HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

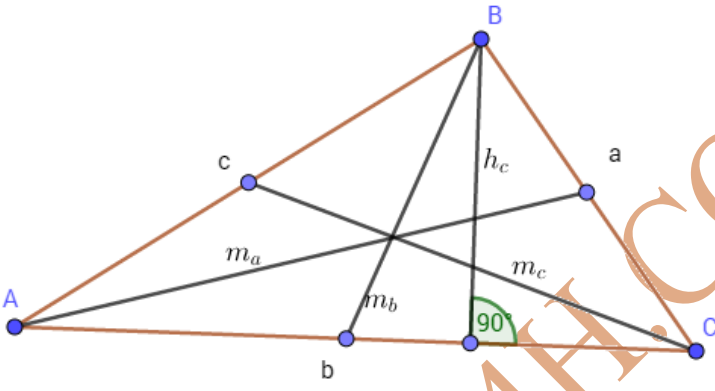
1. Định lý côsin

Trong tam giác ABC bất kỳ với BC = a, AC = b, AB = c thì:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2.bc.\cos A$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2.ac.\cos B$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2.ab.\cos C$



- Hệ quả:

$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$ $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$

- Độ dài đường trung tuyến của tam giác:

$m_a^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}$ $m_b^2 = \frac{2(a^2 + c^2) - b^2}{4}$ $m_c^2 = \frac{2(a^2 + b^2) - c^2}{4}$

2. Định lý sin

Trong tam giác ABC bất kỳ với BC = a, AC = b, AB = c và R là bán kính đường tròn ngoại tiếp, ta có: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

3. Công thức tính diện tích tam giác

Cho tam giác ABC bất kỳ với BC = a, AC = b, AB = c.

Gọi: h_a, h_b, h_c là các đường cao của tam giác ABC lần lượt vẽ từ đỉnh A, B, C.

S là diện tích của tam giác ABC.

R, r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp, đường tròn nội tiếp của tam giác ABC.

$p = \frac{a + b + c}{2}$ là nửa chu vi của tam giác ABC.

Khi đó diện tích tam giác ABC được tính theo một trong các công thức sau:

- $S = \frac{1}{2} a.h_a = \frac{1}{2} b.h_b = \frac{1}{2} c.h_c$
- $S = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ac \sin B$

CASESTUDY24H.COM

- $S = \dfrac{abc}{4R}$
- $S = pr$
- $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

B. BÀI TẬP ÁP DỤNG

B1. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho ΔABC có $b=6, c=8, A=60^0$. Độ dài cạnh a là:

A. $2\sqrt{13}$. **B.** $3\sqrt{12}$. **C.** $2\sqrt{37}$. **D.** $\sqrt{20}$.

Câu 2. Cho ΔABC có $S=84, a=13, b=14, c=15$. Độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp R của tam giác trên là:

A. 8,125. **B.** 130. **C.** 8. **D.** 8,5.

Câu 3. Cho ΔABC có $a=6, b=8, c=10$. Diện tích S của tam giác trên là:

A. 48. **B.** 24. **C.** 12. **D.** 30.

Câu 4. Cho ΔABC thỏa mãn : $2\cos B = \sqrt{2}$. Khi đó:

A. $B=30^0$. **B.** $B=60^0$. **C.** $B=45^0$. **D.** $B=75^0$.

Câu 5. Cho ΔABC vuông tại B và có $C=25^0$. Số đo của góc A là:

A. $A=65^0$. **B.** $A=60^0$. **C.** $A=155^0$. **D.** $A=75^0$.

Câu 6. Gọi $S=m_a^2+m_b^2+m_c^2$ là tổng bình phương độ dài ba trung tuyến của tam giác ABC. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng ?

A. $S=\dfrac{3}{4}(a^2+b^2+c^2)$. **B.** $S=a^2+b^2+c^2$.

C. $S=\dfrac{3}{2}(a^2+b^2+c^2)$. **D.** $S=3(a^2+b^2+c^2)$.

Câu 7. Tam giác với ba cạnh là 3,4,5. Có bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đó bằng bao nhiêu ?

A. 1. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 2.

Câu 8. Tam giác ABC có $a=6, b=4\sqrt{2}, c=2$. M là điểm trên cạnh BC sao cho $BM=3$. Độ dài đoạn AM bằng bao nhiêu ?

A. $\sqrt{9}$. **B.** 9. **C.** 3. **D.** $\dfrac{1}{2}\sqrt{108}$.

Câu 9. Khoảng cách từ A đến B không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc $78^o24'$. Biết $CA=250m, CB=120m$. Khoảng cách AB bằng bao nhiêu ?

A. 266m. **B.** 255m. **C.** 166m. **D.** 298m.

CASESTUDY24H.COM

Câu 10. Hai chiếc tàu thuỷ cùng xuất phát từ vị trí A, đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc 60^0. Tàu thứ nhất chạy với tốc độ $30km/h$, tàu thứ hai chạy với tốc độ $40km/h$. Hỏi sau 2 giờ hai tàu cách nhau bao nhiêu km?

A. 13. **B.** $15\sqrt{13}$. **C.** $10\sqrt{13}$. **D.** 15.

Câu 11. Từ một đỉnh tháp chiều cao $CD=80m$, người ta nhìn hai điểm A và B trên mặt đất dưới các góc nhìn là $72^012'$ và $34^026'$. Ba điểm A,B,D thẳng hàng. Tính khoảng cách AB?

A. $71m$. **B.** $91m$. **C.** $79m$. **D.** $40m$.

Câu 12. Khoảng cách từ A đến B không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc $56^016'$. Biết $CA=200m$, $CB=180m$. Khoảng cách AB bằng bao nhiêu ?

A. $163m$. **B.** $224m$. **C.** $112m$. **D.** $168m$.

Câu 13. Cho đường tròn (C) đường kính AB với $A(-1;-2)$; $B(2;1)$. Kết quả nào sau đây là phương tích của điểm $M(1;2)$ đối với đường tròn (C).

A. 3. **B.** 4. **C.** –5. **D.** 2.

Câu 14. Cho các điểm $A(1;1),B(2;4),C(10;-2)$. Góc BAC bằng bao nhiêu?

A. 90^0. **B.** 60^0. **C.** 45^0. **D.** 30^0.

Câu 15. Tam giác với ba cạnh là $5;12;13$ có bán kính đường tròn ngoại tiếp là ?

A. 6. **B.** 8. **C.** $\frac{13}{2}$ **D.** $\frac{11}{2}$

B2. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1: Cho tam giác ABC, biết:

a) AB = 20 cm, AC = 25 cm, A = 60^0. Tính BC

b) a = 5 cm, b = 9 cm, C = 45^0. Tính c, B, A.

c) A = 40^0, B = 100^0, c = 12 cm. Tính a, b, C.

d) a = 14 cm, b = 18 cm, c = 20 cm. Tính A, B, C.

e) A = 60^0, B = 45^0, b = 4 cm. Tính a, c, C.

f) A = 30^0, a = 6 cm. Tính R.

Bài 2: Cho tam giác ABC, biết:

a) a = 7 cm, b = 8 cm, c = 6 cm. Tính độ dài các đường trung tuyến của tam giác ABC.

b) a = 5 cm, b = 4 cm, c = 3 cm. Lấy D đối xứng với B qua C. Tính AD, m_a.

Bài 3: Cho ΔABC có a =12, b = 15, c = 13.

a) Tính số đo các góc của ΔABC

b) Tính độ dài các đường trung tuyến của ΔABC

c) Tính S, R, r

d) Tính h_a,h_b,h_c

Bài 4: Cho ΔABC có AB = 6, AC= 8, $A=120^0$.

CASESTUDY24H.COM

a) Tính diện tích ΔABC

b) Tính cạnh BC và bán kính R

Bài 5: Cho ΔABC có a = 8, b =10, c =13.

a) ΔABC co góc tù hay không?

b) Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC

c) Tính diện tích ΔABC

Bài 6: Cho tam giác ABC có b = 5 cm, c = 7 cm, A = 45^0. Tính cạnh a, h_a, m_b và R của tam giác ABC.

Bài 7: Cho tam giác ABC có a = 21 cm, b = 17 cm, c = 10 cm. Tính diện tích S, chiều cao h_a và R và r của tam giác ABC.

Bài 8: Cho tam giác ABC có a = $\sqrt{6}$ cm, b = 2 cm, c = 1+ $\sqrt{3}$ cm. Tính A, B, chiều cao h_a và R của tam giác ABC.

Bài 9: Cho ΔABC có $A=60^0, B=45^0, b=2$ .Tính độ dài cạnh a, c bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC và diện tích tam giác

Bài 10: Cho ΔABC AC = 7, AB = 5 và $\cos A=\frac{3}{5}$ tính BC, S, h_a, R

Bài 11: Cho ΔABC có $m_b=4, m_c=2$ và a = 3 tính độ dài cạnh AB, AC

Bài 12: Cho ΔABC có AB = 3, AC = 4 và diện tích $S=3\sqrt{3}$. Tính cạnh BC

Bài 13: Tính bán kính đường tròn nội tiếp ΔABC biết AB = 2, AC = 3, BC = 4

Bài 14: Cho tam giác ABC có a = 3 cm, b = 4 cm, c = 6 cm. Tính góc lớn nhất và đường cao ứng với cạnh lớn nhất của tam giác ABC.

Bài 15: Cho tam giác ABC có AB = 8 cm, AC = 9 cm, BC = 10 cm. Lấy M trên cạnh BC sao cho MB = 7 cm. Tính độ dài AM.

Bài 16: Cho tam giác ABC, biết:

a) a = 7 cm, b = 8 cm, c = 6 cm. Tính S và h_a.

b) b = 7 cm, c = 5 cm, cosA = $\frac{3}{5}$. Tính S, R và r.

Bài 17: Cho ΔABC biết $a=40,6; B=36^020', C=73^0$. Tính A, cạnh b,c của tam giác đó.

Bài 18: Cho ΔABC biết $a=42,4m;\ b=36,6m;\ C=33^010'$. Tính A, B và cạnh c.

Bài 19: Để lắp đường dây cao thế từ vị trí A đến vị trí B phải tránh 1 ngọn núi , do đó người ta phại nối thẳng đường dây từ vị trí A đến vị trí C dài 10 km, rồi nối từ vị trí C đến vị trí B dài 8 km. Biết góc tạo bởi 2 đoạn dây AC và CB là 75^0. Hỏi so với việc nối thẳng từ A đến B phải tốn thêm bao nhiêu m dây ?

Bài 20: Cho tam giác MNP có MP = 13 cm, NP = 12 cm, trung tuyến AM = 8 cm. Tính diện tích S và độ dài cạnh MN.

Bài 21: Giải tam giác ABC, biết:

a) c = 15, A = 30^0, B = 45^0

b) b = 6, A = 50^0, C = 75^0

c) a = 12, b = 5, C = 55^0

d) a = 9, b = 9, C = 100^0

CASESTUDY24H.COM

e) a = 4, b = 5, c = 7.

f) a = 6, b = 7,3, c = 4,8.

Bài 22: Giải tam giác DEF, biết:

a) DE = 7, DF = 23, $F = 120^0$

b) EF = 3,5, $D = 40^0$, $F = 80^0$

c) DE = 14, DF = 18, EF = 20.

Bài 23: Cho tam giác ABC có b + 2c = 2a. Chứng minh rằng:

a) 2sinA = sinB + sinC

b) $\frac{2}{h_a} = \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}$

Bài 24: Chứng minh rằng trong mọi tam giác, đều có:

a) $m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$

b) $b^2 - c^2 = a(b\cos C - c\cos B)$

Bài 25: Cho tam giác ABC. Gọi m_a, m_b, m_c lần lượt là độ dài các đường trung tuyến đi qua A, B, C, $m = \frac{m_a + m_b + m_c}{2}$. Chứng minh rằng:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{3}{4}\sqrt{m(m-m_a)(m-m_b)(m-m_c)}$$

Bài 26: Cho tứ giác ABCD nội tiếp trong đường tròn có AB = a, BC = b, CD = c, DA = d. Chứng minh rằng: $S_{\square ABCD} = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$

Bài 27: Cho tam giác ABC có ba cạnh là a, b, c. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^2+b^2+c^2}{2abc} = \frac{\cos A}{a} + \frac{\cos B}{b} + \frac{\cos C}{c}$$

CASESTUDY24H.COM