

**Bài 1. Rút gọn các biểu thức sau:**

$$A = \sqrt{8} - 2\sqrt{18} + 5\sqrt{32} - \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2}$$

$$B = \frac{2}{\sqrt{3}-1} - \frac{1}{\sqrt{3}-2} + \frac{12}{\sqrt{3}+3}$$

Bài 2. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 7$

b) $\sqrt{4x-20} + 3\sqrt{\frac{x-5}{9}} - \frac{1}{3}\sqrt{9x-45} = 6$

Bài 3. Cho hai biểu thức sau:

$$A = \frac{-6}{2\sqrt{x}-6}$$

$$B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{3x-3}{9-x}$$

$$(x \geq 0; x \neq 9)$$

- Tính giá trị của A khi $x = 16$
- Rút gọn $M = B : A$
- Tìm giá trị nhỏ nhất của M

Bài 4. Cho tam giác ABC vuông tại A.

- Biết $B = 60^\circ$; $BC = 6cm$. Tính độ dài của AB, AC ?
- Trên tia đối của tia BA lấy điểm D sao cho $BD = BC$. Chứng minh: $\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CD}$.
- Đường thẳng song song với phân giác của góc CBD kẻ từ A cắt CD tại H.

Chứng minh: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AD^2}$

***** Hết *****

Chúc các em tự tin làm bài thi đạt kết quả cao!



ĐÁP ÁN

Bài 1. Rút gọn các biểu thức sau:

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{8} - 2\sqrt{18} + 5\sqrt{32} - \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} \\ &= \sqrt{4 \cdot 2} - 2\sqrt{9 \cdot 2} + 5\sqrt{16 \cdot 2} - \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} \\ &= 2\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 20\sqrt{2} - \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} \\ &= 16\sqrt{2} - |\sqrt{2}-1| \\ &= 16\sqrt{2} - (\sqrt{2}-1) \quad \text{vi } \sqrt{2} > 1 \\ &= 15\sqrt{2} + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{2}{\sqrt{3}-1} - \frac{1}{\sqrt{3}-2} + \frac{12}{\sqrt{3}+3} \\ &= \frac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} - \frac{1(\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)} + \frac{12 \cdot (\sqrt{3}-3)}{(\sqrt{3}+3)(\sqrt{3}-3)} \\ &= \frac{2(\sqrt{3}+1)}{3-1} - \frac{1(\sqrt{3}+2)}{3-4} + \frac{12 \cdot (\sqrt{3}-3)}{3-9} \\ &= (\sqrt{3}+1) + \sqrt{3} + 2 - 2(\sqrt{3}-3) \\ &= 9 \end{aligned}$$

Bài 2. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 7$

TXD: $x \in R$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2} = 7$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2} = 7$$

$$\Leftrightarrow |x-3| = 7$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-3=7 \\ x-3=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=10 \text{ (tm)} \\ x=-4 \text{ (tm)} \end{cases}$$

b) $\sqrt{4x-20} + 3\sqrt{\frac{x-5}{9}} - \frac{1}{3}\sqrt{9x-45} = 6$

TXD: $x \geq 5$

$$\Leftrightarrow \sqrt{4(x-5)} + 3\frac{\sqrt{x-5}}{\sqrt{9}} - \frac{1}{3}\sqrt{9(x-5)} = 6$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x-5} + \sqrt{x-5} - \sqrt{x-5} = 6$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x-5} = 6$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x-5} = 3$$

$$\Leftrightarrow x-5 = 9$$

$$\Leftrightarrow x = 14 \text{ (tm)}$$

Bài 3. Cho hai biểu thức sau:

$$A = \frac{-6}{2\sqrt{x}-6}$$

$$B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{3x-3}{9-x}$$

$$(x \geq 0; x \neq 9)$$

a) Tính giá trị của A khi x = 16

$$A = \frac{-6}{2\sqrt{16}-6} = \frac{-6}{2 \cdot 4 - 6} = -3$$

b) Rút gọn M = B : A

$$M = B : A = \left(\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{3x-3}{9-x} \right) : \frac{-6}{2\sqrt{x}-6}$$

$$(x \geq 0; x \neq 9)$$

$$M = \left(\frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} + \frac{3-3x}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} \right) : \frac{-6}{2\sqrt{x}-6}$$

$$= \left(\frac{2x-6\sqrt{x}+x+3\sqrt{x}+3-3x}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} \right) : \frac{-6}{2\sqrt{x}-6}$$

$$= \frac{-3\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{-3}$$

$$= \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}$$

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của M

$$M = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3} = \frac{\sqrt{x}+3-4}{\sqrt{x}+3} = 1 - \frac{4}{\sqrt{x}+3}$$

$$x \in TXD$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x}+3 \geq 3$$

$$\Rightarrow \frac{4}{\sqrt{x}+3} \leq \frac{4}{3} \quad \forall x \in TXD$$

$$\Rightarrow -\frac{4}{\sqrt{x}+3} \geq -\frac{4}{3} \quad \forall x \in TXD$$

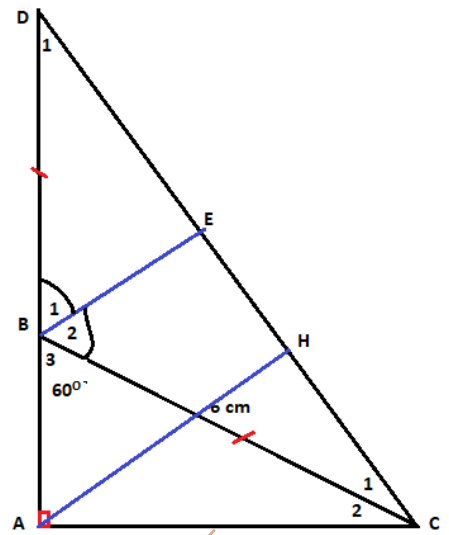
$$\Rightarrow 1 - \frac{4}{\sqrt{x}+3} \geq 1 - \frac{4}{3} \quad \forall x \in TXD$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{4}{\sqrt{x}+3} \geq \frac{-1}{3} \quad \forall x \in TXD$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi: x = 0 (tmdk).

Vậy giá trị nhỏ nhất của M là -1/3 tại x = 0.

Bài 4. Cho tam giác ABC vuông tại A.



a) Biết $B = 60^\circ$; $BC = 6\text{cm}$. Tính độ dài của AB , AC ?

Theo tỉ số lượng giác trong tam giác vuông ABC , ta có:

$$*\sin B = \frac{AC}{BC}$$

$$\Rightarrow AC = BC \cdot \sin B = 6 \cdot \sin 60^\circ = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}\text{ cm}$$

$$*\cos B = \frac{AB}{BC}$$

$$\Rightarrow AB = BC \cdot \cos B = 6 \cdot \cos 60^\circ = 6 \cdot \frac{1}{2} = 3\text{ cm}$$

b) Trên tia đối của tia BA lấy điểm D sao cho $BD = BC$.

Chứng minh: $\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CD}$.

Vì $BD = BC$ nên $BD = 6\text{ cm}$.

Vì điểm D thuộc tia đối của tia BA nên $AD = AB + BD$

$$\Rightarrow AD = 3 + 6 = 9\text{ cm}$$

Xét tam giác ACD , có góc $A = 90^\circ$. Theo định lý Py-ta-go thuận ta có:

$$CD^2 = AD^2 + AC^2 = 9^2 + (3\sqrt{3})^2 = 108$$

$$\Rightarrow CD = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}\text{ cm}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{BD} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{AC}{CD} = \frac{3\sqrt{3}}{6\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CD} \text{ (dpcm)}$$

c) Đường thẳng song song với phân giác của góc CBD kẻ từ A cắt CD tại H .

Chứng minh: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AD^2}$

Gọi điểm E là giao điểm giữa phân giác của góc CBD và cạnh CD .

Xét $\triangle ABC$, ta có:

$$B_3 + C_2 = 90^\circ, B_3 = 60^\circ$$

$$\Rightarrow C_2 = 30^\circ$$

Vì góc CBD là góc ngoài của tam giác ABC nên: $CBD = A + C_2 = 120^\circ$.

Vì tia BE là tia phân giác của góc CBD nên: $B_1 = B_2 = \frac{1}{2} CBD = 60^\circ$

Xét tam giác BCD , có: $BD = BC$ (gt) \rightarrow tam giác BCD cân tại B .

$$\Rightarrow D_1 = C_1 \quad (1) \quad \text{mà}$$

$$D_1 + C_1 + CBD = 180^\circ$$

$$\Rightarrow D_1 + C_1 = 60^\circ \quad (2)$$

Từ (1)(2): $\rightarrow D_1 = C_1 = 30^\circ$

Xét tam giác BED , ta có: $B_1 + D_1 = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$

$\Rightarrow E = 90^\circ$ (theo định lý tổng ba góc trong tam giác).

$\Rightarrow BE \perp CD$ tại E .

Mà AH/BE nên $AH \perp CD$.

Xét tam giác ACD , có: $A = 90^\circ$ và $AH \perp CD$ nên theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AD^2} \quad (\text{dpcm}).$$