

PHẦN SỐ HỌC

CHUYÊN ĐỀ 1. CĂN BẬC HAI, CĂN BẬC BA

A. Lý thuyết

1. Căn bậc hai số học $\sqrt{a} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 = a \end{cases}$

2. Điều kiện tồn tại của \sqrt{A} là $A \geq 0$.

3. Các công thức khai căn bậc hai

a. $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A \\ -A \end{cases}$

b. $\sqrt{A \cdot B} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$ với $A \geq 0, B \geq 0$

→ Tổng quát: $\sqrt{A_1 A_2 \dots A_n} = \sqrt{A_1} \cdot \sqrt{A_2} \dots \sqrt{A_n}$ với $A_i \geq 0 (1 \leq i \leq n)$.

c. Với $A \geq 0, B > 0$ ta có: $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$

d. $\sqrt{A^2 B} = |A| \sqrt{B}$

Khi đưa thừa số A^2 ra ngoài dấu căn bậc hai ta được $|A|$

4. Đưa thừa số vào trong dấu căn bậc hai:

$A\sqrt{B} = \sqrt{A^2 B}$ với $A \geq 0$

$A\sqrt{B} = -\sqrt{A^2 B}$ với $A < 0$

5. Khử mẫu của biểu thức dưới dấu căn bậc hai:

- Nhân mẫu số với thừa số phụ thích hợp để mẫu số là một bình phương:

$$\sqrt{\frac{A}{B}} = \sqrt{\frac{A \cdot B}{B^2}} = \frac{1}{|B|} \sqrt{A \cdot B} \quad (B \neq 0, A \cdot B \geq 0)$$

- Nhân liên hợp với căn bậc hai của mẫu

i. $\frac{m}{\sqrt{A} + \sqrt{B}} = \frac{m(\sqrt{A} - \sqrt{B})}{A - B}$

ii. $\frac{m}{\sqrt{A} - \sqrt{B}} = \frac{m(\sqrt{A} + \sqrt{B})}{A - B}$

B. Bài tập

Dạng 1: Thực hiện phép tính, rút gọn biểu thức số

Bài 1. Rút gọn các biểu thức sau

a) $A = 3\sqrt{3} + 4\sqrt{12} - 5\sqrt{27}$

b) $B = \sqrt{32} - \sqrt{50} + \sqrt{18}$

c) $C = \sqrt{72} + \sqrt{4\frac{1}{2}} - \sqrt{32} - \sqrt{162}$

d) $D = \frac{1}{2}\sqrt{48} - 2\sqrt{75} - \frac{\sqrt{33}}{\sqrt{11}} + 5\sqrt{1\frac{1}{3}}$

Bài 2. Thực hiện phép tính, rút gọn các biểu thức sau

a) $A = (\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2)$

c) $B = (\sqrt{45} + \sqrt{63})(\sqrt{7} - \sqrt{5})$

b) $C = (\sqrt{5} + \sqrt{3})(5 - \sqrt{15})$

d) $D = (\sqrt{32} - \sqrt{50} + \sqrt{27})(\sqrt{27} + \sqrt{50} - \sqrt{32})$

e) $E = 1 - (\sqrt{45} - \sqrt{20} - \sqrt{3})(\sqrt{20} - \sqrt{45} - \sqrt{3})$ f) $F = \left(\sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{\frac{2}{3}}\right) : \frac{1}{\sqrt{6}}$

Bài 3. Thực hiện các phép tính sau đây

a) $(\sqrt{12} - \sqrt{48} - \sqrt{108} - \sqrt{192}) : 2\sqrt{3}$

d) $(2\sqrt{112} - 5\sqrt{7} + 2\sqrt{63} - 2\sqrt{28})\sqrt{7}$

b) $(2\sqrt{27} - 3\sqrt{48} + 3\sqrt{75} - \sqrt{192})(1 - \sqrt{3})$

e) $7\sqrt{24} - \sqrt{150} - 5\sqrt{54}$

c) $2\sqrt{20} - \sqrt{50} + 3\sqrt{80} - \sqrt{320}$

f) $\sqrt{32} - \sqrt{50} + \sqrt{98} - \sqrt{72}$

Bài 4. Thực hiện các phép tính sau đây

a) $\sqrt[3]{27} - 2\sqrt[3]{8}$

c) $\frac{x-1}{\sqrt[3]{x-1}} - \frac{x+1}{\sqrt[3]{x+1}} - \sqrt[3]{8x}$

b) $\frac{2}{\sqrt[3]{2}} - \sqrt[3]{2^2 \cdot 5^3} + \sqrt[3]{4^4}$

d) $\sqrt[3]{x\sqrt{x} + 3x + 3\sqrt{x} + 1} - \sqrt{x - 2\sqrt{x} + 1}$

Bài 5. Thực hiện các phép tính sau đây

a) $\sqrt{75} - \sqrt{5\frac{1}{3}} + \frac{9}{2}\sqrt{2\frac{2}{3}} + 2\sqrt{27}$

j) $(1 - \sqrt{3})^2(1 + 2\sqrt{3})^2$

b) $\sqrt{48} + \sqrt{5\frac{1}{3}} + 2\sqrt{75} - 5\sqrt{1\frac{1}{3}}$

k) $\frac{1}{7 + 4\sqrt{3}} + \frac{1}{7 - 4\sqrt{3}}$

c) $\left(\sqrt{18} + \sqrt{0.5} - 3\sqrt{\frac{1}{3}}\right) - \left(\sqrt{\frac{1}{8}} - \sqrt{75}\right)$

l) $\left(1 - \frac{\sqrt{3}-1}{2}\right) : \left(\frac{\sqrt{3}-1}{2} + 2\right)$

d) $(\sqrt{15} + 2\sqrt{3})^2 + 12\sqrt{5}$

m) $\frac{\sqrt{5}-2}{5+2\sqrt{5}} - \frac{1}{2+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}}$

e) $(\sqrt{6} + 2)(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

n) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2}) : \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}\right)$

f) $(\sqrt{3} + 1)^2 - 2\sqrt{3} + 4$

g) $(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} + 3)$

h) $\sqrt{3}(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 - (\sqrt{3} + \sqrt{2})$

o) $\frac{3+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} - (\sqrt{3} + 2)$

i) $(1 + 2\sqrt{3} - \sqrt{2})(1 + 2\sqrt{3} + \sqrt{2})$

Bài 6. Rút gọn biểu thức

a) $A = \frac{1}{\sqrt{3}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}-1}$

b) $B = \frac{1}{1-\sqrt{2}} + \frac{1}{1+\sqrt{2}}$

c) $C = \frac{5 + \sqrt{5}}{5 - \sqrt{5}} + \frac{5 - \sqrt{5}}{5 + \sqrt{5}}$

d) $D = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\sqrt{3}+1}-1} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\sqrt{3}+1}+1}$

Bài 7. Rút gọn biểu thức

a) $A = \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} - \sqrt{(\sqrt{3}+2)^2}$

e) $E = \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} + \sqrt{4-2\sqrt{3}}$

b) $B = \sqrt{15-6\sqrt{6}} + \sqrt{33-12\sqrt{6}}$

f) $F = \sqrt{2-\sqrt{3}} - \sqrt{2+\sqrt{3}}$

c) $C = \sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}} - \sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}}$

g) $G = \left(\frac{1}{3-\sqrt{5}} - \frac{1}{3+\sqrt{5}} \right) : \frac{5-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}$

d) $D = \sqrt{3+\sqrt{5}} + \sqrt{7-3\sqrt{5}} - \sqrt{2}$

h) $H = \sqrt{x+2\sqrt{2x-4}} + \sqrt{x-2\sqrt{2x-4}}$ với $x \geq 2$

Bài 8. Thực hiện các phép tính sau đây

a) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}-1}{2+\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+1} \left(\frac{\sqrt{3}}{2-\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{6}} \right) - \frac{1}{\sqrt{2}}$

b) $\frac{15}{\sqrt{6}+1} + \frac{4}{\sqrt{6}-2} + \frac{12}{\sqrt{6}-3} - \sqrt{6}$

c) $\left(\frac{2}{\sqrt{3}-1} + \frac{3}{\sqrt{3}-2} + \frac{15}{3-\sqrt{3}} \right) : \frac{1}{\sqrt{3}+5}$

d) $\left(\frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} \right) (\sqrt{3}-1)^2$

e) $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$

Bài 9. Tính giá trị của biểu thức

a) $2\sqrt{3} + \sqrt{(2-\sqrt{3})^2}$

d) $\sqrt{17-3\sqrt{32}} + \sqrt{17+3\sqrt{32}}$

b) $\frac{5+\sqrt{5}}{5-\sqrt{5}} + \frac{5-\sqrt{5}}{5+\sqrt{5}}$

e) $(2+\sqrt{5}+\sqrt{3})(2+\sqrt{5}-\sqrt{3})$

c) $(\sqrt{28}-\sqrt{12}-\sqrt{7})\sqrt{7} + 2\sqrt{21}$

f) $\left(\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{4}{3}} + \sqrt{3} \right) : \sqrt{3}$

Dạng 2. Chứng minh đẳng thức

Bài 1. Chứng minh

a) $\sqrt{9-4\sqrt{5}} - \sqrt{5} = -2$

b) $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} = 3+2\sqrt{2}$

c) $2\sqrt{2}(\sqrt{3}-2) + (1+2\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{6} = 9$

d) $\sqrt{\frac{4}{(2-\sqrt{5})^2}} - \sqrt{\frac{4}{(2+\sqrt{5})^2}} = 8$

e) $(3+\sqrt{5})(\sqrt{10}-\sqrt{2})\sqrt{3-\sqrt{5}} = 8$

f) $\sqrt{\sqrt{2}+1} - \sqrt{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2(\sqrt{2}-1)}$

Bài 2. Chứng minh

a) $\frac{(x\sqrt{y} + y\sqrt{x})(\sqrt{x} - \sqrt{y})}{\sqrt{xy}} = x - y$ với $x > 0$ và $y > 0$

b) Cho $A = \frac{\sqrt{4x^2 - 4x + 1}}{4x - 2}$. Chứng minh : $|A| = 0,5$ với $x \neq 0,5$

Dạng 3. Bài toán tìm x

Bài 1. Tìm x biết

a) $\sqrt{1 - 4x + 4x^2} = 5$

c) $\sqrt{4 - 5x} = 12$

b) $\sqrt{10 + \sqrt{3x}} = 2 + \sqrt{6}$

d) $\sqrt{4x + 20} - 3\sqrt{5 + x} + \frac{4}{3}\sqrt{9x + 45} = 6$

Bài 2. Tìm x biết

a) $\sqrt{x^2 - 9} - 3\sqrt{x - 3} = 0$

b) $\sqrt{\frac{4x + 3}{x + 1}} = 3$

Bài 3. Tìm x biết

a) $\sqrt{x - 2} \leq 3$

b) $\sqrt{x + 1} \geq \sqrt{5}$

Bài 4. Tìm x biết

a) $\sqrt{9x^2 - 6x + 1} = 2$

b) $\frac{3}{2}\sqrt{3x} - \sqrt{3x} - 5 = \frac{1}{2}\sqrt{3x}$

Dạng 4. Giá trị lớn nhất, Giá trị nhỏ nhất

Bài 1. Tìm x để các biểu thức sau đạt giá trị nhỏ nhất

a) $A = \sqrt{x - 4} - 2$

c) $B = x - 4\sqrt{x} + 10$

b) $C = x - \sqrt{x}$

d) $D = \sqrt{x^2 - 2x + 4} + 1$

Bài 2. Tìm x để các biểu thức sau đạt giá trị lớn nhất

a) $M = \sqrt{3} - \sqrt{x - 1}$

b) $N = 6\sqrt{x} - x - 1$

c) $P = \frac{1}{x - \sqrt{x + 1}}$

Dạng 5. Tìm giá trị nguyên của một biểu thức

Bài 1. Tìm các giá trị nguyên của x để các biểu thức sau có giá trị nguyên

$A = \frac{x + 2}{x - 5}$

$B = \frac{3x + 1}{2 - x}$

Bài 2. Tìm các giá trị nguyên của x để các biểu thức sau có giá trị nguyên

$C = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2}$

$D = \frac{2\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 3}$

Dạng 6. Phân tích đa thức thành nhân tử

Bài 1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

a) $x\sqrt{x} + \sqrt{x} - x - 1$

d) $\sqrt{ab} + 2\sqrt{a} + 3\sqrt{b} + 6$

g) $(1 + \sqrt{x})^2 - 4\sqrt{x}$

- b) $\sqrt{ab} - \sqrt{a} - \sqrt{b} + 1$ e) $x - 2\sqrt{x-1} - a^2$ h) $a + \sqrt{a} + 2\sqrt{ab} + 2\sqrt{b}$
 c) $x\sqrt{x} + y\sqrt{y} + x - y$ f) $x - \sqrt{x} - 2$

Bài 3. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

- a) $x - 3\sqrt{x} + 2$ d) $x^2 - 3x\sqrt{y} + 2y$ g) $x + 2\sqrt{x-1}$
 b) $\sqrt{x^3} - 2\sqrt{x} - x$ e) $-6x + 5\sqrt{x} + 1$ h) $7\sqrt{x} - 6x - 2$
 c) $x + 4\sqrt{x} + 3$ f) $2a + \sqrt{ab} - 6b$

Bài 4. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

- a) $x - 5\sqrt{x} + 6$ d) $2a - \sqrt{ab} - 6b$ g) $3\sqrt{a} - 2a - 1$
 b) $4a - 4\sqrt{a} - 1$ e) $x - 2 + \sqrt{x^2 - 4}$ h) $x^2 - \sqrt{x} + x - 1$
 c) $2a - 5\sqrt{ab} + 3b$ f) $x^4 - 4x^3 + 4x^2$ i) $3x - 2x^2 - 1$

Dạng 7. So sánh căn bậc hai

Bài 1. So sánh các căn bậc hai

- a) $4\sqrt{7}$ và $3\sqrt{13}$ g) $3\sqrt{12}$ và $2\sqrt{16}$ l) $\frac{1}{4}\sqrt{82}$ và $6\sqrt{\frac{1}{7}}$
 b) $3\sqrt{12}$ và $2\sqrt{16}$ h) $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{17}{2}}$ và $\frac{1}{3}\sqrt{19}$ m) $3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$ và 2
 c) $\sqrt{7} + \sqrt{5}$ và $\sqrt{49}$ i) $\sqrt{2} + \sqrt{11}$ và $\sqrt{3} + 5$ n) $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{17}{2}}$ và $\frac{1}{3}\sqrt{19}$
 d) $\sqrt{21} - \sqrt{5}$ và $\sqrt{20} - \sqrt{6}$ j) $\frac{1}{4}\sqrt{82}$ và $6\sqrt{\frac{1}{7}}$ o) $\sqrt{\sqrt{6} + \sqrt{20}}$ và $\sqrt{1 + \sqrt{5}}$
 e) $\sqrt{7} - \sqrt{2}$ và 1 k) $\sqrt{30} - \sqrt{29}$ và $\sqrt{29} - \sqrt{28}$ p) $\sqrt{8} + \sqrt{5}$ và $\sqrt{7} + \sqrt{6}$
 f) $\sqrt{27} + \sqrt{6} + 1$ và $\sqrt{48}$ k) $5\sqrt{2} + \sqrt{75}$ và $5\sqrt{3} + \sqrt{50}$ q) $\sqrt{5} - \sqrt{3}$ và $\frac{1}{2}$

Bài 2. Sắp xếp theo thứ tự tăng dần: $5\sqrt{2}$; $2\sqrt{5}$; $2\sqrt{3}$; $3\sqrt{2}$

Dạng 8. Bài toán rút gọn biểu thức chứa căn bậc hai

Bài 1. Cho các biểu thức $A = (\sqrt{8} - \sqrt{12})(\sqrt{2} + \sqrt{3})$ $B = \frac{1}{\sqrt{x-3}} + \frac{1}{\sqrt{x+3}}$

- a) Tìm tập xác định của B rồi rút gọn B
 b) Tính giá trị biểu thức A
 c) Tìm x để A = B

Bài 2. Cho các biểu thức

$$A = (\sqrt{45} + \sqrt{63})(\sqrt{7} - \sqrt{5})$$

$$B = \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} + 1 \quad (\text{ĐK: } x \geq 0; x \neq 1)$$

- Tính giá trị biểu thức A và rút gọn biểu thức B
- Tìm x để A = B

Bài 3. Cho các biểu thức

$$A = \left(\frac{1}{1-\sqrt{3}} - \frac{1}{1+\sqrt{3}} \right) : \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} \quad (\text{ĐK: } x > 0; x \neq 1)$$

- Rút gọn các biểu thức A và B
- Tìm x để $A = \frac{1}{6} B$

Bài 5. Cho biểu thức: $P = \frac{x-5}{\sqrt{x-2}-\sqrt{3}}$

- Tìm tập xác định của biểu thức P
- Rút gọn P
- Tìm giá trị của x để P đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất đó

Bài 6. Cho các biểu thức

$$A = 10 - (\sqrt{32} - \sqrt{8} - \sqrt{27})(\sqrt{8} - \sqrt{32} - \sqrt{27})$$

$$B = \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{2\sqrt{x}-1}{4-x} \quad (\text{ĐK: } x \geq 0; x \neq 4)$$

- Rút gọn A và B
- Tìm x để A.B = -1

Bài 7. Cho biểu thức $Q = \frac{2}{2+\sqrt{x}} + \frac{1}{2-\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}}{x-4}$

- Rút gọn biểu thức Q
- Tìm x để $Q = \frac{6}{5}$
- Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức Q có giá trị nguyên.

Bài 8. Cho biểu thức: $A = \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$

- Tìm tập xác định của biểu thức A
- Rút gọn biểu thức A
- Chứng minh rằng $A > 0$ với mọi $x \neq 1$
- Tìm x để A đạt GTLN, tìm GTLN đó

Bài 9. Cho biểu thức $E = \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} + 4\sqrt{x} \right) : \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$

- Rút gọn biểu thức E
- Tìm x để E = 2
- Tính giá trị của E khi $x = (4 + \sqrt{15})(\sqrt{10} - \sqrt{6})\sqrt{4 - \sqrt{15}}$

Bài 10. Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{2+5\sqrt{x}}{4-x}$

- a) Rút gọn P nếu $x \geq 0, x \neq 4$
 b) Tìm x để $P = 2$

Bài 11. Cho biểu thức $Q = \left(\frac{1}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right) : \left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-2} - \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-1} \right)$

- a) Rút gọn Q với $a > 0, a \neq 4$ và $a \neq 1$ b) Tìm giá trị của a để Q dương

Bài 12. Cho biểu thức : $B = \left(\frac{2x+1}{\sqrt{x^3}-1} - \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} \right) \left(\frac{1+\sqrt{x^3}}{1+\sqrt{x}} - \sqrt{x} \right)$ với $x \geq 0, x \neq 1$

- a) Rút gọn B b) Tìm x để $B = 3$

Bài 13. Cho biểu thức $C = \left(\frac{\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}} + \frac{x+9}{9-x} \right) : \left(\frac{3\sqrt{x}+1}{x-3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$ với $x \geq 0, x \neq 9$

- a) Rút gọn C b) Tìm x sao cho $C < -1$

Bài 14. Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x+1} \right)$

- a) Tìm điều kiện của x để P xác định
 b) Rút gọn P
 c) Tìm các giá trị của x để $P < 0$
 d) Tính giá trị của P khi $x = 4 - 2\sqrt{3}$

Bài 15. Cho biểu thức $P = \left(\sqrt{x} - \frac{x+2}{\sqrt{x}+1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-4}{1-x} \right)$

- a) Rút gọn P b) Tìm x để $P = \frac{1}{2}$
 c) Tìm GTNN của P và giá trị tương ứng của x.

Bài 16. Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}-2}{x-1} - \frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} \right) \left(\frac{1-x}{\sqrt{2}} \right)^2$

- a) Rút gọn P
 b) Chứng minh rằng nếu $0 < x < 1$ thì $P > 0$
 c) Tìm GTLN của P

Bài 17. Cho biểu thức $P = \frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} + \frac{x+1}{\sqrt{x}}$

- a) Rút gọn P b) Tìm x để $P = \frac{9}{2}$

- a) Rút gọn A. b) Tính A khi $a = \frac{\sqrt{6}}{2 + \sqrt{6}}$ c) Tìm a để $\sqrt{A} > A$

Bài 8. Cho biểu thức: $B = \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$

- a) Rút gọn B b) Chứng minh rằng: $B > 0$ với mọi $x > 0$ và $x \neq 1$

Bài 9. Cho biểu thức: $K = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{a-\sqrt{a}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{a}-1} + \frac{2}{a-1} \right)$

- a) Rút gọn biểu thức K.
b) Tính giá trị của K khi $a = 3 + 2\sqrt{2}$
c) Tìm giá trị của a sao cho $K < 0$

Bài 10. Cho biểu thức: $D = \frac{a^2 + \sqrt{a}}{a - \sqrt{a} + 1} - \frac{2a + \sqrt{a}}{\sqrt{a}} + 1$

- a) Rút gọn D b) Tìm a để $D = 2$
c) Cho $a > 1$ hãy so sánh D và $|D|$ d) Tìm D min

Bài 11. Cho biểu thức: $H = \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}+3} - \frac{5}{a+\sqrt{a}-6} + \frac{1}{2-\sqrt{a}}$

- a) Rút gọn H. b) Tìm a để $D < 2$.
c) Tính H khi $a^2 + 3a = 0$ d) Tìm a để $H = 5$.

Bài 12. Cho biểu thức:

$$N = 1 : \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+1+\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}+1}{x-1} \right)$$

- a) Rút gọn N. b) So sánh N với 3.

Bài 13. Cho biểu thức:

$$M = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x-1}} - \frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{x-1}} - \frac{\sqrt{x^3-x}}{1-\sqrt{x}}$$

- a) Rút gọn M. b) Tìm x để $M > 0$. c) Tính M khi $x = \frac{53}{9-2\sqrt{7}}$

Bài 14. Cho biểu thức: $V = \left(\frac{3}{\sqrt{a+1}} + \sqrt{1-a} \right) : \left(\frac{3}{\sqrt{1-a^2}} + 1 \right)$

- a) Rút gọn V. b) Tìm a để $V = \sqrt{V}$ c) Tính M khi $a = \frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$