

CHUYÊN ĐỀ: HÌNH TRỤ, HÌNH NÓN, HÌNH CẦU**A. LÝ THUYẾT****Dạng 1. Hình trụ****1. Đặc điểm**

Khi quay hình chữ nhật ABO'O một vòng quanh cạnh OO' cố định, ta được một hình trụ.

- Hai hình tròn (O) và (O') bằng nhau; nằm trong hai mặt phẳng song song được gọi là hai đáy của hình trụ.
- Đường thẳng OO' được gọi là trục của hình trụ.
- Mỗi vị trí của AB được gọi là một đường sinh. Các đường sinh vuông góc với hai mặt phẳng đáy. Độ dài của đường sinh là chiều cao của hình trụ.

2. Diện tích – Thể tích

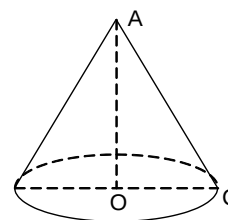
Cho hình trụ có bán kính đáy R và chiều cao h.

- Diện tích xung quanh: $S_{xq} = 2\pi Rh$
- Diện tích toàn phần: $S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2$
- Thể tích: $V = \pi R^2 h$

Dạng 2. Hình nón - Hình nón cụt**1. Hình nón**

Khi quay tam giác vuông một vòng quanh cạnh OA cố định thì được một **hình nón**.

- Điểm A được gọi là **đỉnh** của hình nón.
- Hình tròn (O) được gọi là **đáy** của hình nón.
- Mỗi vị trí của AC được gọi là một **đường sinh** của hình nón.
- Đoạn AO được gọi là **đường cao** của hình nón.

**2. Diện tích – Thể tích hình nón**

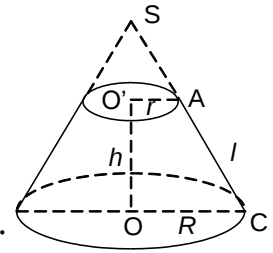
Cho hình nón có bán kính đáy R và đường sinh l, chiều cao h.

- Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi Rl$
- Diện tích toàn phần: $S_{tp} = \pi Rl + \pi R^2$
- Thể tích: $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$

3. Hình nón cụt

Khi cắt hình nón bởi một mặt phẳng song song với đáy thì phần hình nón nằm giữa mặt phẳng cắt trên và mặt phẳng đáy được gọi là một **hình nón cụt**.

- Hai hình tròn (O) và (O') được gọi là hai đáy.
- Đoạn OO' được gọi là trục. Độ dài OO' là chiều cao.
- Đoạn AC được gọi là đường sinh.



4. Diện tích – Thể tích hình nón cụt

Cho hình nón cụt có các bán kính đáy R và r , chiều cao h , đường sinh l .

- Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi(R+r)l$
- Thể tích: $V = \frac{1}{3}\pi h(R^2 + Rr + r^2)$

Dạng 3. Hình cầu

1. Đặc điểm

Khi quay nửa hình tròn tâm O, bán kính R một vòng quanh đường kính AB cố định thì được một **hình cầu**.

Điểm O được gọi là **tâm**, R là **bán kính** của hình cầu hay mặt cầu đó.

2. Diện tích – Thể tích

- Diện tích mặt cầu: $S = 4\pi R^2$
- Thể tích hình cầu: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

B. BÀI TẬP

B1. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho hình chữ nhật ABCD($AB = 2a$; $BC = a$). Quay hình chữ nhật đó xung quanh BC thì được hình trụ có thể tích V_1 ; quay quanh AB thì được hình trụ có thể tích V_2 . Khi đó, ta có:

- A. $V_1 = V_2$
B. $V_1 = 2V_2$
C. $V_2 = 2V_1$
D. $V_1 = 4V_2$

Câu 2: Cho tam giác ABC vuông tại A biết $AB = 3\text{cm}$, $AC = 2\text{cm}$, người ta quay tam giác ABC quanh cạnh AC được hình nón, khi đó thể tích hình nón bằng:

- A. 6π
B. 12
C. 4π
D. 18

Câu 3: Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB = 6 (cm) cố định. Quay nửa hình tròn đó quanh AB thì được một hình cầu có thể tích bằng:

- A. 288π
B. 9π
C. 27π
D. 36π

Câu 4: Hình chữ nhật ABCD, $AB = 10\text{cm}$, $AD = 12\text{cm}$, quay hình chữ nhật ABCD quanh cạnh AB, thể tích hình sinh ra là:

- A. 300π B. 1440π

C. 1200π D. 600π **Câu 5:** Hình nón có bán kính đáy 10cm, chiều cao 9cm thể tích của hình nón là:

A. 912

C. 932

B. 942

D. 952

Câu 6: Tam giác ABC vuông tại A có $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$. Thể tích hình sinh ra khi quay tam giác ABC quanh AB là:A. 24π C. 96π B. 32π D. 128π **Câu 7:** Một hình nón có diện tích xung quanh là 72π , bán kính đáy là 6cm. Độ dài đường sinh là:

A. 6cm

C. 12cm

B. 8cm

D. 13cm

Câu 8: Cho tam giác ABC vuông cân tại A, có cạnh $AB = a$ và cung tròn BC có tâm A bán kính a. Quay tam giác ABC và Cung BC quanh cạnh AB, thì phần khối cầu nằm ngoài khối nón là:A. $\frac{2\pi a^3}{3}$ C. $\frac{\pi a^3}{3}$ B. $2\pi a^3$ D. πa^3 **Câu 9:** Cho hình trụ ABCD nội tiếp khối cầu tâm O bán kính R, biết $AB = R$. Thể tích của khối cầu nằm ngoài khối trụ là:A. $\frac{\pi R^3}{6}(4 - 3\sqrt{3})$ C. $\frac{\pi R^3}{3}(8 - 3\sqrt{3})$ B. $\frac{\pi R^3}{12}(8 - 3\sqrt{3})$ D. $\frac{\pi R^3}{12}(16 - 3\sqrt{3})$ **Câu 10:** Hai hình trụ và hình nón có cùng bán kính đáy và đường cao. Gọi V_1 là thể tích hình trụ, V_2 là thể tích hình nón. Tỷ số V_1/V_2 là:A. $1/3$ C. $2/3$

B. 3

D. $4/3$ **Câu 11:** Cho hình chữ nhật MNPQ có $MN = 4\text{cm}$, $MQ = 3\text{cm}$. Khi quay hình chữ nhật đã cho một vòng quanh cạnh MN ta được một hình trụ có thể tích bằng:

A. 48

C. 24π B. 36π D. 72π **Câu 12:** Một hình cầu có diện tích mặt cầu bằng $64\pi (\text{cm}^2)$. Thể tích hình cầu đó bằng:A. $32/3\pi$ C. 64π B. $256/3\pi$ D. 256π

Câu 13: Cho hình chữ nhật có chiều dài là 3m, chiều rộng là 2m. Quay hình chữ nhật đó một vòng quanh chiều dài của nó ta được một hình trụ, khi đó diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng:

- A. 6π C. 12π
B. 8π D. 18π

Câu 14: Một hình trụ có diện tích đáy và diện tích xung quanh đều bằng $324(\text{m}^2)$. Khi đó chiều cao của hình trụ là:

- A. 3,14 m C. 5,08m
B. 31,4m D. 10m

Câu 15: Cho hình chữ nhật có chiều dài 4cm, chiều rộng 3cm. Quay quanh hình chữ nhật đó một vòng quanh chiều dài của nó ta được một hình trụ. Diện tích xung quanh của hình trụ đó là:

- A. 12π C. 24π
B. 48π D. 36π

Câu 16: Cho tam giác MNP vuông tại M, $MP = 3\text{cm}$, $MN = 4\text{cm}$. Quay tam giác đó một vòng quanh cạnh MN được một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó là:

- A. 10π C. 15π
B. 20π D. 12π

Câu 17: Hình trụ có chiều cao $h = 8(\text{cm})$ và bán kính đáy là 3cm thì diện tích xung quanh là:

- A. 16π C. 32π
B. 24π D. 48π

Câu 18: Một hình trụ có bán kính đáy là 7cm, diện tích xung quanh bằng 352cm^2 . Khi đó chiều cao của hình trụ gần bằng là:

- A. 3,2cm C. 1,8cm
B. 4,6cm D. 8cm

Câu 19: Chiều cao của một hình trụ bằng bán kính đáy. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng 314cm^2 . Khi đó bán kính của hình trụ và thể tích của hình trụ là :

- A. $R = 7,07(\text{cm})$; $V = 1110,72(\text{cm}^3)$ C. $R = 6,03(\text{cm})$; $V = 1210,65(\text{cm}^3)$
B. $R = 7,05(\text{cm})$; $V = 1120,52(\text{cm}^3)$ D. $R = 7,17(\text{cm})$; $V = 1010,32(\text{cm}^3)$

Câu 20: Nhấn chìm hoàn toàn một khối sắt nhỏ vào một lọ thủy tinh có dạng hình trụ. Diện tích đáy lọ thủy tinh là $12,8\text{cm}^2$. Nước trong lọ dâng lên thêm 8,5mm. Khi đó thể tích khối sắt bằng:

- A. $12,88\text{cm}^3$ C. $11,8\text{cm}^3$
B. $12,08\text{cm}^3$ D. $13,7\text{cm}^3$

B2. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Dạng 1. Hình trụ

Bài 1. Một hình trụ có bán kính đáy bằng $\frac{1}{4}$ đường cao. Khi cắt hình trụ này bằng một mặt phẳng đi qua trục thì mặt cắt là một hình chữ nhật có diện tích là 50cm^2 . Tính diện tích xung quanh và thể tích hình trụ.

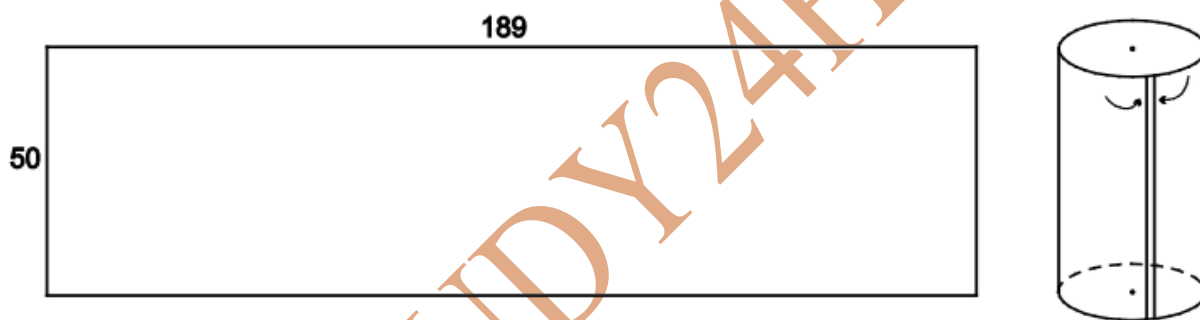
Bài 2. Một hình trụ có đường cao bằng đường kính đáy. Biết thể tích của hình trụ là $128\pi\text{cm}^3$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

Bài 3. Một hình trụ có bán kính đáy là 3cm . Biết diện tích toàn phần gấp đôi diện tích xung quanh. Tính chiều cao của hình trụ?

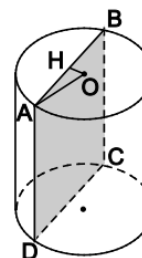
Bài 4. Một hình trụ có diện tích xung quanh là $20\pi\text{cm}^2$ và diện tích toàn phần là $28\pi\text{cm}^2$. Tính thể tích của hình trụ đó?

Bài 5. Từ một tấm tôn hình chữ nhật, kích thước $50\text{cm} \times 189\text{cm}$ người ta cuộn tròn lại thành mặt xung quanh của một hình trụ cao 50cm . Hãy tính:

- Diện tích tôn để làm hai đáy.
- Thể tích của hình trụ được tạo thành.



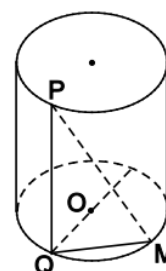
Bài 6. Một hình trụ với ABCD là một mặt cắt song song với trục. Diện tích mặt cắt là 96cm^2 , $AB = 8\text{cm}$. Biết tâm O cách AB là 3cm . Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình trụ.



Bài 7. Một hình trụ có diện tích toàn phần bằng $432\pi\text{cm}^2$ và chiều cao bằng 5 lần bán kính đáy. Chứng minh rằng diện tích xung quanh bằng 10 lần diện tích đáy.

Bài 8. Cho hình trụ có bán kính đáy là 10cm và diện tích xung quanh là $420\pi\text{cm}^2$. Vẽ một đường sinh PQ cố định. Lấy điểm M trên đường tròn đáy, có chứa điểm Q.

- Xác định vị trí của điểm M để PM lớn nhất.
- Tính giá trị lớn nhất đó.



Bài 9. Một hình trụ có bán kính đáy bằng chiều cao. Cắt hình trụ này bằng một mặt phẳng chứa trục ta được một mặt cắt có diện tích là 80cm^2 . Tính diện tích toàn phần của hình trụ.

Bài 10. Một hình trụ có chiều cao bằng $\frac{3}{4}$ đường kính đáy. Biết thể tích của nó là $768\pi \text{ cm}^3$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

Bài 11. Một hộp bánh hình trụ có chiều cao nhỏ hơn bán kính đáy là 1,5cm. Biết thể tích của hộp là $850\pi \text{ cm}^3$, tính diện tích vỏ hộp?

Bài 12. Một hình trụ có diện tích toàn phần gấp hai lần diện tích xung quanh. Biết bán kính đáy hình trụ là 6cm. Tính thể tích hình trụ.

Bài 13. Một chậu hình trụ cao 20cm. Diện tích đáy bằng nửa diện tích xung quanh. Trong chậu có nước cao đến 15cm. Hỏi phải thêm bao nhiêu nước vào chậu để nước vừa đầy chậu?

Bài 14. Một viên than tổ ong có dạng hình trụ, đường kính đáy là 14mm, chiều cao là 100mm. Viên than này có 19 lỗ “tổ ong” hình trụ có trục song song với trục của viên than, mỗi lỗ có đường kính 12mm. Tính thể tích nhiên liệu đã được nén của mỗi viên than (làm tròn đến cm^3).

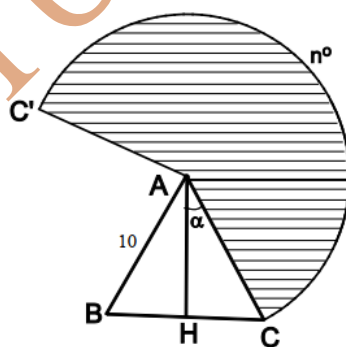
Dạng 2. Hình nón - Hình nón cụt

Bài 1. Một hình nón có đường cao bằng 24cm và thể tích bằng $800\pi \text{ cm}^3$. Tính diện tích toàn phần của hình nón này.

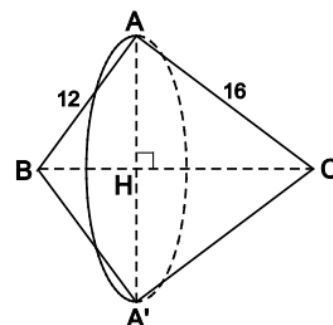
Bài 2. Mặt cắt chứa trục của một hình nón là một tam giác đều có diện tích là $9\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Tính thể tích của hình nón đó.

Bài 3. Khai triển một hình nón theo một đường sinh rồi trải phẳng ra ta được một hình quạt tròn có bán kính 10cm và có diện tích là $60\pi \text{ cm}^2$.

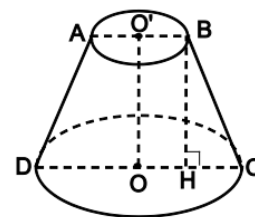
- Tính số đo cung của hình quạt;
- Tính số đo nửa góc ở đỉnh của hình nón.



Bài 4. Cho tam giác vuông tại A, $AB = 12\text{cm}$, $AC = 16\text{cm}$. Quay tam giác này một vòng quanh cạnh BC. Tính diện tích toàn phần của hình tạo thành.



Bài 5. Một hình nón cắt có các bán kính đáy là 21cm và 49cm. Biết diện tích xung quanh của nó là $3710\pi \text{ cm}^2$, tính thể tích của hình nón cắt.



Bài 6. Một hình nón có bán kính đáy bằng 6cm, chiều cao bằng trung bình cộng của bán kính đáy và đường sinh. Chứng minh rằng hình nón này có số đo diện tích toàn phần (tính bằng cm^2) đúng bằng số đo thể tích (tính bằng cm^3).

Bài 7. Một hình nón đỉnh S có bán kính đáy bằng 9cm và chiều cao $SO = 21,6\text{cm}$. Cắt hình nón bởi một mặt phẳng song song với đáy tạo ra một hình nón cắt có chiều cao 12cm. Tính diện tích xung quanh của hình nón cắt.

Bài 8. Cho tam giác ABC vuông tại C. Biết $BC = a$, $AC = b$. Quay tam giác vuông này một vòng lần lượt quanh cạnh AC và BC, được một hình nón đỉnh A và một hình nón đỉnh B. Hãy so sánh tỷ số thể tích của hai hình nón và tỷ số diện tích xung quanh của hai hình nón ấy.

Bài 9. Một hình quạt tròn có bán kính 20 cm và góc ở tâm là 144° . Người ta uốn hình quạt này thành một hình nón. Tính số đo nửa góc ở đỉnh của hình nón đó.

Bài 10. Một hình nón có đường sinh dài 15 cm và diện tích xung quanh là $135\pi \text{ cm}^2$.

- Tính chiều cao của hình nón đó.
- Tính diện tích toàn phần và thể tích của hình nón đó.

Bài 11. Một chiếc xô hình nón cắt làm bằng tôn để đựng nước. Các bán kính đáy là 14 cm và 9 cm, chiều cao là 23 cm.

- Tính dung tích của xô.
- Tính diện tích tôn để làm xô (không kể diện tích các chỗ ghép).

Bài 12. Từ một khúc gỗ hình trụ cao 15 cm, người ta tiện thành một hình nón có thể tích lớn nhất. Biết phần gỗ bỏ đi có thể tích là $640\pi \text{ cm}^3$.

- Tính thể tích khúc gỗ hình trụ.
- Tính diện tích xung quanh hình nón.

Dạng 3. Hình cầu

Bài 1. Hai hình cầu có hiệu các bán kính bằng 3cm và hiệu các thể tích bằng $1332\pi \text{ cm}^3$. Tính hiệu các diện tích của hai mặt cầu.

Bài 2. Một hình cầu nội tiếp một hình nón bán kính đáy bằng 6cm và đường sinh bằng 10cm. Chứng minh rằng diện tích đáy hình nón bằng diện tích mặt cầu.

Bài 3. Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp đường tròn đường kính AD. Gọi H là giao điểm của AD và BC. Quay hình vẽ một vòng quanh đường kính AD cố định ta được hai hình nón

nội tiếp một hình cầu. Biết $AH = 24\text{cm}$; $DH = 6\text{cm}$, hãy tính:

- Thể tích của hình cầu được tạo thành;
- Thể tích hình nón đỉnh A đáy là hình tròn đường kính BC.

Bài 4. Một hình cầu nội tiếp trong một hình trụ. Cho biết diện tích mặt cầu là 60 cm^2 . Hãy tính:

- Diện tích toàn phần của hình trụ.
- Thể tích hình trụ

Bài 5. Một hình cầu có diện tích bề mặt là $100\pi\text{ m}^2$. Tính thể tích hình cầu đó.

Bài 6. Một hình cầu nội tiếp một hình lập phương cạnh 12cm . Tính thể tích phần không gian bên ngoài hình cầu và bên trong hình lập phương.

Bài 7. Một hình cầu có bán kính bằng bán kính đáy của một hình nón. Biết đường sinh của hình nón bằng 12cm và diện tích xung quanh của hình nón bằng diện tích mặt cầu. Tính thể tích hình cầu.

Bài 8. Một chiếc thuyền thúng có dạng nửa hình cầu, có khối lượng 45kg , người chèo thuyền khối lượng 65kg . Biết đường kính của thuyền là $1,2\text{m}$ và trên thuyền có thêm $2,4$ tạ cá, hỏi nước có ngập đến mép thuyền không? Biết khối lượng riêng của nước là 1 kg/dm^3 .

Bài 9. Cho tam giác đều ABC cạnh a , đường cao AH. Ta quay nửa đường tròn nội tiếp, nửa đường tròn ngoại tiếp tam giác đều này và tam giác vuông ABH một vòng quanh AH, được hai mặt cầu và một hình nón. Tính:

- Tỉ số diện tích hai mặt cầu nội tiếp và ngoại tiếp hình nón.
- Tỉ số thể tích của hai hình cầu nói trên.
- Thể tích phần không gian giới hạn bởi hình nón và hình cầu ngoại tiếp hình nón.

Bài 10. Một bình thủy tinh hình trụ chứa nước. Trong bình có một vật rắn hình cầu ngập hoàn toàn trong nước. Khi người ta lấy vật rắn đó ra khỏi bình thì mực nước trong bình giảm đi $48,6\text{mm}$. Biết đường kính bên trong của đáy bình là 50mm , tính bán kính của vật hình cầu.

