

ĐỊNH LÝ TALET

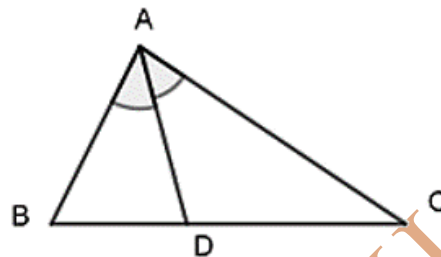
TÍNH CHẤT ĐƯỜNG PHÂN GIÁC TRONG TAM GIÁC

A. LÝ THUYẾT

Trong tam giác, đường phân giác của một góc chia cạnh đối diện thành hai đoạn tỉ lệ với hai cạnh kề của hai đoạn ấy.

Tổng quát: ΔABC , AD là đường phân giác của góc BAC ($D \in BC$)

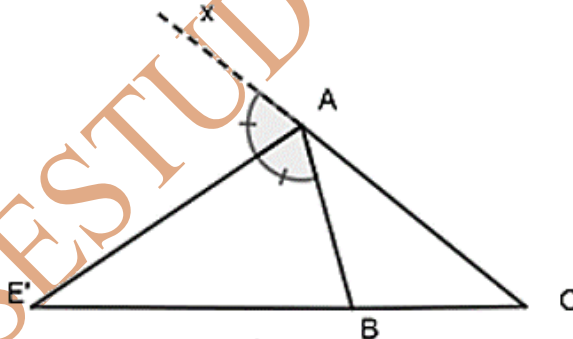
$$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$$



Định lí vẫn đúng với đường phân giác của góc ngoài của tam giác:

AE' là phân giác của góc Bax ($AB \neq AC$)

$$\frac{E'B}{E'C} = \frac{AB}{AC}$$



B. BÀI TẬP

Bài 1: Cho tam giác ABC có các góc B và C là góc nhọn, đường phân giác AD. Biết $AD = AB = \sqrt{5}$ cm, $BD = 2$ cm. Tính độ dài DC.

Bài 2: Chứng minh rằng tam giác ABC là tam giác vuông nếu các đường phân giác BD, CE cắt nhau tại I thỏa mãn:

$$\frac{BI}{BD} \cdot \frac{CI}{CE} = \frac{1}{2}$$

Bài 3: Cho tam giác ABC vuông tại A, đường phân giác AD. Gọi M, N theo thứ tự là chân đường vuông góc kẻ từ B, C đến AD. Chứng minh rằng: $AD \leq (BM + CN) / 2$.

Bài 4: Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$). Đường thẳng song song hai đáy cắt cạnh AD tại M, cắt cạnh BC tại N sao cho $MD = 3MA$.

a) Tính tỉ số $\frac{NB}{NC}$.

b) Cho $AB = 8\text{cm}$, $CD = 20\text{cm}$. Tính MN .

Bài 5: Cho tam giác ABC , G là trọng tâm. Qua G vẽ đường thẳng song song với cạnh AC , cắt các cạnh AB , BC lần lượt ở D và E . Tính độ dài đoạn thẳng DE , biết $AD + EC = 16\text{cm}$ và chu vi tam giác ABC bằng 75cm .

Bài 6: Cho ΔABC , góc $A = 90^\circ$, đường phân giác AD ($D \in BC$). Biết $DB = 15\text{ cm}$, $DC = 20\text{ cm}$. Tính AB , AC .

Bài 7: Cho ΔABC có $AB = 12\text{ cm}$, $AC = 20\text{ cm}$, $BC = 28\text{ cm}$. Kẻ đường phân giác AD của góc BAC ($D \in BC$). Qua D kẻ $DE \parallel AB$ ($E \in AC$).

a) Tính BD , DC , DE ?

b) Cho biết $S_{\Delta ABC} = 15\text{ cm}^2$. Tính $S_{\Delta ABD}$; $S_{\Delta ADE}$; $S_{\Delta DCE}$?

Bài 8: Cho tam giác ABC với $AB = 4\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$. Hai tia phân giác trong AD và BE cắt nhau tại O . Chứng minh rằng đoạn thẳng nối điểm O với trọng tâm G của tam giác ABC song song với BC .

Bài 9: Cho ΔABC có $AB = 6\text{ cm}$, $AC = 9\text{ cm}$, $BC = 10\text{ cm}$. Kẻ đường phân giác AD của góc BAC ($D \in BC$).

a) Tính DB , DC

b) Tính tỉ số diện tích của ΔABD và ΔACD

Bài 10: Cho ΔABC có các đường phân giác AD , BE , CF ($D \in BC$, $E \in AC$, $F \in AB$).

Tính $\frac{DB}{DC} \cdot \frac{EC}{EA} \cdot \frac{FA}{FB} = ?$

Bài 11: Cho tam giác ABC có $BC = 15\text{cm}$. Trên đường cao AH lấy các điểm I , K sao cho $AK = KI = IH$. Qua I và K vẽ các đường thẳng $EF \parallel BC$, $MN \parallel BC$ ($E, M \in AB$; $F, N \in AC$).

a) Tính độ dài các đoạn thẳng MN và EF .

b) Tính diện tích tứ giác $MNFE$, biết rằng diện tích của tam giác ABC là 270cm^2 .

Bài 12: Cho ΔABC , góc $A = 90^\circ$, $AB = 15\text{ cm}$, $AC = 20\text{ cm}$, đường cao AH ($H \in BC$). Tia phân giác của góc HAB cắt HB tại D . Tia phân giác của góc HAC cắt HC tại E .

a) Tính AH .

b) Tính DH , HE .

Bài 13: Cho ΔABC , góc $A = 90^\circ$, $AB = 21\text{ cm}$, $AC = 28\text{ cm}$. Đường phân giác AD ($D \in BC$), $DE \perp AC$ ($E \in AC$).

a) Tính BD , DC , DE ?

b) Tính $S_{\Delta ABD}$; $S_{\Delta ACD}$?

Bài 14: Cho ΔABC , $AB = AC = 15\text{ cm}$, $BC = 10\text{ cm}$. Đường phân giác BD ($D \in AC$).

a) Tính AD , DC .

b) Đường vuông góc với BD cắt đường thẳng AC tại E . Tính EC .

Bài 15: Cho ΔABC , $AB = 12$ cm, $AC = 18$ cm, đường phân giác AD ($D \in BC$). Điểm I thuộc đoạn thẳng AD sao cho $AI = 2ID$. Gọi E là giao điểm của BI và AC .

- Tính tỉ số AE/EC .
- Tính AE , EC .

Bài 16: Cho hình chữ nhật $ABCD$. Trên các cạnh AB , BC , CD , DA lần lượt lấy các điểm E , F , G , H sao cho $\frac{AE}{AB} = \frac{AH}{AD} = \frac{CF}{CB} = \frac{CG}{CD}$.

- Chứng minh tứ giác $EFGH$ là hình bình hành.
- Chứng minh hình bình hành $EFGH$ có chu vi không đổi.

Bài 17: Cho ΔABC vuông tại A , $AB = 15$ cm; $AC = 20$ cm đường phân giác BD .

- Tính độ dài AD .
- Gọi H là hình chiếu của A trên BC , tính độ dài HA , HB .
- I là giao của AH và BD . Chứng minh rằng ΔAID cân.

Bài 18: Cho ΔABC vuông tại A , $AB = 36$ cm; $AC = 48$ cm. Đường phân giác AK . Tia phân giác của góc B cắt AK ở I , qua I kẻ đường thẳng song song với BC , cắt AB và AC theo thứ tự ở D và E .

- Tính độ dài BK .
- Tính tỉ số AI/AK .
- Tính độ dài DE .

Bài 19: Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$), M là trung điểm của CD . Gọi I là giao điểm của AM và BD , K là giao điểm của BM và AC .

- Chứng minh $IK \parallel AB$.
- Đường thẳng IK cắt AD , BC lần lượt ở E và F . Chứng minh $EI = IK = KF$.

Bài 20: Cho tam giác ABC cân ở A , $BC = 8$ cm, phân giác của góc B cắt đường cao AH ở K , $\frac{AK}{AH} = \frac{3}{5}$.

- Tính độ dài AB .
- Đường thẳng vuông góc với BK cắt AH ở E . Tính EH .

Bài 21: Cho tam giác ABC có $AB = 5$ cm, $AC = 6$ cm, $BC = 7$ cm. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , O là giao điểm của hai đường phân giác BD , AE .

- Tính độ dài đoạn thẳng AD .
- Chứng minh $OG \parallel AC$.

Bài 22: Cho tam giác ABC vuông ở A , $AB = 12$ cm, $BC = 16$ cm. Đường phân giác góc A cắt BC tại D .

- Tính BC , BD , CD
- Vẽ đường cao AH . Tính AH , HD , AD

Bài 23: Cho tam giác ABC . Gọi I là trung điểm của cạnh BC . Đường phân giác của góc A cắt BC tại D .

cắt cạnh AB ở M. Đường phân giác của góc AIC cắt cạnh AC ở N.

- Chứng minh rằng $MM // BC$.
- Tam giác ABC phải thoả điều kiện gì để có $MN = AI$?
- Tam giác ABC phải thoả điều kiện gì để có $MN \perp AI$?

