

CHUYÊN ĐỀ 2. BÀI TOÁN THIẾT DIỆN**A. Lý thuyết**

Dạng 1: Thiết diện của hình đa diện với mặt phẳng (α) biết (α) đi qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng.

Phương pháp:

- Xác định giao tuyến của mặt phẳng (α) với từng mặt của hình đa diện.
- Nối các đoạn giao tuyến lại ta được thiết diện cần tìm.

Dạng 2: Thiết diện của một hình đa diện với mặt phẳng (α) , biết (α) chứa a và song song với đường thẳng b.

Phương pháp:

- Chọn mặt phẳng $(\beta) \supset b$.
- Tìm một điểm chung M của hai mặt phẳng (α) và (β) .
- Tìm $Mx = (\alpha) \cap (\beta)$, khi đó $Mx \parallel a \parallel b$.
- Xác định giao tuyến của mặt phẳng (α) với các mặt của hình đa diện.
- Nối các đoạn giao tuyến lại ta được thiết diện cần tìm.

Dạng 3: Thiết diện của hình đa diện với mặt phẳng (α) , biết mặt phẳng (α) qua M và song song với hai đường thẳng a và b.

Phương pháp:

- Qua (α) kẻ hai đường thẳng (α) lần lượt song song với hai đường thẳng (α) .
- Tìm điểm chung của (α) với một mặt nào đó của hình đa diện
- Mặt phẳng nào chứa điểm chung và chứa đường thẳng (α) hoặc (α) thì tiếp tục kẻ đường thẳng qua điểm chung và song song với đường thẳng (α) hoặc (α) cho đến khi thiết diện được hình thành.

Dạng 4: Thiết diện của hình đa diện với mặt phẳng (α) biết (α) đi qua một điểm cho trước và song song với mặt phẳng (β) .

Phương pháp:

- Chọn mặt phẳng (γ) chứa điểm thuộc mặt phẳng (α) sao cho giao tuyến của (β) và (γ) là dễ tìm.
- Xác định giao tuyến $d = (\beta) \cap (\gamma)$.
- Kết luận giao tuyến của (α) và (γ) là đường thẳng qua điểm thuộc (α) và song song d.
- Tiếp tục làm quá trình này cho đến khi thiết diện được hình thành.

Dạng 5: Thiết diện của hình đa diện với mặt phẳng (α) biết (α) qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.

Phương pháp:

Để tìm thiết diện của khối đa diện S với mặt phẳng (α) , biết (α) đi qua điểm M cho trước và vuông góc với đường thẳng d cho trước, làm như sau:

- Tìm hai đường thẳng cắt nhau hay chéo nhau a, b cùng vuông góc với d .
- Xác định mặt phẳng (α) theo một trong bốn trường hợp:

(I)	: $a \subset (\alpha)$	$b \subset (\alpha)$	$M \in (\alpha)$
(II)	: $a // (\alpha)$	$b // (\alpha)$	$M \in (\alpha)$
(III)	: $a \subset (\alpha)$	$b // (\alpha)$	$M \in (\alpha)$
(IV)	: $a // (\alpha)$	$b \subset (\alpha)$	$M \in (\alpha)$

Dạng 6: Thiết diện của hình đa diện với mặt phẳng (α) biết (α) chứa đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (β) .

Phương pháp:

- Từ một điểm $M \in d$ ta dựng đường thẳng a qua M và vuông góc với (β) . Khi đó: $(\alpha) = (d, a)$.
- Tìm giao tuyến của (α) với các mặt của hình đa diện.

Dạng 7: Thiết diện của hình đa diện với mặt phẳng (α) biết (α) chứa đường thẳng d và tạo với mặt phẳng (β) một góc φ .

Phương pháp:

- Sử dụng các công thức lượng giác, tính chất giao điểm và trung tuyến ...
- Từ đó, xác định các đoạn giao tuyến và tìm được thiết diện.

B. Bài tập

Bài 1. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của BC và BD ; E là một điểm thuộc cạnh AD khác với A và D . Xác định thiết diện của hình tứ diện khi cắt bởi mặt phẳng (IJE) .

Bài 2. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'B'$, CC' . Dựng thiết diện của hình lăng trụ với mặt phẳng (AMN) .

Bài 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang với các cạnh đáy là AB và CD . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC . G là trọng tâm của ΔSAB . Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (IJG) .

Bài 4. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AC và BC . Gọi K là một điểm trên cạnh BD . Xác định thiết diện của tứ diện với mặt phẳng (IJK) .

Bài 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo hình bình hành. Một mặt phẳng (α) qua O , song song với SA, CD . Tìm thiết diện tạo bởi (α) và hình chóp.

- Bài 6.** Cho hình chóp S.ABCD, đáy ABCD là hình thang cân có AD không song song với BC. Gọi M là trung điểm của AD và (α) là mặt phẳng qua M, song song với SA, BD. Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng.
- Bài 7.** Cho tứ diện ABCD. Gọi E là một điểm nằm trên cạnh AB. Xác định thiết diện của tứ diện cắt bởi mặt phẳng (α) với (α) là mặt phẳng qua E và (BCD).
- Bài 8.** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang cạnh đáy AD, $AD < BC$. (α) là mặt phẳng qua M trên cạnh AB và song song với mặt phẳng (SAD). Tìm thiết diện của hình chóp với (α) .
- Bài 9.** Cho hình tứ diện SABC có ABC là tam giác đều. SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Gọi E là trung điểm của AC, M là một điểm thuộc AE. Xác định thiết diện tạo bởi tứ diện SABC và mặt phẳng (α) , biết (α) là mặt phẳng qua điểm M và vuông góc với AC.
- Bài 10.** Cho hình tứ diện SABC có ABC là tam giác đều. SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Lấy một điểm M bất kì trên cạnh SC, gọi (α) là mặt phẳng qua M và vuông góc với AB. Hãy xác định thiết diện tạo bởi tứ diện SABC và mặt phẳng (α) .
- Bài 11.** Cho tứ diện SABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $SA \perp (ABC)$. Gọi E là trung điểm cạnh SC, M là một điểm trên cạnh AB. Gọi (α) là mặt phẳng chứa EM và vuông góc với (SAB). Xác định thiết diện của (α) và tứ diện.
- Bài 12.** Cho hình chóp S.ABCD, ABCD là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD. Gọi (P) là mặt phẳng qua I và vuông góc với mặt (SBC). Tìm thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (P).
- Bài 13.** Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a. Mặt bên hợp với đáy một góc 60° . Cho (P) là mặt phẳng qua CD và vuông góc với (SAB), (P) cắt SA, SB lần lượt tại M, N. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là hình gì? Tính thiết diện theo a.
- Bài 14.** Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có đáy là hình vuông ABCD cạnh a. Mặt bên tạo với đáy một góc 60° . Mặt phẳng (α) qua AB cắt SC, SD lần lượt tại M, N. Cho biết góc tạo bởi mặt phẳng (α) với mặt đáy là 30° . Hãy xác định thiết diện tạo bởi mặt phẳng (α) và hình chóp.

