

## RÚT GỌN BIỂU THỨC ĐẠI SỐ THI VÀO LỚP 10

**Bài 1.** Cho các biểu thức  $A = (\sqrt{8} - \sqrt{12})(\sqrt{2} + \sqrt{3})$        $B = \frac{1}{\sqrt{x-3}} + \frac{1}{\sqrt{x+3}}$

- Tìm tập xác định của B rồi rút gọn B
- Tính giá trị biểu thức A
- Tìm x để A = B

**Bài 2.** Cho các biểu thức

$$A = (\sqrt{45} + \sqrt{63})(\sqrt{7} - \sqrt{5}) \qquad B = \frac{1}{\sqrt{x-1}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}} + 1 \quad (\text{ĐK: } x \geq 0; x \neq 1)$$

- Tính giá trị biểu thức A và rút gọn biểu thức B
- Tìm x để A = B

**Bài 3.** Cho các biểu thức

$$A = \left( \frac{1}{1-\sqrt{3}} - \frac{1}{1+\sqrt{3}} \right) : \frac{1}{\sqrt{3}} \qquad B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}} - \frac{2\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} \quad (\text{ĐK: } x > 0; x \neq 1)$$

- Rút gọn các biểu thức A và B
- Tìm x để  $A = \frac{1}{6} B$

**Bài 4.** Cho biểu thức:  $P = \frac{x-5}{\sqrt{x-2}-\sqrt{3}}$

- Tìm tập xác định của biểu thức P
- Rút gọn P
- Tìm giá trị của x để P đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất đó

**Bài 5.** Cho các biểu thức

$$A = 10 - (\sqrt{32} - \sqrt{8} - \sqrt{27})(\sqrt{8} - \sqrt{32} - \sqrt{27})$$

$$B = \frac{1}{\sqrt{x-2}} + \frac{1}{\sqrt{x+2}} + \frac{2\sqrt{x}-1}{4-x} \quad (\text{ĐK: } x \geq 0; x \neq 4)$$

- Rút gọn A và B
- Tìm x để  $A \cdot B = -1$

**Bài 6.** Cho biểu thức  $Q = \frac{2}{2+\sqrt{x}} + \frac{1}{2-\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}}{x-4}$

- Rút gọn biểu thức Q
- Tìm x để  $Q = \frac{6}{5}$
- Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức Q có giá trị nguyên.

**Bài 7.** Cho biểu thức :  $A = \left( \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$

- Tìm tập xác định của biểu thức A
- Rút gọn biểu thức A
- Chứng minh rằng  $A > 0$  với mọi  $x \neq 1$
- Tìm x để A đạt GTLN, tìm GTLN đó

**Bài 8.** Cho biểu thức  $E = \left( \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} + 4\sqrt{x} \right) : \left( \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$

- Rút gọn biểu thức E
- Tìm x để  $E = 2$
- Tính giá trị của E khi  $x = (4 + \sqrt{15})(\sqrt{10} - \sqrt{6})\sqrt{4 - \sqrt{15}}$

**Bài 9.** Cho biểu thức  $P = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{2+5\sqrt{x}}{4-x}$

- Rút gọn P nếu  $x \geq 0, x \neq 4$
- Tìm x để  $P = 2$

**Bài 10.** Cho biểu thức  $Q = \left( \frac{1}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right) : \left( \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-2} - \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-1} \right)$

- Rút gọn Q với  $a > 0, a \neq 4$  và  $a \neq 1$
- Tìm giá trị của a để Q dương

**Bài 11.** Cho biểu thức :  $B = \left( \frac{2x+1}{\sqrt{x^3}-1} - \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} \right) \left( \frac{1+\sqrt{x^3}}{1+\sqrt{x}} - \sqrt{x} \right)$  với  $x \geq 0, x \neq 1$

- Rút gọn B
- Tìm x để  $B = 3$

**Bài 12.** Cho biểu thức  $C = \left( \frac{\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}} + \frac{x+9}{9-x} \right) : \left( \frac{3\sqrt{x}+1}{x-3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$  với  $x \geq 0, x \neq 9$

- Rút gọn C
- Tìm x sao cho  $C < -1$

**Bài 13.** Cho biểu thức  $P = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \left( \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1} \right)$

- Tìm điều kiện của x để P xác định
- Rút gọn P
- Tìm các giá trị của x để  $P < 0$
- Tính giá trị của P khi  $x = 4 - 2\sqrt{3}$

**Bài 14.** Cho biểu thức  $P = \left( \sqrt{x} - \frac{x+2}{\sqrt{x}+1} \right) : \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-4}{1-x} \right)$

- Rút gọn P
- Tìm x để  $P = \frac{1}{2}$
- Tìm GTNN của P và giá trị tương ứng của x.

**Bài 15.** Cho biểu thức  $P = \left( \frac{\sqrt{x}-2}{x-1} - \frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} \right) \left( \frac{1-x}{\sqrt{2}} \right)^2$

- Rút gọn P
- Chứng minh rằng nếu  $0 < x < 1$  thì  $P > 0$
- Tìm GTLN của P

**Bài 16.** Cho biểu thức  $P = \frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} + \frac{x+1}{\sqrt{x}}$

- Rút gọn P
- Tìm x để  $P = \frac{9}{2}$

**Bài 17.** Cho biểu thức  $P = \left( \frac{x\sqrt{x}+1}{x-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left( \sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right)$  với  $x \geq 0, x \neq 1$

- Rút gọn P
- Tìm x để  $P = 3$

**Bài 18.** Cho biểu thức:  $D = \left( \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} \right) : \left( \frac{1}{1-x} - \frac{1}{1+x} \right) + \frac{1}{x+1}$

- Rút gọn D.
- Tính giá trị của D khi  $x^2 - x = 0$
- Tìm giá trị của x khi  $D = \frac{3}{2}$

**Bài 19.** Cho biểu thức  $E = \left( \frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} \right) : \left( \frac{1}{x+1} - \frac{x}{1-x} + \frac{2}{x^2-2} \right)$

- Rút gọn E.
- Tính E khi  $x^2 - 9 = 0$
- Tìm giá trị của x để  $E = -3$
- Tìm x để  $E < 0$
- Tính x khi  $E - x - 3 = 0$

**Bài 20.** Rút gọn các biểu thức sau

$$A = \left( \frac{2x+1}{2x-1} - \frac{2x-1}{2x+1} \right) : \frac{4x}{10-5}$$

$$B = \left( \frac{1}{x^2+x} - \frac{2-x}{x+1} \right) : \left( \frac{1}{x} + x - 2 \right)$$

$$C = \frac{1}{x-1} - \frac{x^3-x}{x^2+1} \left( \frac{1}{x^2-2x+1} + \frac{1}{1-x^2} \right)$$

**Bài 21.** Cho  $M = \left( \frac{5x+2}{x^2-10x} + \frac{5x-2}{x^2+10x} \right) \frac{x^2-100}{x^2+4}$

- a) Tìm x để M có nghĩa.
- b) Rút gọn M
- c) Tính M khi x = 2004

**Bài 22.** Cho  $N = \frac{1}{x^2-2x+1} - \left( \frac{x}{x^2-1} - \frac{1}{x^3-x} \right) : \frac{x^2-2x+1}{x+x^3}$

- a) Tìm TXĐ của N
- b) Rút gọn N.
- c) Tính giá trị của N khi x = 2; x = -1.
- d) Tìm x để N = -1
- e) Chứng minh rằng N < 0 với mọi x thuộc TXĐ
- f) Tìm x để N > -1

**Bài 23.** Cho  $A = \left( \frac{\sqrt{a}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{a}} \right) \left( \frac{a-\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1} - \frac{a+\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} \right)$

- a) Rút gọn A
- b) Tìm a để A = 4; A > -6
- c) Tính A khi a<sup>2</sup> - 3 = 0

**Bài 24.** Cho biểu thức:  $A = \left( \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} + 4\sqrt{a} \right) \left( \sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right)$

- a) Rút gọn A.
- b) Tính A khi  $a = \frac{\sqrt{6}}{2+\sqrt{6}}$
- c) Tìm a để  $\sqrt{A} > A$

**Bài 25:** Cho biểu thức:  $B = \left( \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$

- a) Rút gọn B
- b) Chứng minh rằng: B > 0 với mọi x > 0 và x ≠ 1

**Bài 26:** Cho biểu thức:  $K = \left( \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{a-\sqrt{a}} \right) : \left( \frac{1}{\sqrt{a}-1} + \frac{2}{a-1} \right)$

- a) Rút gọn biểu thức K.

b) Tính giá trị của K khi  $a = 3 + 2\sqrt{2}$

c) Tìm giá trị của a sao cho  $K < 0$

**Bài 27:** Cho biểu thức:  $D = \frac{a^2 + \sqrt{a}}{a - \sqrt{a} + 1} - \frac{2a + \sqrt{a}}{\sqrt{a}} + 1$

a) Rút gọn D

b) Tìm a để  $D = 2$

c) Cho  $a > 1$  hãy so sánh D và  $|D|$

d) Tìm D min

**Bài 28:** Cho biểu thức:  $H = \frac{\sqrt{a} + 2}{\sqrt{a} + 3} - \frac{5}{a + \sqrt{a} - 6} + \frac{1}{2 - \sqrt{a}}$

a) Rút gọn H.

b) Tìm a để  $D < 2$ .

c) Tính H khi  $a^2 + 3a = 0$

d) Tìm a để  $H = 5$ .

**Bài 29:** Cho biểu thức:

$$N = 1 : \left( \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+1+\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}+1}{x-1} \right)$$

a) Rút gọn N.

b) So sánh N với 3.

**Bài 30:** Cho biểu thức:

$$M = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x-1}} - \frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{x-1}} - \frac{\sqrt{x^3} - x}{1 - \sqrt{x}}$$

a) Rút gọn M.

b) Tìm x để  $M > 0$ .

c) Tính M khi  $x = \frac{53}{9 - 2\sqrt{7}}$

