

QUAN HỆ ĐƯỜNG VUÔNG GÓC ĐƯỜNG XIÊN VÀ HÌNH CHIẾU

A. LÝ THUYẾT

a) Đường vuông góc, đường xiên, hình chiếu của đường xiên.

- Đoạn thẳng AH là đoạn vuông góc (đường vuông góc) kẻ từ điểm A đến đường thẳng d; điểm H gọi là chân của đường vuông góc và hình chiếu của điểm A xuống đường thẳng d.
- Đoạn thẳng AB, AC, AD gọi là một đường xiên kẻ từ điểm A đến đường thẳng d.
- Đoạn thẳng HB, HC, HD gọi là hình chiếu của đường xiên AB, AC, AD trên đường thẳng d.

b) Quan hệ giữa đường vuông góc và đường xiên

- Định lí 1: Trong các đường vuông góc và đường xiên kẻ từ một điểm nằm ngoài một đường thẳng đến đường thẳng đó, đường vuông góc ngắn hơn mọi đường xiên

$$AH \perp a \Rightarrow AH < AC, AH < AD$$

c) Quan hệ giữa đường xiên và hình chiếu

- Định lí 2: Trong hai đường xiên kẻ từ một điểm nằm ngoài một đường thẳng đến đường thẳng đó:

- Đường xiên nào có hình chiếu lớn hơn thì lớn hơn

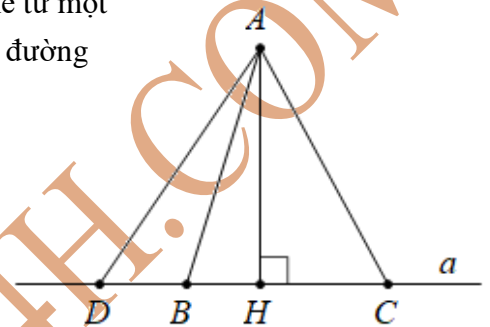
$$AH \perp a, HD > HC \Rightarrow AD > AC$$

- Đường xiên nào lớn hơn thì có hình chiếu lớn hơn

$$AH \perp a, AD > AC \Rightarrow HD > HC$$

- Nếu hai đường xiên bằng nhau thì hai hình chiếu bằng nhau; nếu hai hình chiếu bằng nhau thì hai đường xiên bằng nhau.

$$AB = AC \Leftrightarrow HB = HC$$



B. BÀI TẬP

B1: TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Chọn phát biểu sai trong các phát biểu sau:

- A. Trong các đường xiên và đường vuông góc kẻ từ một điểm ở ngoài một đường thẳng đến đường thẳng đó, đường vuông góc là đường lớn nhất.
- B. Trong hai đường xiên kẻ từ một điểm nằm ngoài một đường thẳng đến đường thẳng đó thì đường xiên nào có hình chiếu lớn hơn thì lớn hơn.
- C. Trong hai đường xiên kẻ từ một điểm nằm ngoài một đường thẳng đến đường thẳng đó thì đường xiên nào lớn hơn có hình chiếu nhỏ hơn.
- D. Trong hai đường xiên kẻ từ một điểm nằm ngoài một đường thẳng đến đường thẳng đó nếu hai đường xiên bằng nhau thì hai hình chiếu bằng nhau và ngược lại nếu hai hình chiếu bằng nhau thì hai đường xiên bằng nhau.

Câu 2: Cho ba điểm A, B, C thẳng hàng, B nằm giữa A và C. Trên đường thẳng vuông góc với AC tại B ta lấy điểm H. Khi đó:

- A. $AH < BH$
- B. $AH < AB$
- C. $AH > BH$
- D. $AH = BH$

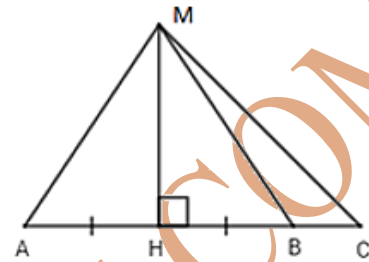
Câu 3: Trong tam giác ABC có chiều cao AH:

- A. Nếu $BH < HC$ thì $AB < AC$
- B. Nếu $AB < AC$ thì $BH < HC$
- C. Nếu $BH = HC$ thì $AB = AC$
- D. Cả A, B, C đều đúng

Câu 4: Cho hình vẽ sau:

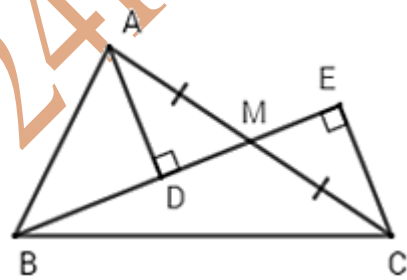
Chọn đáp án sai trong các đáp án sau:

- A. $MA > MH$
- B. $HB < HC$
- C. $MA = MB$
- D. $MC < MA$



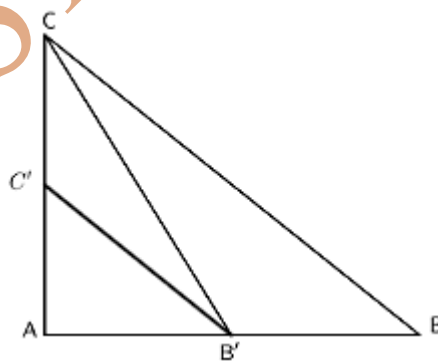
Câu 5: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, M là trung điểm của AC. Gọi D, E lần lượt là hình chiếu của A và C xuống đường thẳng BM. So sánh $BD + BE$ và AB

- A. $BD + BE > 2AB$
- B. $BD + BE < 2AB$
- C. $BD + BE = 2AB$
- D. $BD + BE < AB$



B2: TỰ LUẬN

Bài 1: Cho tam giác ABC vuông tại A. Lấy điểm B' trên cạnh AB, lấy điểm C' trên cạnh AC. So sánh B'C và BC.



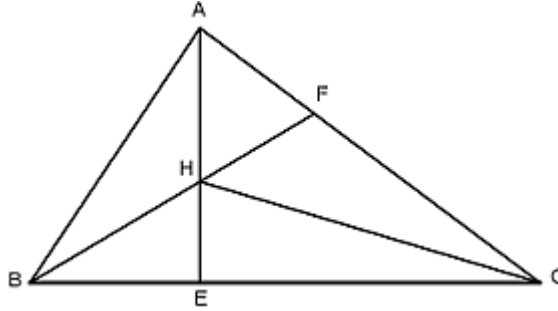
Bài 2: Cho $\triangle ABC$, kẻ $AH \perp BC$ tại H. Chứng minh rằng:

- a) $AH < \frac{1}{2}(AB + AC)$
- b) Kẻ $BK \perp AC$ tại K, $CL \perp AB$ tại L. Chứng minh $AH + BK + CL < AB + BC + CA$

Bài 3: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A và tia phân giác CP. Chứng minh:

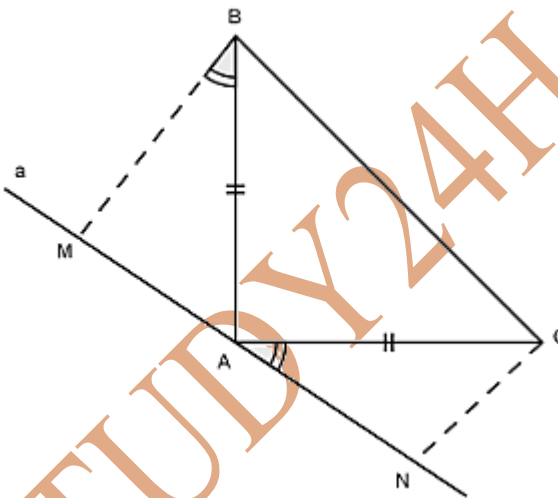
- a) $PA > CA$
- b) $CP < CB$

Bài 4: Cho ΔABC biết $C < B < 90^\circ$. Kẻ $AE \perp BC, BF \perp AC$ ($E \in BC, F \in AC$). Gọi H là giao điểm của AE và BF. Chứng minh rằng $HB < HC$.



Bài 5: Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Một đường thẳng a bất kì đi qua A. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của B và C lên a.

- Chứng minh CN bằng hình chiếu của AB trên xy.
- Chứng minh rằng khi $a \parallel BC$ thì các hình chiếu của AB và AC trên a bằng nhau.



Bài 6: Cho tam giác ΔABC vuông tại A. Kẻ $AH \perp BC$. Trên cạnh huyền BC lấy điểm D sao cho $BD = AE$. Trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $AE = AH$.

Chứng minh rằng $DE \perp AC$, từ đó suy ra $BC + AH > AC + AB$.

