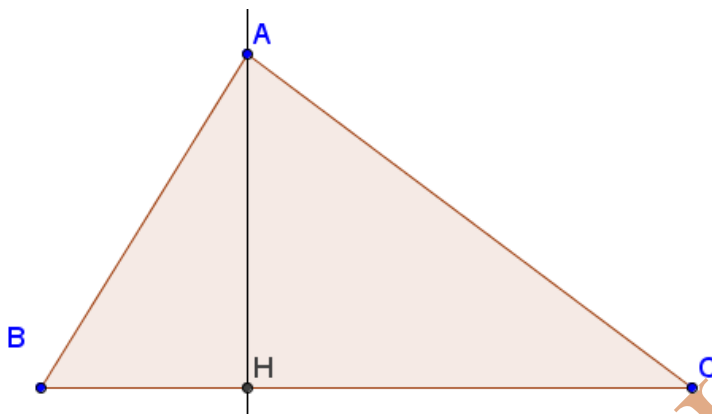


BA ĐƯỜNG CAO TRONG TAM GIÁC

A. LÝ THUYẾT

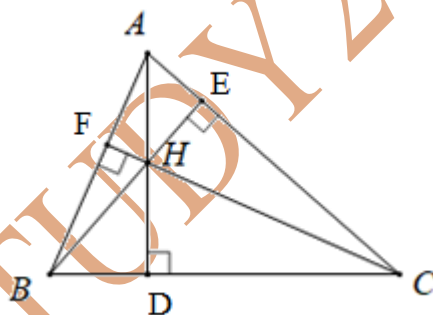
1. Định nghĩa

Đoạn vuông góc kẻ từ một đỉnh đến đường thẳng chứa cạnh đối diện gọi là đường cao của tam giác đó. Mỗi tam giác có ba đường cao.



2. Tính chất ba đường cao của tam giác

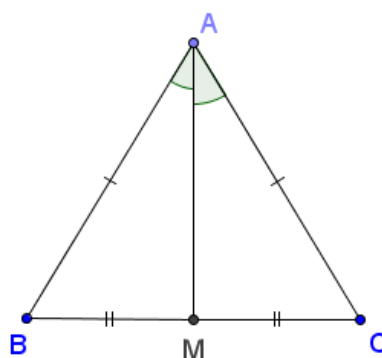
Định lý: Ba đường cao của tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm đó gọi là trực tâm của tam giác.



$$\begin{cases} AD \perp BC; BE \perp AC; CF \perp AB; \\ AD \cap BE \cap CF = \{H\} \end{cases}$$

3. Về đường cao, trung tuyến, trung trực, phân giác của tam giác cân.

Định lý 1: Trong một tam giác cân, đường trung tuyến ứng với cạnh đáy cũng đồng thời là đường phân giác, đường trung trực và đường cao của tam giác đó.



Định lí 2: Trong một tam giác, nếu có một đường trung tuyến đồng thời là đường phân giác thì tam giác đó là tam giác cân.

4. Về đường cao, trung tuyến, trung trực, phân giác của tam giác đều.

Trong một tam giác đều, trọng tâm, trực tâm và giao điểm của ba đường phân giác trùng nhau. Đồng thời điểm này cách đều ba đỉnh, cách đều ba cạnh của tam giác.

B. BÀI TẬP

B1. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho ΔABC , hai đường cao AM và BN cắt nhau tại H . Em hãy chọn phát biểu đúng:

- A. H là trọng tâm của ΔABC
- B. H là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC
- C. CH là đường cao của ΔABC
- D. CH là đường trung trực của ΔABC

Câu 2: Cho ΔABC cân tại A có AM là đường trung tuyến khi đó:

- A. $AM \perp BC$
- B. AM là đường trung trực của BC
- C. AM là đường phân giác của góc BAC
- D. Cả A, B, C đều đúng

Câu 3: Cho ΔABC cân tại A , trung tuyến AM . Biết $BC = 24\text{cm}$, $AM = 5\text{cm}$. Tính độ dài các cạnh AB và AC :

- A. $AB = AC = 13\text{cm}$
- B. $AB = AC = 14\text{cm}$
- C. $AB = AC = 15\text{cm}$
- D. $AB = AC = 16\text{cm}$

Câu 4: Đường cao của tam giác đều cạnh a có bình phương độ dài là

- A. $3a^2/4$
- B. $a^2/4$
- C. $3a^2/2$
- D. $3a/2$

Câu 5: Cho ΔABC nhọn, hai đường cao BD và CE . Trên tia đối của tia BD lấy điểm I sao cho $BI = AC$. Trên tia đối của tia CE lấy điểm K sao cho $CK = AB$. Chọn câu đúng:

- A. $AI > AK$
- B. $AI < AK$
- C. $AI = 2AK$
- D. $AI = AK$

Câu 6: Cho ΔABC nhọn, hai đường cao BD và CE . Trên tia đối của tia BD lấy điểm I sao cho $BI = AC$. Trên tia đối của tia CE lấy điểm K sao cho $CK = AB$. ΔAIK là tam giác gì?

- A. ΔAIK là tam giác cân tại B
- B. ΔAIK là tam giác vuông cân tại A
- C. ΔAIK là tam giác vuông
- D. ΔAIK là tam giác đều

Câu 7: Cho tam giác nhọn MNP có hai đường cao NE , PF bằng nhau và cắt nhau tại H .

- A. ΔMNP cân tại M

- B. $\triangle MEF$ cân tại M
- C. Tia MH vuông góc với BC
- D. A, B, C đều đúng

Câu 8: Cho tam giác ABC có góc $C = 45^\circ$, độ dài đường cao AH bằng 12cm và diện tích bằng 120cm^2 . Tính độ dài BH.

- A. 8cm
- B. 12cm
- C. 15cm
- D. A, B, C đều sai

Câu 9: Cho tam giác ABC có góc $B = 60^\circ$; góc $C = 50^\circ$. Hai đường cao AD và BE cắt nhau tại H. Tính số đo của góc BHC.

- A. 98°
- B. 108°
- C. 110°
- D. Một kết quả khác

Câu 10: Cho tam giác đều ABC. Ba đường cao AM, BN, CP cắt nhau tại O.

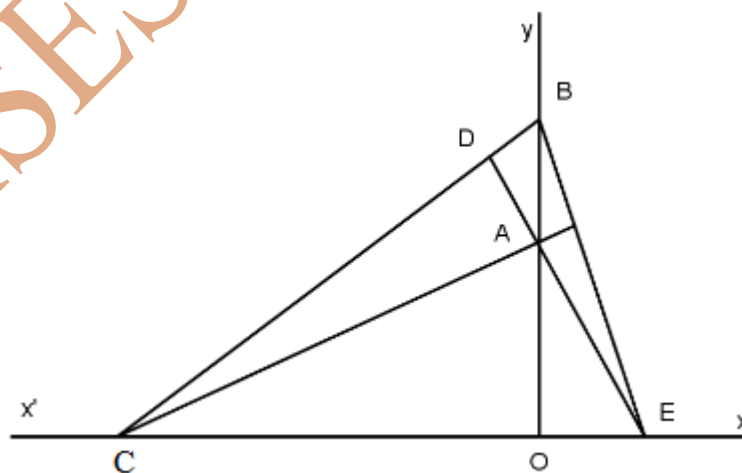
- A. $AM = BN = CP$
- B. là trọng tâm của ABC
- C. $OA = OB = OC$
- D. A, B, C đều đúng

B2. BÀI TẬP TỰ LUẬN

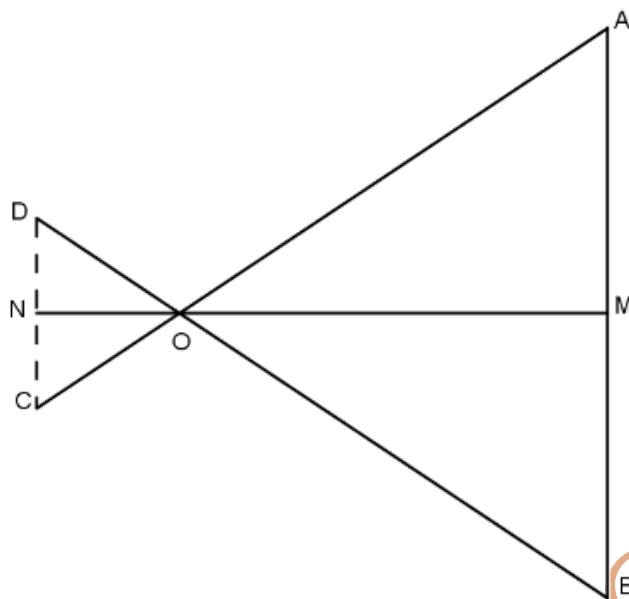
Bài 1: Gọi D là điểm nằm trên cạnh AB của tam giác vuông cân ABC ($A = 90^\circ$). Trên tia đối của tia AC lấy E sao cho $AE = AD$. Chứng minh rằng CD vuông với BE.

Bài 2: Cho đường thẳng xx' và một điểm O nằm trên đường thẳng ấy. Dựng tia Oy vuông góc với xx' . Trên tia Oy lấy hai điểm A và B nào đó sao cho A nằm giữa O và B, trên tia Ox' lấy điểm C. Gọi D là hình chiếu của A trên đường thẳng BC.

- a) Chứng tỏ rằng hai đường thẳng xx' và AD cắt nhau tại điểm E.
- b) Chứng minh: $AC \perp BE$
- c) Chứng minh rằng hai góc BAE và BCE bù nhau (tổng số đo hai góc bằng 180°).

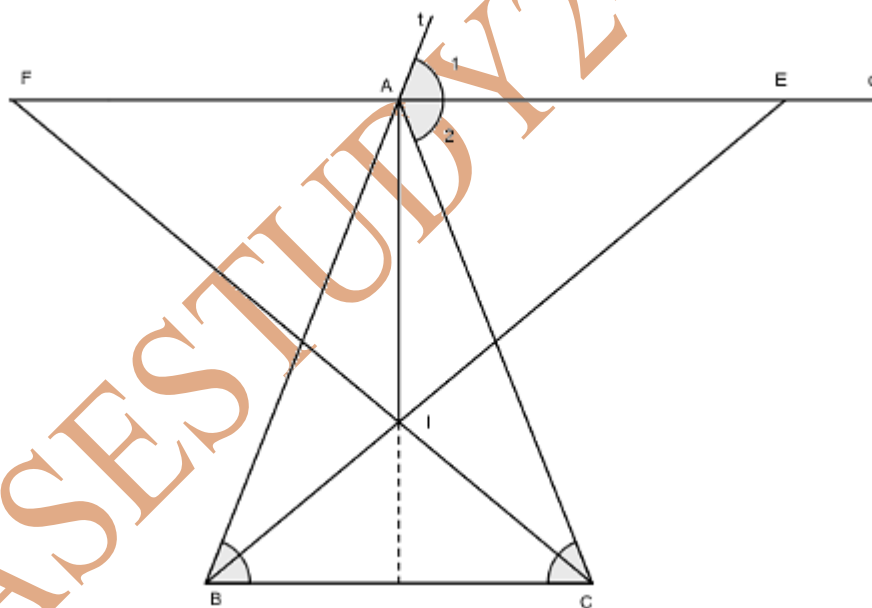


Bài 3: Cho hai đường thẳng xx' và yy' cắt nhau tại điểm O. Trên Ox, Ox' lần lượt lấy các điểm B, D sao cho $OA = OB$, $OC = OD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD. Chứng minh M, O, N thẳng hàng.



Bài 4: Cho tam giác ABC cân ở A. Qua A kẻ đường thẳng d song song với cạnh BC. Các đường phân giác của góc B và của góc C lần lượt cắt d tại các điểm E và F. Chứng minh rằng:

- d là phân giác ngoài của góc A.
- $AE = AF$



Bài 5: Cho đoạn thẳng AB và điểm M nằm giữa A và B ($MA < MB$). Vẽ tia Mx vuông góc với AB, trên tia đó lấy hai điểm C và D sao cho $MA = MC$, $MD = MB$. Tia AC cắt BD ở E. Chứng minh rằng:

- AE vuông góc với BD.
- D là trực tâm của tam giác ABC

Bài 6: Cho góc $xOy = 50^\circ$. Trên tia Ox lấy điểm A. Qua A kẻ đường thẳng vuông góc với Oy ở D. Trên tia đối của tia DO lấy điểm , qua B kẻ đường thẳng vuông góc với Ox ở E, BE cắt AD ở I.

- a) Chứng minh OI vuông góc với AB
- b) Tính góc AIC

Bài 7: Cho tam giác ABC có $\angle BAC = 135^\circ$. Từ B và C lần lượt kẻ BD và CE vuông góc với đường thẳng AC và AB tại D và E gọi AH là đường cao của tam giác ABC.

- a) Chứng minh các tam giác ABD và ACE là các tam giác vuông cân.
- b) Có thể khẳng định rằng AH, BD, CE cùng đi qua một điểm không? vì sao

Bài 8: Cho tam giác ABC cân ở A, hai đường cao BD và CE cắt nhau ở I (D thuộc AC, E thuộc AB). Tia AI cắt BC ở M. Chứng minh rằng:

- a) M là trung điểm của BC
- b) Tam giác MED là tam giác cân.

Bài 9: Cho tam giác ABC vuông tại A. Đường cao AH, gọi M và N lần lượt là trung điểm của AH và CH. Chứng minh

- a) M là trực tâm của tam giác ANB
- b) BM vuông góc với AN.

Bài 10: Cho tam giác nhọn ABC, $AB < AC$, đường cao AH.

- a) Chứng minh góc BAH nhỏ hơn góc HAC.
- b) Trên đoạn HC lấy điểm D sao cho $HD = HB$. Chứng minh tam giác ABD là tam giác cân.
- c) Từ D kẻ DE vuông góc với AC, từ C kẻ CF vuông góc với AD. Chứng minh rằng AH, DE, CF cùng đi qua một điểm.

Bài 11: Cho tam giác ABC cân ở A. Trên nửa mặt phẳng bờ BC có chứa đỉnh A vẽ tia Cx vuông góc với BC, tia này cắt BA tại điểm F.

- a) Chứng minh A là trung điểm của BF.
- b) Gọi M và N lần lượt là trung điểm BC, FC chứng minh rằng AM vuông góc với AN.

Bài 12: Cho tam giác ABC cân tại A, biết rằng góc A bằng 30° . Kẻ đường cao BD và trên tia BD lấy điểm K sao cho $BK = AB$.

- a) Chứng minh rằng ABK là tam giác đều.
- b) Gọi H là trực tâm của tam giác ABC. Chứng minh rằng: $CH = 2CD$.

Bài 13: Cho tam giác nhọn ABC, hai đường cao BM, CN. Trên tia đối của tia BM lấy điểm D sao cho $BD = AC$, trên tia đối của tia CN lấy điểm E sao cho $CE = AB$. Chứng minh:

- a) Góc ACE bằng góc ABD
- b) Tam giác ACE bằng tam giác BDA
- c) Tam giác AED vuông cân.

Bài 14: Cho tam giác nhọn ABC, hai đường cao AD và BE. Gọi M là trung điểm của AB.

- a) Chứng minh tam giác DME cân
- b) Gọi I là trung điểm của DE. Chứng minh IM là đường trung trực của DE
- c) Tính góc C nếu biết MD vuông góc với ME