

PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

A – LÝ THUYẾT

1. PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU TÂM $I(a; b; c)$, BÁN KÍNH R

Cho điểm I cố định và một số thực dương R . Tập hợp tất cả những điểm A trong không gian cách I một khoảng R được gọi là mặt cầu tâm I , bán kính R .

Kí hiệu: $S(I; R) \Rightarrow S(I; R) = \{A / IA = R\}$

Dạng 1 : Phương trình chính tắc

Mặt cầu (S) có tâm $I(a; b; c)$, bán kính $R > 0$.

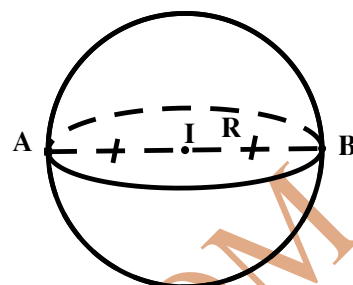
$$(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2 \quad (1)$$

Dạng 2 : Phương trình tổng quát

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0 \quad (2)$$

$\Rightarrow$ Điều kiện để phương trình (2) là phương trình mặt cầu: $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$

- (S) có tâm $I(a; b; c)$.
- (S) có bán kính: $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.



2. QUAN HỆ GIỮA MẶT PHẪNG VÀ MẶT CẦU

a) Vị trí tương đối của mặt phẳng và mặt cầu

Cho mặt cầu $S: (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ và mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$.

$$\text{Tính: } d = d(I; \alpha) = \frac{|Aa + Bb + Cc + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

Cho mặt cầu $S(I; R)$ và mặt phẳng (P) . Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên (P)

$\Rightarrow d = IH$ là khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) . Khi đó:

+ Nếu $d > R$: Mặt cầu và mặt phẳng không có điểm chung.	+ Nếu $d = R$: Mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu. Lúc đó: (P) là mặt phẳng tiếp diện của mặt cầu và H là tiếp điểm.	+ Nếu $d < R$: Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo thiết diện là đường tròn có tâm I' và bán kính $r = \sqrt{R^2 - IH^2}$

b) Tìm tiếp điểm H (là hình chiếu của tâm I trên mặt phẳng (α))

✓ Viết phương trình đường thẳng (d) qua I và vuông góc mp(α): ta có $\vec{u_d} = \vec{n_\alpha}$.

✓ Tọa độ H là giao điểm của (d) và (α).

c) Tìm bán kính r và tâm H của đường tròn giao tuyến của mặt phẳng

✓ Viết phương trình đường thẳng (d) qua I và vuông góc mp(α): ta có $\vec{u_d} = \vec{n_\alpha}$.

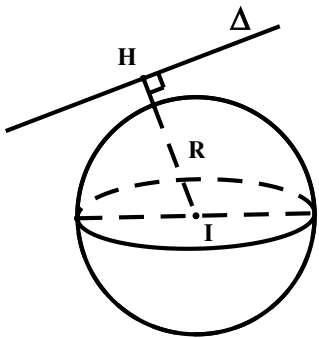
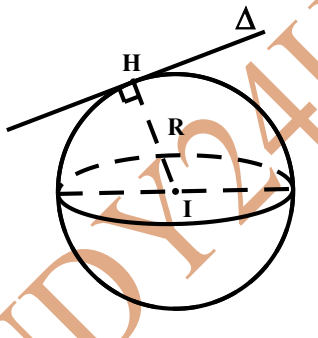
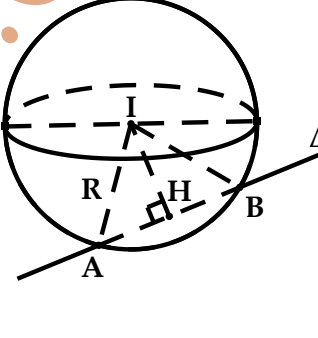
✓ Tọa độ H là giao điểm của (d) và (α).

✓ Bán kính $r = \sqrt{R^2 - d^2}$ với $d = IH = d(I; \alpha)$.

3. QUAN HỆ GIỮA MẶT CẦU VÀ ĐƯỜNG THẲNG

a) Vị trí tương đối giữa mặt cầu và đường thẳng

Cho mặt cầu $S(I; R)$ và đường thẳng Δ . Gọi H là hình chiếu của I lên Δ . Khi đó:

$IH > R$: Δ không cắt mặt cầu.	$IH = R$: Δ tiếp xúc với mặt cầu. Δ là tiếp tuyến của (S) và H là tiếp điểm.	$IH < R$: Δ cắt mặt cầu tại hai điểm phân biệt.
		

Chú ý:

Trong trường hợp Δ cắt (S) tại 2 điểm A, B thì bán kính R của (S) được tính như sau:

- Xác định: $d(I; \Delta) = IH$.

- Lúc đó: $R = \sqrt{IH^2 + AH^2} = \sqrt{IH^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2}$

b) Giao điểm của đường thẳng và mặt cầu

$$d: \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases} \quad (1) \quad \text{và} \quad S: (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2 \quad (2)$$

✓ Thay phương trình tham số (1) vào phương trình mặt cầu (2), giải tìm t.

✓ Thay t vào (1) được tọa độ giao điểm.

4. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1: Biết trước tâm I (a; b; c) và bán kính R:

Phương trình: $S(I; R): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$

Nếu mặt cầu có tâm I và đi qua điểm A thì bán kính $R = IA$

Dạng 2: Mặt cầu đường kính AB

- Tâm I là trung điểm AB.
- Bán kính $R = \frac{1}{2}AB$.
- Phương trình $S(I; R): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$

Dạng 3: Mặt cầu tâm I tiếp xúc mặt phẳng (α):

- Tâm I là trung điểm AB.
- Bán kính $R = d(I; \alpha) = \frac{|Aa + Bb + Cc + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$.
- Phương trình $S(I; R): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$

Dạng 4: Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD

- Giả sử mặt cầu (S) có dạng: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ (2).
- Thế tọa độ của điểm A, B, C, D vào phương trình (2).
- Giải hệ phương trình tìm a, b, c, d.
- Viết phương trình mặt cầu.

Dạng 5: Mặt cầu đi qua A, B, C và tâm $I \in (\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$:

- Giả sử mặt cầu (S) có dạng: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ (2).
- Thế tọa độ của điểm A, B, C vào phương trình (2).
- $I(a; b; c) \in (\alpha) \Rightarrow Aa + Bb + Cc + D = 0$
- Giải hệ phương trình tìm a, b, c, d.
- Viết phương trình mặt cầu.

Dạng 6: Mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu tại A.

Tiếp diện (α) của mặt cầu (S) tại A: (α) qua A, vector pháp tuyến $\vec{n} = \overrightarrow{IA}$.

B – BÀI TẬP**B1. TRẮC NGHIỆM**

Câu 1. Tìm phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(4; -1; 2)$ và bán kính $R = \sqrt{46}$.

- | | |
|--|--|
| A. $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{46}$. | C. $(x-4)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{46}$. |
| B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+4)^2 = 46$. | D. $(x-4)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 46$. |

Câu 2. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình

$x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my - 2mz + 5m^2 + 9 = 0$ là phương trình của mặt cầu.

- | | |
|-----------------|----------------------------|
| A. $-5 < m < 1$ | C. Không tồn tại m |
| B. $m > 1$ | D. $m < -5$ hoặc $m > 1$. |

Câu 3. Viết phương trình mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 25$ tại điểm $A(1;3;3) \in (S)$.

A. $(\alpha): 4y - 3z - 3 = 0$.

C. $(\alpha): 4x - 3z + 5 = 0$.

B. $(\alpha): 4x + 3y - 13 = 0$.

D. $(\alpha): 4y + 3z - 21 = 0$.

Câu 4. Cho hai điểm $A(1; 0; -3)$ và $B(3; 2; 1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là:

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - y + z - 6 = 0$

C. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z = 0$

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 2z = 0$

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 2z + 6 = 0$

Câu 5. Mặt cầu có tâm $I(1; 2; 3)$ và tiếp xúc với mp(Oxz) là:

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 10 = 0$

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z + 10 = 0$

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 6z - 10 = 0$

D. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 6z - 10 = 0$

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2mx - 2y + 4mz - 2 = 0$.

Tìm giá trị của tham số m để mặt cầu (S) đi qua điểm $A(1; -2; -1)$.

A. $m = 4$.

C. $m = -1$.

B. $m = -4/3$.

D. $m = 0$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Tính thể tích của khối cầu xác định bởi mặt cầu (S) .

A. $4\pi/3$

C. π .

B. 4π .

D. 2π .

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu tâm $I(1; 2; -3)$ và tiếp xúc với trục Ox?

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 13$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 1$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 10$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 5$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Tính diện tích của mặt cầu (S) .

A. 36π .

C. 9π .

B. 18π .

D. 12π .

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu tâm

$I(0; -3; 3)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-2}{4}$ tại $A(1; -2; 2)$?

A. $x^2 + (y+3)^2 + (z-3)^2 = 3$.

C. $x^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = 1$.

B. $x^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = 3$.

D. $x^2 + (y+3)^2 + (z-3)^2 = 1$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 2 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình của mặt cầu (S) .

A. (S): $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 8$.

C. (S): $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 8$.

B. (S): $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 10$.

D. (S): $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 10$.

Câu 11. Viết phương trình mặt cầu có tâm thuộc trục Ox và đi qua hai điểm $A(0;2;-2)$ và $B(3;2;1)$

A. (S): $(x-2)^2 + y^2 + z^2 = 12$.

C. (S): $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 9$.

B. (S): $(x-2)^2 + y^2 + z^2 = 2\sqrt{3}$.

D. (S): $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 3$.

Câu 12. Cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 4 = 0$ và 4 điểm $M(1;2;0)$, $N(0;1;0)$, $P(1;1;1)$, $Q(1;-1;2)$. Trong bốn điểm đó, có bao nhiêu điểm không nằm trên mặt cầu (S) ?

A. 2 điểm.

C. 1 điểm.

B. 4 điểm.

D. 3 điểm.

Câu 13. Mặt cầu (S) tâm $I(-1;2;-3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P): $x+2y+2z+1=0$ có phương trình:

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = \frac{4}{9}$.

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = \frac{4}{3}$.

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = \frac{4}{9}$.

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = \frac{16}{3}$.

Câu 14. Phương trình mặt cầu nào dưới đây có tâm $I(2;1;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P): $x+2y+2z+2=0$?

A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 16$.

B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$.

D. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 9$.

Câu 15. Mặt cầu (S) tâm $I(3;-3;1)$ và đi qua $A(5;-2;1)$ có phương trình:

A. $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 5$.

B. $(x-5)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 5$.

C. $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{5}$.

D. $(x-5)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{5}$.

Câu 16. Phương trình mặt cầu có đường kính AB với $A(1;3;2)$, $B(3;5;0)$ là:

A. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 3$.

B. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 2$.

C. $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z+1)^2 = 2$.

D. $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z+1)^2 = 3$.

Câu 17. Cho $I(1;2;4)$ và mặt phẳng (P): $2x+2y+z-1=0$. Mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P), có phương trình là:

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 4$.

B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+4)^2 = 1$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 4$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 3$.

Câu 18. Cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-1}$ và điểm $A(5;4;-2)$. Phương trình mặt cầu đi qua điểm A và có tâm là giao điểm của d với mặt phẳng (Oxy) là:

A. $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 64.$

B. $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9.$

C. $(S): (x+1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 65.$

D. $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 65.$

Câu 19. Cho ba điểm $A(6;-2;3)$, $B(0;1;6)$, $C(2;0;-1)$, $D(4;1;0)$. Khi đó mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD có phương trình là:

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z - 3 = 0.$

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z - 3 = 0.$

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + y - 3z - 3 = 0.$

D. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - y + 3z - 3 = 0.$

Câu 20. Cho ba điểm $A(2;0;1)$, $B(1;0;0)$, $C(1;1;1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 2 = 0$. Phương trình mặt cầu đi qua ba điểm A, B, C và có tâm thuộc mặt phẳng (P) là:

A. $x^2 + y^2 + z^2 - x + 2z + 1 = 0.$

B. $x^2 + y^2 + z^2 - x - 2y + 1 = 0.$

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 1 = 0.$

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z + 1 = 0.$

Câu 21. Phương trình mặt cầu tâm $I(1;-2;3)$ và tiếp xúc với trục Oy là:

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9.$

B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16.$

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 8.$

D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 10.$

Câu 22. Cho các điểm $A(-2;4;1)$, $B(2;0;3)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+2t \\ z = -2+t \end{cases}$. Gọi (S) là mặt cầu đi

qua A, B và có tâm thuộc đường thẳng d. Bán kính mặt cầu (S) bằng:

A. $3\sqrt{3}.$

B. $\sqrt{6}.$

C. 3.

D. $2\sqrt{3}.$

Câu 23. Cho điểm $A(1;-2;3)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$. Phương trình mặt cầu tâm A, tiếp xúc với d là:

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{50}.$

B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 5.$

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 50.$

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 50.$

Câu 24. Cho đường thẳng d: $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 2 = 0$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm nằm trên đường thẳng d có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với (P) và đi qua điểm $A(1;-1;1)$ là:

A. $(x+2)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 1.$

B. $(x-4)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1.$

C. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 1.$

D. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1.$

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 8y - 2az + 6a = 0$. Tìm các giá trị của tham số a để mặt cầu (S) có đường kính bằng 12.

A. $a = -2$ hoặc $a = 8$.

C. $a = 2$ hoặc $a = 4$

B. $a = 8$.

D. $a = 2$ hoặc $a = -8$.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, tìm tất cả các giá trị m để phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 + 2mx + 4my - 6mz + 28m = 0$ là phương trình của mặt cầu?

A. $m < 0 \cup m > 2$.

C. $m < -2 \cup m > 0$

B. $0 < m < 2$

D. $m \leq 0 \cup m \geq 2$.

Câu 27. Cho mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có phương trình lần lượt là

(P): $2x + 2y + z - m^2 + 4m - 5 = 0$; (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z - 6 = 0$. Giá trị của m để (P) tiếp xúc (S) là:

A. $m = -1$ hoặc $m = 5$.

C. $m = -1$.

B. $m = 1$ hoặc $m = -5$.

D. $m = 5$.

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) lần lượt có phương trình pt: $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z - 86 = 0$ và $2x - 2y - z + 9 = 0$. Tính bán kính r của đường tròn giao tuyến của (P) và (S).

A. $r = 4$.

C. $r = 8$.

B. $r = 64$.

D. $r = 2$.

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $I(1;3;-2)$ và đường thẳng (d): $\frac{x-4}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+3}{-1}$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt (d) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho AB có độ dài bằng 4.

A. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 9$.

C. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 3$.

B. $(x+1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 9$.

D. $(x+1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 3$.

Câu 30. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho biết đường thẳng $d: \frac{x+3}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{2}$ cắt mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 18 = 0$ tại hai điểm M, N . Tính độ dài MN .

A. $MN = \frac{20\sqrt{7}}{3}$.

C. $MN = 33$.

B. $MN = 8$.

D. $MN = \frac{20}{3}$.

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$ và mặt phẳng (P): $x + 2y - 2z + 1 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng (Q) song song với (P) và tiếp xúc với mặt cầu (S).

A. $x + 2y - 2z + 5 = 0$ hoặc $x + 2y - 2z - 7 = 0$.

- B. $x + 2y - 2z + 5 = 0$.
 C. $x + 2y - 2z + 11 = 0$ hoặc $x + 2y - 2z - 13 = 0$.
 D. $x + 2y - 2z + 11 = 0$.

Câu 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + 2y + 2z - 2 = 0$ và 3 điểm $A(4; -4; 4), B(4; -2; 6), C(3; -5; 7)$. Mặt cầu (S) đi qua điểm C có tâm là trung điểm AB . Mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo đường tròn có bán kính R . Tìm R .

- A. $R = 2$.
 B. $R = \sqrt{5}$.
 C. $R = 3$.
 D. $R = \sqrt{31}$.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho biết mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 11 = 0$ tiếp xúc với mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 8 = 0$ tại điểm M . Tìm tọa độ tiếp điểm M .

- A. $M(3; 1; 2)$.
 B. $M\left(\frac{17}{3}; 5; \frac{10}{3}\right)$.
 C. $M(1; -2; 1)$.
 D. $M(-1; -5; 0)$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho biết mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 9 = 0$ cắt mặt cầu $(S): (x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 100$ theo thiết diện là đường tròn (C) . Tính diện tích của hình tròn (C) .

- A. 100π
 B. 8π
 C. 64π
 D. 36π

Câu 35. Mặt cầu (S) tâm $I(2; 3; -1)$ cắt đường thẳng $d: \frac{x-11}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+25}{-2}$ tại 2 điểm A, B sao cho $AB = 16$ có phương trình là:

- A. $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z + 1)^2 = 289$.
 B. $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z + 1)^2 = 17$.
 C. $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z + 1)^2 = 280$.
 D. $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 + (z - 1)^2 = 289$.

Câu 36. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ và mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$

- I. $\frac{|Aa + Bb + Cc + D| - \sqrt{(A^2 + B^2 + C^2)(a^2 + b^2 + c^2 - d)}}{A^2 + B^2 + C^2} > 0 \Rightarrow (P) \text{ cắt } (S)$
 II. $\frac{|Aa + Bb + Cc + D| - \sqrt{(A^2 + B^2 + C^2)(a^2 + b^2 + c^2 - d)}}{A^2 + B^2 + C^2} = 0 \Rightarrow (P) \text{ tiếp xúc } (S)$
 III. $\frac{|Aa + Bb + Cc + D| - \sqrt{(A^2 + B^2 + C^2)(a^2 + b^2 + c^2 - d)}}{A^2 + B^2 + C^2} < 0 \Rightarrow (P) \text{ không cắt } (S)$

A. Chỉ I và II

B. Chỉ I và III

C. Chỉ II và III

D. Chỉ II

Câu 37. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho 2 điểm $A(1;3;0), B(-2;1;1)$ và đường thẳng $(\Delta): \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-2}$. Viết phương trình mặt cầu đi qua A, B và có tâm I thuộc (Δ)

A. $\left(x + \frac{2}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{13}{10}\right)^2 + \left(z + \frac{3}{5}\right)^2 = \frac{521}{100}$

B. $\left(x + \frac{2}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{13}{10}\right)^2 + \left(z + \frac{3}{5}\right)^2 = \frac{25}{3}$

C. $\left(x - \frac{2}{5}\right)^2 + \left(y + \frac{13}{10}\right)^2 + \left(z - \frac{3}{5}\right)^2 = \frac{521}{100}$

D. $\left(x + \frac{2}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{13}{10}\right)^2 + \left(z + \frac{3}{5}\right)^2 = \frac{25}{3}$

Câu 38. Với điều kiện nào của m thì mặt phẳng cong sau là mặt cầu?

$(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2(3-m)x - 3(m+1)y - 2mz + 2m^2 + 7 = 0$

A. $m < 2 \vee m > 3$

B. $1 \leq m \leq 3$

C. $m < 1 \vee m < 3$

D. $m = 1 \vee m = 3$

Câu 39. Giá trị α phải thỏa mãn điều kiện nào để mặt cong là mặt cầu:

$(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2(3 - \cos^2 \alpha)x + 4(\sin^2 \alpha - 1)z + \cos 4\alpha + 8 = 0? (k \in \mathbb{Z})$

A. $\frac{2\pi}{3} + k2\pi < \alpha < \frac{4\pi}{3} + k2\pi$

B. $\frac{\pi}{3} + k2\pi < \alpha < \frac{2\pi}{3} + k2\pi$

C. $-\frac{\pi}{6} + k\pi < \alpha < \frac{\pi}{6} + k\pi$

D. $\frac{\pi}{3} + k\pi < \alpha < \frac{2\pi}{3} + k\pi$

Câu 40. Giá trị t phải thỏa mãn điều kiện nào để mặt cong sau là mặt cầu:

$(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2(2 - \ln t)x + 4\ln t.y + 2(\ln t + 1)z + 5\ln^2 t + 8 = 0$

A. $t < \frac{1}{e} \cup t > 3e$

B. $\frac{1}{e} < t < 3e$

C. $e < t < e^3$

D. $0 < t < \frac{1}{e} \cup t > e^3$

Câu 41. Tìm tập hợp các tâm I của mặt cầu

$(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2(1-m)x + 2(3-2m)y + 2(m-2)z + 5m^2 - 9m + 6 = 0$

A. Đường thẳng: $x+1 = \frac{y+3}{2} = 2-z$

B. Phần đường thẳng: $x+1 = \frac{y+3}{2} = 2-z$ với $x < 0 \cup x > 7$

C. Phần đường thẳng: $x+1 = \frac{y+3}{2} = 2-z$ với $0 < x < 7$

D. Phần đường thẳng: $x+1 = \frac{y+3}{2} = z-2$ với $x < 1 \cup x > 8$

Câu 42. Với giá trị nào của m thì mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 5 = 0$ tiếp xúc với mặt cầu

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2mx + 2(2-m)y - 4mz + 5m^2 + 1 = 0?$

A. $m = -3$

B. $m = 1 \cup m = -3$

C. $m = 1$

D. $m = -1 \cup m = 3$

Câu 43. Với giá trị nào của m thì mặt phẳng $(Q): x + y + z + 3 = 0$ cắt mặt cầu

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+1)x + 2my - 2mz + 2m^2 + 9 = 0?$

A. $-4 < m < 5$

B. $m = -4 \cup m = 5$

C. $m > 5$

D. $m < -4 \cup m > 5$

E. $m < -4$

Câu 44. Mặt phẳng $(P): 2x - 4y + 4z + 5 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$.

A. Tiếp xúc

B. Không cắt nhau

C. Cắt nhau

D. (P) qua tâm của (S)

Câu 45. Xét vị trí tương đối của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 8z + 13 = 0$ và mặt phẳng $(Q): x - 2y + 2z + 5 = 0$.

A. Cắt nhau

B. Tiếp xúc

C. (Q) là mặt phẳng đối xứng của (S)

D. Không cắt nhau

Câu 46. Hai mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + 4z + 5 = 0$; $(S'): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 4z - 2 = 0$:

A. Tiếp xúc ngoài

B. Cắt nhau

C. Tiếp xúc ngoài

D. Cắt nhau.

Câu 47. Hai mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 10z - 11 = 0$;

$$(S'): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 6z - 5 = 0:$$

A. Ngoài nhau

B. Cắt nhau

C. Tiếp xúc trong

D. Trong nhau

Câu 48. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z - 2 = 0$ và mặt phẳng $(P): 3x + 2y + 6z + 1 = 0$.

Gọi (C) là đường tròn giao tuyến của (P) và (S) . Tính tọa độ tâm H của (C) .

A. $\left(-\frac{15}{7}, \frac{13}{7}, -\frac{3}{7}\right)$

B. $\left(\frac{15}{7}, \frac{13}{7}, -\frac{3}{7}\right)$

C. $\left(\frac{5}{7}, \frac{13}{7}, -\frac{3}{7}\right)$

D. $\left(\frac{15}{7}, -\frac{13}{7}, \frac{3}{7}\right)$

Câu 49. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z - 2 = 0$ và mặt phẳng $(P): 3x + 2y + 6z + 1 = 0$.

Gọi (C) là đường tròn giao tuyến của (P) và (S) . Viết phương trình mặt cầu (S') chứa (C) và điểm $M(1, -2, 1)$.

A. $x^2 + y^2 + z^2 + 5x - 8y + 12z - 5 = 0$

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 5x - 8y + 12z + 5 = 0$

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 5x + 8y - 12z + 5 = 0$

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 5x - 8y - 12z - 5 = 0$

Câu 50. Cho hai mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z - 3 = 0$ và

$(S'): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z - 2 = 0$; Gọi (C) là giao tuyến của (S) và (S') . Viết phương trình của (C) :

A. $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z - 3 = 0 \\ 10x - 6y + 4z - 1 = 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z - 2 = 0 \\ 10x + 6y - 4z + 1 = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z - 2 = 0 \\ 10x - 6y + 4z - 1 = 0 \end{cases}$

D. Hai câu A và C

B2. TỰ LUẬN**Bài 1:** Viết phương trình mặt cầu (S), trong các trường hợp sau:

- a) (S) có tâm $I(2; 2; -3)$ và bán kính $R = 3$.
- b) (S) có tâm $I(1; 2; 0)$ và (S) qua $P(2; -2; 1)$.
- c) (S) có đường kính AB với $A(1; 3; 1)$, $B(-2; 0; 1)$.

Bài 2: Viết phương trình mặt cầu (S), trong các trường hợp sau:

- a) (S) qua $A(3; 1; 0)$, $B(5; 5; 0)$ và tâm I thuộc trục Ox.
- b) (S) có tâm O và tiếp xúc mặt phẳng $(\alpha): 16x - 15y - 12z + 75 = 0$.
- c) (S) có tâm $I(-1; 2; 0)$ và có một tiếp tuyến là đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-3}$.

Bài 3: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có phương trình tương ứng: (P): $2x - 3y + 4z - 5 = 0$ (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 3x + 4y - 5z + 6 = 0$

- a) Xác định tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).
- b) Tính khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P). Từ đó, suy ra rằng mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn mà ta ký hiệu là (C). Xác định bán kính R và tọa độ tâm H của đường tròn (C).

Bài 4: Viết phương trình mặt cầu (S) biết :

- a) (S) qua bốn điểm $A(1; 2; -4)$, $B(1; -3; 1)$, $C(2; 2; 3)$, $D(1; 0; 4)$.
- b) (S) qua $A(0; 8; 0)$, $B(4; 6; 2)$, $C(0; 12; 4)$ và có tâm I thuộc mặt phẳng (Oyz).

Bài 5: Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I thuộc đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = -1 \\ z = -t \end{cases}$ và (S) tiếp xúc với hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y + 2z + 3 = 0$ và $(\beta): x + 2y + 2z + 7 = 0$.

Bài 6: Cho hai mặt phẳng (P): $5x - 4y + z - 6 = 0$, (Q): $2x - y + z + 7 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{7} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{-2}$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I là giao điểm của (P) và Δ sao cho (Q) cắt (S) theo một hình tròn có diện tích là 20π .

Bài 7: Cho mặt phẳng (P): $2x - y - 2z - 2 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -t \\ y = 2t - 1 \\ z = t + 2 \end{cases}$.

Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I thuộc d và I cách (P) một khoảng bằng 2 và (S) cắt (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 3.

Bài 8: Trong không gian Oxyz cho (P): $x + 2y - z + 5 = 0$ điểm $I(1; 2; -2)$ và đường thẳng

$$(d): \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = 4 + t \end{cases}, t \in R$$

- Tìm giao điểm của (d) và (P). Tính góc giữa (d) và (P).
- Viết phương trình mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P).
- Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua (d) và I.
- Viết phương trình đường thẳng (d') nằm trong (P) cắt (d) và vuông góc (d).

Bài 9: Cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 6z + 5 = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến của mặt cầu (S) qua A(0;0;5) biết :

- Tiếp tuyến có một vector chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; 2)$
- Vuông góc với mặt phẳng (P) : $3x - 2y + 2z + 3 = 0$.

Bài 10: Viết phương trình tiếp diện của mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + 5 = 0$, biết tiếp diện: qua M (1;1;1).

- Song song với mặt phẳng (P) : $x + 2y - 2z - 1 = 0$.
- Vuông góc với đường thẳng d : $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-2}$.

Bài 11: Trong không gian Oxyz cho A(1;-1;2), B(1;3;2), C(4;3;2), D(4;-1;2).

- Chứng minh A,B,C,D là bốn điểm đồng phẳng.
- Gọi A' là hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng Oxy. hãy viết phương trình mặt cầu (S) đi qua bốn điểm A',B,C,D.
- Viết phương trình tiếp diện (α) của mặt cầu (S) tại điểm A'.

Bài 12: Trong không gian Oxyz cho A(2;0;0), B(0;4;0), C(0;0;4).

- Viết phương trình mặt cầu qua 4 điểm O,A,B,C. Tìm tọa độ tâm I và bán kính của mặt cầu.
- Viết phương trình mặt phẳng (ABC).
- Viết phương trình tham số của đường thẳng qua I và vuông góc mặt phẳng(ABC).
- Tìm tọa độ tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Bài 13: Cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$

- Xác định tâm và bán kính mặt cầu (S).
- Gọi A,B,C lần lượt là giao điểm (khác điểm gốc tọa độ) của mặt cầu (S) với các trục tọa độ Ox,Oy,Oz. Tính tọa độ A,B,C và viết phương trình mặt phẳng (ABC).
- Tính khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng. Từ đó, hãy xác định tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

