

PBT HAI TAM GIÁC BẰNG NHAU

Bài 1: Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Trên cùng một nửa mặt phẳng chứa điểm A, vẽ BC vẽ các tia Bx và Cy cùng vuông góc với BC. Lấy M thuộc cạnh BC (M khác A và B); đường thẳng vuông góc với AM tại A cắt Bx, Cy lần lượt tại H và K.

- a) Chứng minh: $BM = CK$
- b) Chứng minh A là trung điểm của HK
- c) Gọi P là giao điểm của AB và MN, Q là giao điểm của AC và MK.
- d) húng minh: PQ song song với BC.

Bài 2: Cho tam giác ABC vuông cân tại A, M là trung điểm BC. Lấy điểm D bất kì thuộc cạnh BC. H và I thứ tự là hình chiếu của B và C xuống đường thẳng AD. Đường thẳng AM cắt CI tại N. Chứng minh rằng:

- a) $BH = AI$
- b) $BH^2 + CI^2$ có giá trị không đổi
- c) Đường thẳng DN vuông góc với AC
- d) IM là phân giác của góc HIC.

Bài 3: Cho tam giác ABC cân tại A. Lấy điểm D trên cạnh BC, trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $CE = BD$. Các đường thẳng vuông góc với BC tại D và E lần lượt cắt các đường thẳng AB và AC theo thứ tự tại M, N. Gọi I là giao điểm của MN với BC.

- a) Chứng minh rằng I là trung điểm của MN.
- b) Chứng minh rằng đường thẳng vuông góc với MN tại I luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 4: Cho tam giác ABC vuông tại A; K là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia KA lấy D, sao cho $KD = KA$.

- a) Chứng minh: $CD \parallel AB$.
- b) Gọi H là trung điểm của AC; BH cắt AD tại M; DH cắt BC tại N. Chứng minh: $\triangle HMN$ cân.
- c) Chứng minh rằng KH là tia phân giác góc AKC

Bài 5: Cho tam giác ABC cân tại A ($B = C = 40^\circ$). Kẻ phân giác BD ($D \in AC$). Trên tia AB lấy điểm M sao cho $AM = BC$.

- a) Chứng minh $BD + AD = BC$
- b) Tính $\angle AMC$

Bài 6: Cho tam giác ABC cân tại A. Trên cạnh AB lấy điểm M, trên tia đối của tia CA lấy điểm N sao cho $AM + AN = 2AB$.

- a) Chứng minh rằng: $BM = CN$.
- b) Chứng minh rằng: BC đi qua trung điểm của đoạn thẳng MN.
- c) Đường trung trực của đoạn thẳng MN và tia phân giác của góc BAC cắt nhau tại K. Chứng minh $KC \perp AN$.

Bài 7: Cho tam giác ABC ($AB \neq AC$). Đường trung trực của đoạn BC tại H cắt tia phân giác Ax của góc A tại K. Kẻ KE, KF theo thứ tự vuông góc với AB và AC

- a) Chứng minh rằng $BE = CF$
- b) Nối EF cắt BC tại M. Chứng minh rằng M là trung điểm của BC

Bài 8: Cho $\angle xAy = 60^\circ$ có tia phân giác Az . Từ điểm B trên Ax kẻ BH vuông góc với Ay tại H , kẻ BK vuông góc với Az và Bt song song với Ay , Bt cắt Az tại C . Từ C kẻ CM vuông góc với Ay tại M . Chứng minh:

- K là trung điểm của AC .
- $\triangle KMC$ là tam giác đều.
- Cho $BK = 2\text{cm}$. Tính các cạnh $\triangle AKM$.

Bài 9: Cho tam giác ABC , trung tuyến AM . Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AM , BI cắt cạnh AC tại D .

- Chứng minh $AC = 3AD$
- Chứng minh $ID = \frac{1}{4}BD$

Bài 10: Cho tam giác ABC có góc B và góc C nhỏ hơn 90° . Vẽ ra phía ngoài tam giác ấy các tam giác vuông cân ABD và ACE (trong đó góc ABD và góc ACE đều bằng 90°), vẽ DI và EK cùng vuông góc với đường thẳng BC . Chứng minh rằng:

- $BI = CK$; $EK = HC$
- $BC = DI + EK$

Bài 11: Cho M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AC của tam giác ABC . Các đường phân giác và phân giác ngoài của tam giác kẻ từ B cắt đường thẳng MN lần lượt tại D và E các tia AD và AE cắt đường thẳng BC theo thứ tự tại P và Q . Chứng minh:

- $BD \perp AP$; $BE \perp AQ$;
- B là trung điểm của PQ

Bài 12: Cho $\triangle ABC$ có $\hat{A} > 90^\circ$. Gọi I là trung điểm của cạnh AC . Trên tia đối của tia IB lấy điểm D sao cho $IB = ID$. Nối C với D .

- Chứng minh $\triangle AIB = \triangle CID$
- Gọi M là trung điểm của BC ; N là trung điểm của CD . Chứng minh rằng I là trung điểm của MN
 - Chứng minh $\angle AIB < \angle BIC$
 - Tìm điều kiện của $\triangle ABC$ để $AC \perp CD$

Bài 13: Cho tam giác cân ABC , $AB = AC$. Trên cạnh BC lấy điểm D . Trên Tia của tia BC lấy điểm E sao cho $BD = BE$. Các đường thẳng vuông góc với BC kẻ từ D và E cắt AB và AC lần lượt ở M và N . Chứng minh:

- $DM = EN$
- Đường thẳng BC cắt MN tại điểm I là trung điểm của MN .
- Đường thẳng vuông góc với MN tại I luôn luôn đi qua một điểm cố định khi D thay đổi trên BC .

Bài 14: Cho tam giác ABC có $B = C = 50^\circ$. Gọi K là điểm trong tam giác sao cho $\angle KBC = 10^\circ$ $\angle KCB = 30^\circ$

- Chứng minh $BA = BK$
- Tính số đo góc $\angle BAK$

Bài 15: Cho tam giác ABC cân tại A có $A = 20^\circ$, vẽ tam giác đều DBC (D nằm trong tam giác ABC). Tia phân giác của góc ABD cắt AC tại M. Chứng minh:

- Tia AD là phân giác của góc BAC
- $AM = BC$

Bài 16: Cho đoạn thẳng AB và O là trung điểm của đoạn thẳng đó. Trên hai nửa mặt phẳng đối nhau qua AB, kẻ hai tia Ax và By song song với nhau. Trên tia Ax lấy hai điểm C và E. Trên tia Ay lấy hai điểm D và F sao cho $AC = BD$ và $AE = BF$. Chứng minh rằng : $ED = CF$.

Bài 17: Cho tam giác ABC vuông cân tại A có trung tuyến AM. E là điểm thuộc cạnh BC. Kẻ BH, CK vuông góc với AE (H, K thuộc AE).

- Chứng minh: $BH = AK$
- Cho biết MHK là tam giác gì? Tại sao?

Bài 18: Cho $\triangle ABC$ (góc $A=90^\circ$). Kẻ $AH \perp BC$, kẻ $HP \perp AB$ và kéo dài để có $PE = PH$. Kẻ $HQ \perp AC$ và kéo dài để có $QF = QH$.

- Chứng minh $\triangle APE = \triangle APH$ và $\triangle AQH = \triangle AQF$
- Chứng minh 3 điểm E, A, F thẳng hàng.

Bài 19: Cho $\triangle ABC$ có góc $A = 90^\circ$, vẽ phân giác BD và CE ($D \in AC$; $E \in AB$) chúng cắt nhau tại O.

- Tính số đo góc BOC
- Trên BC lấy điểm M và N sao cho $BM = BA$; $CN = CA$ chứng minh $EN \parallel DM$
- Gọi I là giao của BD và AN chứng minh $\triangle AIM$ cân.

Bài 20: Cho $\triangle ABC$ vuông cân ở A, M là trung điểm của BC, điểm E nằm giữa M và C. Kẻ BH, CK vuông góc với AE (H và K thuộc đường thẳng AE). Chứng minh rằng:

- $BH = AK$
- $\triangle MBH = \triangle MAK$
- $\triangle MHK$ là tam giác vuông cân

