

CHƯƠNG 3. TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẪNG PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Phương trình đường tròn

Phương trình đường tròn có tâm $I(a; b)$ và bán kính R : $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$.

Chú ý: Phương trình $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$, với $a^2 + b^2 - c > 0$, là phương trình đường tròn tâm $I(a; b)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$.

2. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn

Cho đường tròn (C) có tâm I , bán kính R và đường thẳng Δ .

$$\Delta \text{ tiếp xúc với } (C) \Leftrightarrow d(I, \Delta) = R$$

♥ Phương trình tiếp tuyến với đường tròn (C) tại điểm $M_0(x_0; y_0) \in (C)$ là:

$$(x-a)(x-x_0) + (y-b)(y-y_0) = R^2$$

♥ Phương trình tiếp tuyến với đường tròn (C) đi qua điểm $I_0(x_0; y_0) \notin (C)$, có hệ số góc k là:

$$y - y_0 = k(x - x_0) \quad (1)$$

- Để tính được hệ số góc k sử dụng đặc điểm: $d(I, \Delta) = R$

- Sau đó, thay giá trị k và $x_0; y_0$ vào phương trình (1)

3. Tương giao giữa đường thẳng và đường tròn

Để biện luận số giao điểm của đường thẳng $d: Ax + By + C = 0$ và đường tròn $(C):$

$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$, ta có thể thực hiện như sau:

Cách 1: So sánh khoảng cách từ tâm I đến d với bán kính R .

- Xác định tâm I và bán kính R của (C) .

- Tính khoảng cách từ I đến d .

+ $d(I, d) < R \Leftrightarrow d$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt.

+ $d(I, d) = R \Leftrightarrow d$ tiếp xúc với (C) .

+ $d(I, d) > R \Leftrightarrow d$ và (C) không có điểm chung.

Cách 2: Tọa độ giao điểm (nếu có) của d và (C) là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} Ax + By + C = 0 \\ x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0 \end{cases} \quad (*)$$

+ Hệ $(*)$ có 2 nghiệm $\Leftrightarrow d$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt.

+ Hệ $(*)$ có 1 nghiệm $\Leftrightarrow d$ tiếp xúc với (C) .

+ Hệ $(*)$ vô nghiệm $\Leftrightarrow d$ và (C) không có điểm chung.

4. Xác định quỹ tích điểm

Để tìm tập hợp các tâm I của đường tròn (C), ta có thể thực hiện như sau:

- Tìm giá trị của m để tồn tại tâm I.
- Tìm tọa độ tâm I. Giả sử: $I \begin{cases} x = f(m) \\ y = g(m) \end{cases}$.
- Khử m giữa x và y ta được phương trình $F(x; y) = 0$.
- Giới hạn: Dựa vào điều kiện của m ở a) để giới hạn miền của x hoặc y.
- Kết luận: Phương trình tập hợp điểm là $F(x; y) = 0$ cùng với phần giới hạn ở d).

B. BÀI TẬP TƯ LUẬN

Dạng 1: Xác định tâm và bán kính của đường tròn

Bài 1. Xác định tâm và bán kính của đường tròn sau: $2x^2 + 2y^2 - 5x + 7y - 12 = 0$

Bài 2. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình đường tròn. Tìm tâm và bán kính của đường tròn đó:

- | | |
|-----------------------------------|--------------------------------------|
| a) $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$ | e) $16x^2 + 16y^2 + 16x - 8y = 11$ |
| b) $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$ | f) $7x^2 + 7y^2 - 4x + 6y - 1 = 0$ |
| c) $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 1 = 0$ | g) $2x^2 + 2y^2 - 4x + 12y + 11 = 0$ |
| d) $x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$ | h) $4x^2 + 4y^2 + 4x - 5y + 10 = 0$ |

Bài 3. Tìm m để các phương trình sau là phương trình đường tròn:

- $x^2 + y^2 + 4mx - 2my + 2m + 3 = 0$
- $x^2 + y^2 - 2(m+1)x + 2my + 3m^2 - 2 = 0$
- $x^2 + y^2 - 2(m-3)x + 4my - m^2 + 5m + 4 = 0$
- $x^2 + y^2 - 2mx - 2(m^2 - 1)y + m^4 - 2m^4 - 2m^2 - 4m + 1 = 0$

Bài 4. Tìm m để các phương trình sau là phương trình đường tròn:

- $x^2 + y^2 - 6x + 2my + m + 7 = 0$
- $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 3(m-2) + 4 = 0$
- $x^2 + y^2 - 2mx + 2y - 4 = 0$

Dạng 2: Lập phương trình đường tròn

Bài 1. Viết phương trình đường tròn có tâm I và đi qua điểm A, với:

- | | |
|------------------------|-----------------------|
| a) I(2; 4), A(-1; 3) | b) I(-3; 2), A(1; -1) |
| c) I(-1; 0), A(3; -11) | d) I(1; 2), A(5; 2) |

Bài 2. Viết phương trình đường tròn có tâm I và tiếp xúc với đường thẳng Δ , với:

- | | |
|--|--|
| a) I(3; 4), $\Delta: 4x - 3y + 15 = 0$ | b) I(2; 3), $\Delta: 5x - 12y - 7 = 0$ |
| c) I(-3; 2), $\Delta \equiv Ox$ | d) I(-3; -5), $\Delta \equiv Oy$ |

Bài 3. Viết phương trình đường tròn đường kính AB nếu $A(7;-3)$; $B(1;7)$

Bài 4. Lập phương trình đường tròn đi qua ba điểm $A(1;3)$, $B(5;6)$, $C(7;0)$

Bài 5. Viết phương trình đường tròn có đường kính AB, với:

a) $A(-2; 3)$, $B(6; 5)$

b) $A(0; 1)$, $C(5; 1)$

c) $A(-3; 4)$, $B(7; 2)$

d) $A(5; 2)$, $B(3; 6)$

Bài 6. Viết phương trình đường tròn đi qua hai điểm A, B và có tâm I nằm trên đường thẳng Δ , với:

a) $A(2;3)$, $B(-1;1)$, $\Delta: x-3y-11=0$

b) $A(0;4)$, $B(2;6)$, $\Delta: x-2y+5=0$

c) $A(2;2)$, $B(8;6)$, $\Delta: 5x-3y+6=0$

Bài 7. Viết phương trình đường tròn đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với đường thẳng Δ , với:

a) $A(1;2)$, $B(3;4)$, $\Delta: 3x+y-3=0$

b) $A(6;3)$, $B(3;2)$, $\Delta: x+2y-2=0$

c) $A(-1;-2)$, $B(2;1)$, $\Delta: 2x-y+2=0$

d) $A(2;0)$, $B(4;2)$, $\Delta \equiv Oy$

Bài 8. Viết phương trình đường tròn đi qua điểm A và tiếp xúc với đường thẳng Δ tại điểm B, với:

a) $A(-2;6)$, $\Delta: 3x-4y-15=0$, $B(1;-3)$

b) $A(-2;1)$, $\Delta: 3x-2y-6=0$, $B(4;3)$

c) $A(6;-2)$, $\Delta \equiv Ox$, $B(6;0)$

d) $A(4;-3)$, $\Delta: x+2y-3=0$, $B(3;0)$

Bài 9. Lập phương trình của đường tròn (C) trong các trường hợp sau:

a) Tâm $I(2; -3)$ và đi qua $A(-5; 4)$.

b) Tâm $I(6; -7)$ và tiếp xúc với trục Ox.

c) Tâm $I(5; -2)$ và tiếp xúc với trục Oy.

d) Đường kính AB với $A(1; 1)$ và $B(7; 5)$.

e) Đi qua 3 điểm $A(-2; 4)$, $B(5; 5)$ và $C(6; -2)$.

f) Đi qua $A(3; 3)$ và tiếp xúc với đường thẳng $2x+y-3=0$ tại điểm $B(1; 1)$.

g) Đi qua $A(1; 1)$ và tiếp xúc với hai đường thẳng $7x+y-3=0$ và $x+7y-3=0$.

h) Đi qua gốc tọa độ và tiếp xúc với hai đường thẳng $2x+y-1=0$ và $2x-y+2=0$.

Bài 10. Lập phương trình của đường tròn (C) trong các trường hợp sau:

a) Đi qua $M(4; 2)$ và tiếp xúc với hai trục tọa độ.

b) Tâm $I(-1; 2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x-2y+7=0$.

c) Tâm ở trên đường thẳng $\Delta: 2x-y-4=0$ và tiếp xúc với hai trục tọa độ.

d) Tâm thuộc đường thẳng $2x+y=0$ và tiếp xúc với (d): $x-7y+10=0$ tại $A(4; 2)$.

e) Tâm thuộc (d): $2x+7y+1=0$ và qua $M(2; 1)$ và $N(1; -3)$.

f) Tâm thuộc (Δ): $2x-y-3=0$ và tiếp xúc với 2 trục tọa độ.

g) Tâm thuộc (Δ): $4x+3y-2=0$ và tiếp xúc với (d): $x+y+4=0$ và (d'): $7x-y+4=0$.

Bài 11. Viết phương trình đường tròn đi qua điểm A và tiếp xúc với hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 , với:

a) $A(2;3)$, $\Delta_1: 3x-4y+1=0$, $\Delta_2: 4x+3y-7=0$

b) $A(1;3)$, $\Delta_1: x+2y+2=0$, $\Delta_2: 2x-y+9=0$

c) $A \equiv O(0;0)$, $\Delta_1: x+y-4=0$, $\Delta_2: x+y+4=0$

d) $A(3; -6)$, $\Delta_1 \equiv Ox$, $\Delta_2 \equiv Oy$

Bài 12. Viết phương trình đường tròn tiếp xúc với hai đường thẳng Δ_1 , Δ_2 và có tâm nằm trên đường thẳng d , với:

a) $\Delta_1 : 3x + 2y + 3 = 0$, $\Delta_2 : 2x - 3y + 15 = 0$, $d : x - y = 0$

b) $\Delta_1 : x + y + 4 = 0$, $\Delta_2 : 7x - y + 4 = 0$, $d : 4x + 3y - 2 = 0$

c) $\Delta_1 : 4x - 3y - 16 = 0$, $\Delta_2 : 3x + 4y + 3 = 0$, $d : 2x - y + 3 = 0$

d) $\Delta_1 : 4x + y - 2 = 0$, $\Delta_2 : x + 4y + 17 = 0$, $d : x - y + 5 = 0$

Bài 13. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, với:

a) $A(2; 0)$, $B(0; -3)$, $C(5; -3)$

b) $A(5; 3)$, $B(6; 2)$, $C(3; -1)$

c) $A(1; 2)$, $B(3; 1)$, $C(-3; -1)$

d) $A(-1; -7)$, $B(-4; -3)$, $C \equiv O(0; 0)$

e) $AB : x - y + 2 = 0$, $BC : 2x + 3y - 1 = 0$, $CA : 4x + y - 17 = 0$

f) $AB : x + 2y - 5 = 0$, $BC : 2x + y - 7 = 0$, $CA : x - y + 1 = 0$

Bài 14. Viết phương trình đường tròn nội tiếp tam giác ABC, với:

a) $A(2; 6)$, $B(-3; -4)$, $C(5; 0)$

b) $A(2; 0)$, $B(0; -3)$, $C(5; -3)$

c) $AB : 2x - 3y + 21 = 0$, $BC : 3x - 2y - 6 = 0$, $CA : 2x + 3y + 9 = 0$

d) $AB : 7x - y + 11 = 0$, $BC : x + y - 15 = 0$, $CA : 7x + 17y + 65 = 0$

Bài 15. Lập phương trình của đường tròn (C) đi qua điểm $A(1; -2)$ và các giao điểm của đường thẳng $x - 7y + 10 = 0$ với đường tròn : $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$.

Dạng 3: Vị trí tương đối của đường thẳng d và đường tròn (C)

Bài 1. Cho (d) $x - my + 2m + 3 = 0$. Tìm m để (d) tiếp xúc với đường tròn : $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 2 = 0$

Bài 2. Biện luận theo m số giao điểm của đường thẳng d và đường tròn (C), với:

a) $d : mx - y - 3m - 2 = 0$, (C) : $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$

b) $d : 2x - y + m = 0$, (C) : $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 5 = 0$

c) $d : x + y - 1 = 0$, (C) : $x^2 + y^2 - 2(2m + 1)x - 4y + 4 - m = 0$

d) $d : mx + y - 4m = 0$, (C) : $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$

Bài 3. Cho đường tròn (C) : $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(-1; 0)$ và có hệ số góc k .

a) Viết phương trình đường thẳng d .

b) Biện luận theo k vị trí tương đối của d và (C).

c) Suy ra phương trình các tiếp tuyến của (C) xuất phát từ A.

Bài 4. Cho đường thẳng d và đường tròn (C):

i) Chứng tỏ d cắt (C).

ii) Tìm tọa độ các giao điểm của d và (C).

a) d đi qua $M(-1; 5)$ và có hệ số góc $k = -\frac{1}{3}$, $(C): x^2 + y^2 - 6x - 4y + 8 = 0$

b) $d: 3x - y - 10 = 0$, $(C): x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$

Dạng 4: Tiếp tuyến của đường tròn (C)

Bài 1. Viết phương trình tiếp tuyến với đường tròn :

- a. $(C): x^2 + y^2 - 3x + 4y - 25 = 0$ tại $M(-1; 3)$
 b. $(C): 4x^2 + 4y^2 - x + 9y - 2 = 0$ tại $M(0; 2)$
 c. $(C): x^2 + y^2 - 4x + 4y + 3 = 0$ tại giao điểm của (C) với trục hoành.
 d. $(C): x^2 + y^2 - 8x + 8y - 5 = 0$ tại $M(-1; 0)$
 e. $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y - 3 = 0$ vẽ từ $M(2; 5)$.
 f. $(C): x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$ vẽ từ $M(3; 4)$.
 g. $(C): x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$ vẽ từ $M(4; 3)$.
 h. $(C): x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$ vẽ từ $M(1; 3)$.
 i. $(C): (x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 9$ vẽ từ $A(2; 1)$.
 k. $(C): x^2 + y^2 - 8x + 8y - 5 = 0$ vẽ từ $M(1; -2)$.

Bài 2. Cho $(C): x^2 + y^2 + 4x + 4y - 17 = 0$. Lập phương trình tiếp tuyến (d) của (C) biết :

- a) (d) tiếp xúc với (C) tại $M(2; 1)$.
 b) (d) đi qua điểm $A(2; 6)$.
 c) $(d) // (\Delta): 3x - 4y - 192 = 0$.
 d) $(d) \perp (\Delta'): 2x - y + 1 = 0$.

Bài 3. Cho $(C): x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$. Lập phương trình tiếp tuyến (d) của (C) biết :

- a) (d) tiếp xúc với (C) tại $M(3; 1)$.
 b) (d) đi qua điểm $N(1; 3)$.
 c) $(d) // (\Delta): 5x + 12y - 2007 = 0$.
 d) $(d) \perp (\Delta'): x + 2y = 0$.

Bài 4. Cho $(C): x^2 + y^2 + 4x + 4y - 17 = 0$. Lập phương trình tiếp tuyến (d) của (C) biết :

- a) (d) có hệ số góc $k = -2$
 b) $(d) // (\Delta): 2x - y + 3 = 0$.

Bài 5. Cho đường tròn có phương trình : $x^2 + y^2 - 4x + 8y - 5 = 0$.

- a) Tìm tọa độ tâm và bán kính của đường tròn.
 b) Viết phương trình tiếp tuyến (d) của đường tròn biết (d) :
 i) Đi qua điểm $A(-1; 0)$. ii) Đi qua điểm $B(3; -11)$.
 iii) vuông góc với $(\Delta): x + 2y = 0$. iv) Song song với $(\Delta): 3x - y + 2 = 0$.
 c) Tìm điều kiện của m để đường thẳng $x + (m - 1)y + m = 0$ tiếp xúc với đường tròn.

Bài 6. Cho $(C): x^2 + y^2 - 6x + 2y = 0$.

- a) Viết phương trình tiếp tuyến với (C) vuông góc với đường thẳng $(\Delta): 3x - 6y + 6 = 0$.
 b) Viết phương trình đường thẳng qua 2 tiếp điểm.

Bài 7. Cho (C): $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$.

- Viết phương trình tiếp tuyến với (C) vẽ từ gốc tọa độ O.
- Viết phương trình đường thẳng qua 2 tiếp điểm.

Bài 8. Cho (C): $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$ và điểm A(3 ; -2). Viết phương trình những tiếp tuyến với (C) vẽ từ A và tính tọa độ tiếp điểm.

Bài 9. Cho đường tròn (C) và đường thẳng d.

- (C): $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0$, d: $2x - y + 3 = 0$
- (C): $x^2 + y^2 - 4x - 6y = 0$, d: $2x - 3y + 1 = 0$

Các yêu cầu sau:

- Viết phương trình các tiếp tuyến của (C) tại các giao điểm của (C) với các trục tọa độ.
- Viết phương trình tiếp tuyến của (C) vuông góc với d.
- Viết phương trình tiếp tuyến của (C) song song với d.

Bài 10. Cho đường tròn (C), điểm A và đường thẳng d.

- (C): $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$, A(-7;7), d: $3x + 4y - 6 = 0$
- (C): $x^2 + y^2 + 4x - 8y + 10 = 0$, A(2;2), d: $x + 2y - 6 = 0$

Các yêu cầu sau:

- Chứng tỏ điểm A ở ngoài (C).
- Viết phương trình tiếp tuyến của (C) kẻ từ A.
- Viết phương trình tiếp tuyến của (C) vuông góc với d.
- Viết phương trình tiếp tuyến của (C) song song với d.

Bài 11. Cho hai điểm A(1; 2), B(3; 4) và đường thẳng d: $y = -3 - 3x$.

- Viết phương trình các đường tròn (C₁) và (C₂) qua A, B và tiếp xúc với d.
- Viết phương trình tiếp tuyến chung (khác d) của hai đường tròn đó.

Bài 12. Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 6x - 2my + m^2 + 4 = 0$.

- Tìm m để từ A(2; 3) có thể kẻ được hai tiếp tuyến với (C).
- Viết phương trình các tiếp tuyến đó khi m = 6.

Dạng 5: Tập hợp điểm

Bài 1. Tìm tập hợp các tâm I của đường tròn (C) có phương trình (m là tham số):

- $x^2 + y^2 - 2(m-1)x - 4my + 3m + 11 = 0$
- $x^2 + y^2 - 2mx - 4(m+1)y + 3m + 14 = 0$
- $x^2 + y^2 - 2mx - 2m^2y + 2 = 0$
- $x^2 + y^2 + mx - m(m+2)y - 2m^2 - 4 = 0$

Bài 2. Tìm tập hợp các tâm I của đường tròn (C) có phương trình (t là tham số):

a) $x^2 + y^2 - 2(\cos 2t + 4)x - 2y \sin 2t + 6 \cos 2t - 3 = 0$

b) $x^2 + y^2 - 4x \sin t + 4(\cos 2t - \sin t)y - 2 \cos^2 t = 0$

Bài 3. Tìm tập hợp các tâm I của đường tròn (C), biết:

a) (C) tiếp xúc với đường thẳng $d: 6x - 8y + 15 = 0$ và có bán kính $R = 3$

b) (C) tiếp xúc với hai đường thẳng $d_1: x + 2y - 3 = 0, d_2: x + 2y + 6 = 0$

c) (C) tiếp xúc với hai đường thẳng $d_1: 2x + 3y - 6 = 0, d_2: 3x - 2y + 9 = 0$

d) (C) tiếp xúc với đường tròn $(C'): x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$ và có bán kính $R = 2$.

e) (C) đi qua điểm $A(2; 3)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d: y - 5 = 0$

Bài 4. Cho hai điểm $A(2; -4), B(-6; 2)$. Tìm tập hợp các điểm $M(x; y)$ sao cho:

a) $AM^2 + BM^2 = 100$ b) $\frac{MA}{MB} = 3$ c) $AM^2 + BM^2 = k^2 (k > 0)$

Bài 5. Cho hai điểm $A(2; 3), B(-2; 1)$. Tìm tập hợp các điểm $M(x; y)$ sao cho:

a) $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0$ b) $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 4$

Bài 6. Tìm tập hợp các điểm M sao cho tổng bình phương các khoảng cách từ đó đến hai đường thẳng d và d' bằng k , với:

a) $d: x - y + 3 = 0, d': x + y = 1 = 0, k = 9$

b) $d: 2x - y + 3 = 0, d': x + 2y = 1 = 0, k = \sqrt{5}$

Bài 7. Cho bốn điểm $A(4; 4), B(-6; 4), C(-6; -2), D(4; -2)$.

a) Chứng tỏ rằng ABCD là hình chữ nhật.

b) Tìm tập hợp các điểm M sao cho tổng bình phương các khoảng cách từ M đến các cạnh của hình chữ nhật bằng 100.

BÀI TẬP TỔNG HỢP

Bài 1. Cho đường $(C_m): x^2 + y^2 - 2mx - 4(m - 2)y + 6 - m = 0$ a) Tìm điều kiện của m để (C_m) là phương trình của đường tròn.b) Tìm tập hợp tâm các đường tròn (C_m) khi m thay đổi.**Bài 2.** Cho đường $(C_m): x^2 + y^2 + 2mx - 2(m + 1)y - 4m - 4 = 0$ a) Chứng minh rằng (C_m) là phương trình đường tròn $\forall m$.b) Viết phương trình của đường tròn có bán kính $R = 3$.c) Chứng minh rằng có hai đường tròn tiếp xúc với đường thẳng $(d): 3x + 4y + 2 = 0$.**Bài 3.** Cho hai đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$ và $(C_2): x^2 + y^2 - 12x - 6y + 44 = 0$.a) Xác định tâm và bán kính của các đường tròn (C_1) và (C_2) .b) Lập phương trình đường thẳng Δ tiếp xúc với cả hai đường tròn (C_1) và (C_2) .**Bài 4.** Cho điểm $A(3; 1)$.

a) Tìm tọa độ B và C sao cho OABC là hình vuông và B nằm trong góc phần tư thứ nhất.

- b) Viết phương trình hai đường chéo và tìm tâm của hình vuông OABC.
- c) Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp hình vuông OABC.

Bài 5. Cho hai đường tròn $(C_1) : x^2 + y^2 - 4x - 8y + 11 = 0$ và $(C_2) : x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$

- a) Xác định tâm và bán kính của các đường tròn (C_1) và (C_2) .
- b) Lập phương trình đường thẳng Δ tiếp xúc với cả hai đường tròn (C_1) và (C_2) .

Bài 6. Cho ΔABC , biết $BC : x + 2y - 5 = 0$, $CA : 2x - y - 5 = 0$ và $AB : 2x + y + 5 = 0$.

- a) Tìm các góc của ΔABC .
- b) Tìm phương trình các đường phân giác trong của góc A và B.
- c) Tính tọa độ tâm, bán kính và viết phương trình đường tròn nội tiếp ΔABC .

Bài 7. Cho ΔABC có $A(0,25 ; 0)$, $B(2 ; 0)$, $C(-2 ; 2)$.

- a) Tìm góc C của tam giác ABC.
- b) Lập phương trình đường tròn nội tiếp ΔABC .
- c) Lập phương trình tiếp tuyến của đường tròn nội tiếp ΔABC biết tiếp tuyến này song song với cạnh BC. Tìm tọa độ tiếp điểm.

Bài 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba điểm $A(2 ; 4)$, $B(1 ; -1)$ và $C(4 ; 1)$.

- a) Viết phương trình đường tròn đi qua ba điểm A, B, C.
- b) Viết phương trình các tiếp tuyến của đường tròn ấy tại điểm A và C.
- c) Tìm góc tạo bởi hai tiếp tuyến ấy.

Bài 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(12 ; 0)$ và $B(0 ; 5)$.

- a) Lập phương trình đường tròn (C_1) nội tiếp tam giác OAB.
- b) Lập phương trình đường tròn (C_2) đi qua ba trung điểm của ba cạnh của ΔOAB .
- c) Lập phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C_2) đi qua điểm O.
- d) Chứng tỏ rằng hai đường tròn (C_1) và (C_2) không cắt nhau.

Bài 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn $(C_m) : x^2 + y^2 - 2(m - 1)x - 4my + 3m + 11 = 0$

- a) Với giá trị nào của m thì (C_m) là một đường tròn.
- b) Xác định tâm và bán kính của đường tròn với $m = 3$.
- c) Tìm tập hợp tâm của đường tròn (C_m) khi m thay đổi.

Bài 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường cong $(C_m) : x^2 + y^2 - 4mx - 2y + 4m = 0$

- a) Chứng minh rằng (C_m) là đường tròn với mọi giá trị của m. Tìm tâm và bán kính của đường tròn đó theo m.
- b) Tìm tập hợp tâm của đường tròn (C_m) khi m thay đổi.

Bài 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn $(C_m) : x^2 + y^2 + 2mx - 4(m + 1)y - 1 = 0$

- a) Tìm tập hợp tâm của đường tròn (C_m) khi m thay đổi.
- b) Chứng tỏ rằng các đường tròn này đi qua hai điểm cố định khi m thay đổi.
- c) Cho $m = 3$ và điểm $A(0 ; -1)$. Viết phương trình các tiếp tuyến của (C_3) kẻ từ điểm A.

Bài 13. Cho phương trình : $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 6 = 0$ (1)

- a) Chứng minh rằng (1) là phương trình của đường tròn (C), xác định tâm và bán kính.
- b) Viết phương trình các tiếp tuyến với (C) xuất phát từ $A(5 ; 7)$. Tìm tọa độ tiếp điểm.

Bài 14. Cho đường tròn (T) có phương trình : $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$.

- Chứng minh rằng đường thẳng OA với $A(-4 ; -3)$ tiếp xúc với đường tròn (T).
- Viết phương trình đường tròn có tâm thuộc Ox và tiếp xúc với đường thẳng OA tại A.

Bài 15. Cho đường tròn (C) : $x^2 + y^2 - 6x - 4y - 12 = 0$ và điểm $A(0,5 ; 4,5)$.

- Xác định tâm và bán kính của đường tròn đã cho.
- Chứng tỏ điểm A ở trong đường tròn.
- Viết phương trình đường thẳng chứa dây cung qua A sao cho dây cung ngắn nhất.

Bài 16. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn $(C_m) : x^2 + y^2 - (m - 2)x + 2my - 1 = 0$

- Tìm tập hợp tâm của đường tròn (C_m) khi m thay đổi.
- Chứng tỏ rằng các đường tròn này đi qua hai điểm cố định khi m thay đổi.
- Cho $m = -2$ và điểm $A(0 ; -1)$. Viết phương trình các tiếp tuyến của đường tròn (C_{-2}) kẻ từ điểm A.

Bài 17. Xét đường thẳng (d) : $\sqrt{2}x + my + 1 - \sqrt{2} = 0$ và 2 đường tròn $(C_1) : x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$; $(C_2) : x^2 + y^2 - 10x - 6y + 30 = 0$ có tâm lần lượt là I và J.

- Chứng minh rằng (C_1) tiếp xúc ngoài với (C_2) và tìm tọa độ tiếp điểm H.
- Gọi (D) là một tiếp tuyến chung không đi qua H của (C_1) và (C_2) . Tìm tọa độ giao điểm K của (D) và đường thẳng IJ. Viết phương trình đường tròn (C) đi qua K và tiếp xúc với hai đường tròn (C_1) và (C_2) tại H.

Bài 18. Cho điểm $I(-1 ; 2)$ và đường thẳng $\Delta : 3x + 2y + 12 = 0$.

- Viết phương trình đường tròn (C) có tâm I và tiếp xúc với đường thẳng Δ .
- CMR : đường thẳng $d : x - 5y - 2 = 0$ cắt (C) tại 2 điểm A và B. Tính AB.
- Viết phương trình tiếp tuyến với (C) mà song song với đường thẳng $2x - 3y + 1 = 0$.
- CMR : điểm $M(1 ; 3)$ nằm trong đường tròn (C). Viết phương trình đường thẳng chứa dây cung của (C) nhận M làm trung điểm.

Bài 19. Cho hai điểm $I(0 ; 5)$ và $M(3 ; 1)$.

- Viết phương trình đường tròn (C) có tâm I và đi qua điểm M.
- Tìm phương trình tiếp tuyến với (C) kẻ từ $A(5 ; -2)$.
- Định m để đường thẳng $d : y = x + m$ và đường tròn (C) có giao điểm.
- CMR : $N(5 ; 5)$ thuộc đường tròn. Tìm điểm P trên (C) sao cho ΔMNP vuông tại M.

Bài 20. Trong mặt phẳng với hệ trục Oxy cho hai điểm $I(-1 ; 2)$ và $M(-3 ; 5)$.

- Viết phương trình đường tròn (C) có tâm I và đi qua M.
- Định m để đường thẳng $\Delta : 2x + 3y + m = 0$ tiếp xúc với (C).
- Viết phương trình các tiếp tuyến của (C) tại hai giao điểm A, B của đường tròn (C) với đường thẳng $x - 5y - 2 = 0$.
- Tìm điểm C sao cho ΔABC là tam giác vuông nội tiếp đường tròn (C).

Bài 21. Cho đường thẳng $\Delta : y + 2x + 3 = 0$ và hai điểm $A(-5 ; 1)$ và $B(-2 ; 4)$.

- Viết phương trình đường tròn (C) qua A, B và có tâm I thuộc đường thẳng Δ .

- b) Viết phương trình tiếp tuyến tại A với đường tròn (C). Tìm tọa độ giao điểm của tiếp tuyến này với trục Ox.
- c) Viết phương trình các tiếp tuyến với đường tròn (C), biết tiếp tuyến qua E(1 ; 2). Tìm tọa độ tiếp điểm.

Bài 22. Cho phương trình $x^2 + y^2 - 2mx - 2(m - 1)y = 0$ (1).

- a) Chứng minh rằng với mọi m (1) là phương trình của đường tròn.
- b) Tìm bán kính và giá trị nhỏ nhất của bán kính của đường tròn trên.
- c) Tìm tập hợp tâm của đường tròn (1) khi m thay đổi.
- d) Chứng tỏ rằng các đường tròn này đi qua hai điểm cố định khi m thay đổi.
- e) Tìm m để đường tròn (1) tiếp xúc với đường thẳng : $x + y - 1 = 0$.



Bài 23. Cho hai đường tròn (C) : $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 - 13 = 0$ và (C') : $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 - 36 = 0$

- a) Chứng tỏ hai đường tròn trên cắt nhau.
- b) Viết phương trình đường thẳng chứa dây cung chung.
- c) Tính độ dài đoạn dây cung chung.

CASESTUDY24H.COM