnh của tam giác đó.

**Bài 37.** Cho đoạn thẳng AB và điểm C nằm giữa A và B. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB vẽ hai tam giác đều ACD và BCE. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AE và BD. Chứng minh rằng:

- $AE = BD$ .
- $\triangle CME = \triangle CNB$
- Tam giác MNC là tam giác đều.

**Bài 38.** Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Trên cạnh AB lấy điểm D, trên cạnh AC lấy điểm E sao cho  $AD = AE$ . Các đường thẳng vuông góc kẻ từ A và E với CD cắt BC ở G và H. Đường thẳng EH và đường thẳng AB cắt nhau ở M. Đường thẳng kẻ từ A song song với BC cắt MH ở I. Chứng minh:

- $\triangle ACD = \triangle AME$
- $\triangle AGB = \triangle MIA$
- $BG = GH$

**Bài 39.** Cho tam giác ABC cân ở A. Trên cạnh BC lấy điểm D. Trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho  $BD = CE$ . Từ D kẻ đường vuông góc với BC cắt AB ở M. Từ E kẻ đường vuông góc với BC cắt AC ở N.

- Chứng minh  $MD = NE$
- MN cắt DE ở I. Chứng minh I là trung điểm của DE
- Từ C kẻ đường vuông góc với AC, từ B kẻ đường vuông góc với AN chúng cắt nhau tại O. Chứng tỏ AO là đường trung trực của BC

**Bài 40.** Cho tam giác ABC cân tại A. Trên tia đối tia AC lấy điểm D sao cho  $DA = AC$ . Chứng minh tam giác BCD vuông.

**Bài 41.** Cho tam giác ABC đều, Tia phân giác góc ABC cắt AC ở D, tia phân giác của góc ACB cắt AB ở E. Gọi O là giao điểm của BD và CE. Chứng minh rằng:

- BD vuông góc với AC và CE vuông góc với AB.
- $OA = OB = OC$ .

**Bài 42.** Cho tam giác ABC cân tại A có góc  $A = 80^\circ$ . Gọi D là điểm nằm trong tam giác ABC sao cho góc  $DBC = 10^\circ$ ,  $DCB = 30^\circ$ . Tính số đo góc BAD.

**Bài 43.** Cho tam giác vuông ABC vuông tại A có  $AC = 20\text{cm}$ . Kẻ AH vuông góc với BC tại H. Biết  $BH = 9\text{cm}$ ,  $HC = 16\text{cm}$ . Tính AB và AH.

**Bài 44.** Cho tam giác ABC nhọn, kẻ AH vuông góc với BC tại H. Biết  $AB = 10\text{cm}$ ,  $AH = 8\text{cm}$ ,  $HC = 15\text{cm}$ . Tính chu vi tam giác ABC.

**Bài 45.** Cho tam giác ABC vuông tại A. Kẻ AH vuông góc với BC tại H. Chứng minh rằng:

$$BH^2 + CH^2 + 2AH^2 = BC^2$$

**Bài 46.** Cho tam giác ABC có  $AB = 8\text{cm}$ ,  $AC = 6\text{cm}$ ,  $BC = 10\text{cm}$ . Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho  $AD = 1\text{cm}$ . Tính độ dài đoạn thẳng BD.

**Bài 47.** Cho tam giác ABC vuông tại A. Biết  $3AB = 4AC$  và  $BC = 20\text{cm}$ . Tính độ dài các cạnh AB và AC.

**Bài 48.** Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Qua A kẻ đường thẳng d bất kì. Vẽ BH vuông góc với d tại H, CK vuông góc với d tại K. Chứng minh rằng tổng  $BH^2 + CK^2$  không phụ thuộc vào đường thẳng d.

**Bài 49.** Cho tam giác ABC vuông tại A, Vẽ AH vuông góc với BC tại H. Chứng minh rằng  $AH^2 = BH \cdot CH$

**Bài 50.** Cho tam giác ABC có góc  $A = 30^\circ$ . Dựng bên ngoài tam giác ABC tam giác đều BCD. Chứng minh rằng  $AD^2 = AB^2 + AC^2$

**Bài 51.** Cho tam giác ABC vuông tại A. Trên cạnh BC lấy hai điểm M và N sao cho  $BM = BA$ ,  $CN = CA$ . Tính góc MAN.

**Bài 52.** Cho tam giác ABC vuông tại A ( $AB < AC$ ), phân giác AD. Từ D vẽ một đường thẳng vuông góc với BC cắt AC tại M. Tính góc MBD.

**Bài 53.** Tam giác ABC có góc  $B = 75^\circ$ , góc  $C = 60^\circ$ . kéo dài BC một đoạn thẳng CD sao cho  $CD = \frac{1}{2} BC$ . Tính góc ABD.

**Bài 54.** Cho tam giác ABC,  $AB = AC$ . Tia phân giác của góc B và góc C cắt AC và AB lần lượt ở D và E. Chứng minh rằng:

- Tam giác AED cân tại đỉnh A
- $DE \parallel BC$ .
- $BE = ED = DC$ .

**Bài 55.** Cho tam giác ABC, phân giác AD. Qua D kẻ đường thẳng song song với AB, cắt AC ở E, qua E kẻ đường thẳng song song với BC cắt AB tại K. Chứng minh:

- Tam giác AED cân
- $AE = BK$

**Bài 56.** Cho tam giác ABC có góc  $B = 45^\circ$ , góc  $A = 15^\circ$ . Trên tia đối tia CB lấy điểm D sao cho  $CD = 2BC$ . Kẻ DE vuông góc với AC.

- Chứng minh  $EB = ED$
- Tính góc ADB

**Bài 57.** Cho tam giác ABC, góc  $A = 60^\circ$ . Tia phân giác góc B và góc C cắt các cạnh đối diện tại D và E, BD và CE cắt nhau tại O. Tia phân giác của góc BOC cắt BC tại F. Chứng minh rằng:

- $OD = OE = OF$
- Tam giác DEF đều

**Bài 58.** Cho tam giác đều ABC. Trên cạnh AB lấy điểm D sao cho  $AD = \frac{1}{3} AB$ . Từ D kẻ đường thẳng vuông góc với AB cắt AC tại E. Qua E kẻ đường thẳng vuông góc với AC cắt BC ở F. Chứng minh rằng:

- DF vuông góc với BC.
- Tam giác DEF đều.

**Bài 59.** Cho tam giác ABC có góc  $B = 50^\circ$ . Từ đỉnh A kẻ đường thẳng song song với BC cắt tia phân giác của góc B ở E.

- Chứng minh tam giác AEB cân.
- Tính góc BAE.

**Bài 60.** Cho tam giác cân  $ABC$  ( $AB = AC$ ). Trên cạnh  $AB$  và  $AC$  lấy tương ứng hai điểm  $D$  và  $E$  sao cho  $AD = AE$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Chứng minh rằng:

- $DE // BC$ .
- $\triangle MBD = \triangle MCE$
- $\triangle AMD = \triangle AME$

**Bài 61.** Cho  $\triangle ABC$ . Các tia phân giác của góc  $B$  và góc  $C$  cắt nhau ở  $I$ . Qua  $I$  kẻ đường thẳng song song với  $BC$  cắt  $AB$  ở  $D$ , cắt  $AC$  ở  $E$ . Chứng minh rằng:  $DE = BD + CE$ .

**Bài 62.** Cho tam giác đều  $ABC$ . Trên tia đối các tia  $AB$ ,  $BC$ ,  $CA$  lấy theo thứ tự 3 điểm  $D$ ,  $E$ ,  $F$  sao cho  $AD = BE = CF$ . Chứng minh tam giác  $DEF$  đều.

**Bài 63.** Cho tam giác  $ABC$  vuông cân ở  $A$ . Trên đáy  $BC$  lấy hai điểm  $M$ ,  $N$  sao cho  $BM = CN = AB$ .

- Chứng minh tam giác  $AMN$  cân
- Tính góc  $MAN$

**Bài 64.** Cho  $\triangle ABC$  có góc  $A = 60^\circ$ . Vẽ ra phía ngoài của tam giác hai tam giác đều  $AMB$  và  $ANC$ .

- Chứng minh  $M, A, N$  thẳng hàng
- $BM = CN$

**Bài 65.** Cho tam giác  $ABC$  cân ở  $A$ . Trên tia đối  $AB$  lấy điểm  $D$ , trên tia đối  $AC$  lấy điểm  $E$  sao cho  $AD = AE$ . Chứng minh:

- $DE // BC$
- $BE = CD$
- $\triangle BED = \triangle CDE$

**Bài 66.** Cho tam giác  $ABC$  vuông cân ở  $A$ . Vẽ phía ngoài của tam giác hai tam giác đều  $ABD$  và  $ACE$ .

- Chứng minh  $BE = CD$ .
- Gọi  $I$  là giao điểm của  $BE$  và  $CD$ . Tính góc  $BIC$ .

**Bài 67.** Cho tam giác  $ABC$  vuông cân ở  $A$ , biết  $AB = AC = 4\text{cm}$ .

- Tính  $BC$
- Từ  $A$  kẻ đường thẳng vuông góc với  $BC$ . Chứng minh  $D$  là trung điểm của  $BC$ .
- Từ  $D$  kẻ  $DE$  vuông góc với  $AC$ . Chứng minh tam giác  $AED$  là tam giác vuông cân.
- Tính  $AD$ .

**Bài 68.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  ( $AB > AC$ ).

- Cho  $AB = 8\text{cm}$ ,  $BC = 10\text{cm}$ . Tính  $AC$
- Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ ; trên tia đối  $MA$  lấy  $D$  sao cho  $MD = MA$ . Vẽ  $AH$  vuông góc với  $BC$  tại  $H$ , trên tia đối của  $HA$  lấy  $E$  sao cho  $HE = HA$ . Chứng minh rằng:
  - $CD$  vuông góc với  $AC$ .
  - $\triangle CAE$  cân.
  - $BD = CE$ .
  - $AE$  vuông góc với  $ED$ .

**Bài 69.** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ . Vẽ  $AH$  vuông góc với  $BC$  tại  $H$ . Vẽ  $HD$  vuông góc với  $AB$  tại  $D$ .  $HE$  vuông góc với  $AC$  tại  $E$ . Chứng minh rằng:

- $BH = HC$
- $BD = CE$



**Bài 70.** Cho  $\triangle ABC$ , kẻ  $AH \perp BC$ . Biết  $AB = 5\text{cm}$ ;  $BH = 3\text{cm}$ ;  $BC = 8\text{cm}$ . Tính độ dài các cạnh  $AH$ ,  $HC$ ,  $AC$ ?

**Bài 71.** Cho tam giác nhọn  $ABC$ . Kẻ  $AH \perp BC$  ( $H \in BC$ ). Biết  $AB = 13\text{cm}$ ;  $AH = 12\text{cm}$  và  $HC = 16\text{cm}$ . Tính chu vi tam giác  $ABC$ .

**Bài 72.** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ . Trên tia đối của tia  $BC$  và  $CB$  lấy theo thứ tự hai điểm  $Q$  và  $R$  sao cho  $BQ = CR$ .

- Chứng minh  $AQ = AR$
- Gọi  $H$  là trung điểm của  $BC$ . Chứng minh :  $QAH = RAH$

**Bài 73.** Cho  $\triangle ABC$  có  $AB = AC = 5\text{cm}$ ;  $BC = 8\text{cm}$ . Kẻ  $AH \perp BC$  ( $H \in BC$ ).

- Chứng minh  $HB = HC$  và  $BAH = CAH$
- Tính độ dài  $AH$ .
- Kẻ  $HD \perp AB$  ( $D \in AB$ );  $HE \perp AC$  ( $E \in AC$ ). Chứng minh rằng:  $\triangle HDE$  cân.

**Bài 74.** Cho  $\triangle ABC$ , kẻ  $AH \perp BC$ . Biết  $AB = 5\text{cm}$ ;  $BH = 3\text{cm}$ ;  $BC = 10\text{cm}$

- Biết  $C = 30^\circ$ . Tính  $HAC$  ?
- Tính độ dài các cạnh  $AH$ ,  $HC$ ,  $AC$ .

**Bài 75.** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ . Kẻ  $AI \perp BC$ ,  $I \in BC$ .

- Chứng minh rằng:  $I$  là trung điểm của  $BC$ .
- Lấy điểm  $E$  thuộc  $AB$  và điểm  $F$  thuộc  $AC$  sao cho  $AE = AF$ . Chứng minh rằng:  $\triangle IEF$  là tam giác cân.
- Chứng minh rằng:  $\triangle EBI = \triangle FCI$ .

**Bài 76.** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ , kẻ  $BD$  vuông góc với  $AC$ ,  $CE$  vuông góc với  $AB$ .  $BD$  và  $CE$  cắt nhau tại  $I$ .

- Chứng minh  $\triangle BDC = \triangle CEB$
- So sánh góc  $IBE$  và góc  $ICD$ .
- $AI$  cắt  $BC$  tại  $H$ . Chứng minh  $AI \perp BC$  tại  $H$ .

**Bài 77.** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ , kẻ  $AH \perp BC$  ( $H \in BC$ )

- Chứng minh  $BAH = CAH$
- Cho  $AH = 3\text{cm}$ ,  $BC = 8\text{cm}$ . Tính độ dài  $AC$ .
- Kẻ  $HE \perp AB$ ,  $HD \perp AC$ . Chứng minh  $AE = AD$ .
- Chứng minh  $ED \parallel BC$ .

**Bài 78.** Cho tam giác  $MNP$  cân tại  $N$ . Trên tia đối của tia  $MP$  lấy điểm  $I$ , trên tia đối của tia  $PM$  lấy điểm  $K$  sao cho  $MI = PK$ .

- Chứng minh:  $\triangle NMI = \triangle NPK$
- Vẽ  $NH \perp MP$ , chứng minh  $\triangle NHM = \triangle NHP$  và  $HM = HP$
- Tam giác  $NIK$  là tam giác gì? Vì sao?

**Bài 79.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ , đường phân giác  $BE$ . Kẻ  $EH \perp BC$  ( $H \in BC$ ). Gọi  $K$  là giao điểm của  $AH$  và  $BE$ . Chứng minh rằng:

- $\triangle ABE = \triangle HBE$

b) BE là đường trung trực của AH

**Bài 80.** Cho tam giác ABC cân tại A. Vẽ  $AH \perp BC$

- a) Chứng minh:  $\triangle AHB = \triangle AHC$
- b) Vẽ  $HM \perp AB$ ,  $HN \perp AC$ . Chứng minh  $\triangle AMN$  cân
- c) Chứng minh  $MN \parallel BC$
- d) Chứng minh  $AH^2 + BM^2 = AN^2 + BH^2$

CASESTUDY24H.COM