

CHUYÊN ĐỀ : PHÂN THỨC ĐẠI SỐ**A. LÝ THUYẾT****1. Định nghĩa**

Phân thức đại số (phân thức) là một biểu thức có dạng $\frac{A}{B}$, trong đó A, B là những đa thức $B \neq 0$, A là tử thức, B là mẫu thức.

Đặc biệt: Mỗi đa thức cũng được coi như một phân thức với mẫu thức bằng 1.

2. Hai phân thức bằng nhau

Với hai phân thức $\frac{A}{B}$ và $\frac{C}{D}$ gọi là bằng nhau nếu: $A.D = B.C$

**3. Tính chất của phân thức**

- Nếu nhân cả tử và mẫu của một phân thức với cùng một đa thức khác đa thức 0 thì được một phân thức mới bằng phân thức đã cho: $\frac{A}{B} = \frac{A.M}{B.M}$ (M là một đa thức khác đa thức 0)
- Nếu chia cả tử và mẫu của một phân thức cho một nhân tử chung của chúng thì được một phân thức bằng phân thức đã cho: $\frac{A}{B} = \frac{A:N}{B:N}$ (N là một nhân tử chung).
- Quy tắc đổi dấu: Nếu đổi dấu cả tử và mẫu của một phân thức thì được một phân thức mới bằng phân thức đã cho: $\frac{A}{B} = \frac{-A}{-B}$

B. BÀI TẬP ÁP DỤNG**Dạng 1. Tìm điều kiện để phân thức có nghĩa**

Bài 1. Tìm điều kiện xác định của phân thức:

a) $\frac{x^2 - 4}{9x^2 - 16}$

b) $\frac{2x - 1}{x^2 - 4x + 4}$

c) $\frac{x^2 - 4}{x^2 - 1}$

d) $\frac{5x - 3}{2x^2 - x}$

e) $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 1}$

f) $\frac{2}{(x + 1)(x - 3)}$

Bài 2. Tìm điều kiện xác định của phân thức:

a) $\frac{1}{x^2 + y^2}$

b) $\frac{x^2 y + 2x}{x^2 - 2x + 1}$

c) $\frac{5x + y}{x^2 + 6x + 10}$

d) $\frac{x + y}{(x + 3)^2 + (y - 2)^2}$

Dạng 2. Tìm điều kiện để phân thức bằng 0

Bài 1. Tìm các giá trị của biến số x để phân thức sau bằng 0

a) $\frac{2x - 1}{5x - 10}$

b) $\frac{x^2 - x}{2x}$

c) $\frac{2x + 3}{4x - 5}$

d) $\frac{(x-1)(x+2)}{x^2-4x+3}$

e) $\frac{(x-1)(x+2)}{x^2-4x+3}$

f) $\frac{x^2-1}{x^2-2x+1}$

Bài 2. Tìm các giá trị của biến số x để phân thức sau bằng 0

a) $\frac{x^2-4}{x^2+3x-10}$

b) $\frac{x^3-16x}{x^3-3x^2-4x}$

c) $\frac{x^3+x^2-x-1}{x^3+2x-3}$

Dạng 3. Chứng minh một phân thức luôn có nghĩa

Bài 1. Chứng minh các phân thức sau luôn có nghĩa

a) $\frac{3}{x^2+1}$

b) $\frac{3x-5}{(x-1)^2+2}$

c) $\frac{5x+1}{x^2+2x+4}$

d) $\frac{x^2-4}{-x^2+4x-5}$

e) $\frac{x+5}{x^2+x+7}$

Bài 2. Chứng minh các phân thức sau luôn có nghĩa

a) $\frac{x+y}{x^2+2y^2+1}$

b) $\frac{4}{x^2+y^2-2x+2}$

Dạng 4. Phân thức bằng nhau

Bài 1. Chứng minh các đẳng thức sau:

a) $\frac{3y}{4} = \frac{6xy}{8x} \quad (x \neq 0)$

b) $\frac{-3x^2}{2y} = \frac{3x^2}{-2y} \quad (y \neq 0)$

c) $\frac{2(x-y)}{3(y-x)} = \frac{-2}{3} \quad (x \neq y)$

d) $\frac{2xy}{3a} = \frac{8xy^2}{12ay} \quad (a \neq 0, y \neq 0)$

e) $\frac{1-x}{2-y} = \frac{x-1}{y-2} \quad (y \neq 2)$

f) $\frac{2a}{-5b} = \frac{-2a}{5b} \quad (b \neq 0)$

Bài 2. Chứng minh các đẳng thức sau:

a) $\frac{x-2}{-x} = \frac{2^3-x^3}{x(x^2+2x+4)} \quad (x \neq 0)$

b) $\frac{3x}{x+y} = \frac{-3x(x-y)}{y^2-x^2} \quad (x \neq \pm y)$

c) $\frac{x+y}{3a} = \frac{3a(x+y)^2}{9a^2(x+y)} \quad (a \neq 0, x \neq -y)$

Bài 3. Với những giá trị nào của x thì hai phân thức sau bằng nhau:

$\frac{x-2}{x^2-5x+6}$ và $\frac{1}{x-3}$

Bài 4. Cho hai phân thức A và B. Hãy xét sự bằng nhau của chúng trong các trường hợp sau:

i) $x \in N$

ii) $x \in Z$

iii) $x \in Q$

$A = \frac{(2x+1)(x-2)}{3(2x+1)}, B = \frac{x-2}{3}$

Bài 5. Cho ba phân thức A, B và C. Hãy xét sự bằng nhau của chúng trong các trường hợp sau:

- i) $x \in N$ ii) $x \in Z$ iii) $x \in Q$

$$A = \frac{x+1}{5}, B = \frac{(x+1)(x+2)}{5(x+2)}, C = \frac{(x+1)(3x-2)}{5(3x-2)}$$

Dạng 5. Rút gọn phân thức

Bài 1. Rút gọn các phân thức sau:

- a) $\frac{5x}{10}$ b) $\frac{4xy}{2y}$ ($y \neq 0$) c) $\frac{21x^2y^3}{6xy}$ ($xy \neq 0$)
 d) $\frac{2x+2y}{4}$ e) $\frac{5x-5y}{3x-3y}$ ($x \neq y$) f) $\frac{-15x(x-y)}{3(y-x)}$ ($x \neq y$)

Bài 2. Rút gọn các phân thức sau:

- a) $\frac{x^2-16}{4x-x^2}$ ($x \neq 0, x \neq 4$) b) $\frac{x^2+4x+3}{2x+6}$ ($x \neq -3$)
 c) $\frac{15x(x+y)^3}{5y(x+y)^2}$ ($y+(x+y) \neq 0$) d) $\frac{5(x-y)-3(y-x)}{10(x-y)}$ ($x \neq y$)
 e) $\frac{2x+2y+5x+5y}{2x+2y-5x-5y}$ ($x \neq -y$) f) $\frac{x^2-xy}{3xy-3y^2}$ ($x \neq y, y \neq 0$)
 g) $\frac{2ax^2-4ax+2a}{5b-5bx^2}$ ($b \neq 0, x \neq \pm 1$) h) $\frac{4x^2-4xy}{5x^3-5x^2y}$ ($x \neq 0, x \neq y$)
 i) $\frac{(x+y)^2-z^2}{x+y+z}$ ($x+y+z \neq 0$) k) $\frac{x^6+2x^3y^3+y^6}{x^7-xy^6}$ ($x \neq 0, x \neq \pm y$)

Bài 3. Rút gọn, rồi tính giá trị các phân thức sau:

- a) $A = \frac{(2x^2+2x)(x-2)^2}{(x^3-4x)(x+1)}$ với $x = \frac{1}{2}$ b) $B = \frac{x^3-x^2y+xy^2}{x^3+y^3}$ với $x = -5, y = 10$

Bài 4. Rút gọn các phân thức sau:

- a) $\frac{(a+b)^2-c^2}{a+b+c}$ b) $\frac{a^2+b^2-c^2+2ab}{a^2-b^2+c^2+2ac}$ c) $\frac{2x^3-7x^2-12x+45}{3x^3-19x^2+33x-9}$

Bài 5. Rút gọn các phân thức sau:

- a) $\frac{a^3+b^3+c^3-3abc}{a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca}$ b) $\frac{x^3-y^3+z^3+3xyz}{(x+y)^2+(y+z)^2+(z-x)^2}$
 c) $\frac{x^3+y^3+z^3-3xyz}{(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2}$ d) $\frac{a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)}{a^4(b^2-c^2)+b^4(c^2-a^2)+c^4(a^2-b^2)}$
 e) $\frac{a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)}{ab^2-ac^2-b^3+bc^2}$ f) $\frac{x^{24}+x^{20}+x^{16}+\dots+x^4+1}{x^{26}+x^{24}+x^{22}+\dots+x^2+1}$

Bài 6. Tìm giá trị của biến x để:

a) $P = \frac{1}{x^2 + 2x + 6}$ đạt giá trị lớn nhất

ĐS: $\max P = \frac{1}{5}$ khi $x = -1$

b) $Q = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 2x + 1}$ đạt giá trị nhỏ nhất

ĐS: $\min Q = \frac{3}{4}$ khi $x = 1$

Bài 7. Chứng minh rằng phân thức sau đây không phụ thuộc vào x và y :

a) $\frac{(x^2 + a)(1 + a) + a^2x^2 + 1}{(x^2 - a)(1 - a) + a^2x^2 + 1}$

b) $\frac{3xy - 3x + 2y - 2}{y - 1} - \frac{9x^2 - 1}{3x - 1} \left(x \neq \frac{1}{3}, y \neq 1 \right)$

c) $\frac{ax^2 - a}{x + 1} - \frac{axy + ax - ay - a}{y + 1} \quad (x \neq -1, y \neq -1)$

d) $\frac{(x + a)^2 - x^2}{2x + a}$

e) $\frac{x^2 - y^2}{(x + y)(ay - ax)}$

f) $\frac{2ax - 2x - 3y + 3ay}{4ax + 6x + 9y + 6ay}$

Dạng 6. Quy đồng mẫu thức của nhiều phân thức

Bài 1. Tìm điều kiện để các phân thức sau có nghĩa và tìm mẫu thức chung của chúng:

a) $\frac{x}{16}, \frac{xy}{20}$

b) $\frac{1}{4x}, \frac{3}{6y}$

c) $\frac{xy}{8}, \frac{y}{15}$

d) $\frac{x}{2y}, \frac{y}{2x}$

e) $\frac{xy}{8}, \frac{yz}{12}, \frac{xz}{24}$

f) $\frac{xy}{2z}, \frac{yz}{3x}, \frac{zx}{4y}$

Bài 2. Tìm điều kiện để các phân thức sau có nghĩa và tìm mẫu thức chung của chúng:

a) $\frac{5}{2x - 4}, \frac{4}{3x - 9}, \frac{7}{50 - 25x}$

b) $\frac{x}{4 + 2a}, \frac{y}{4 - 2a}, \frac{z}{4 - a^2}$

c) $\frac{2a}{b^2}, \frac{x}{2a + 2b}, \frac{y}{a^2 - b^2}$

d) $\frac{3}{2x + 6}, \frac{x - 2}{x^2 + 6x + 9}$

e) $\frac{1}{x^2 - 2x + 1}, \frac{2}{x^2 + 2x}$

f) $\frac{x^4 + 1}{x^2 - 1}, x^2 + 1$

Bài 3. Quy đồng mẫu thức các phân thức sau:

a) $\frac{x}{2x^2 + 7x - 15}, \frac{x + 2}{x^2 + 3x - 10}, \frac{1}{x + 5}$

b) $\frac{1}{-x^2 + 3x - 2}, \frac{1}{x^2 + 5x - 6}, \frac{1}{-x^2 + 4x - 3}$

c) $\frac{3}{x^3 - 1}, \frac{2x}{x^2 + x + 1}, \frac{x}{x - 1}$

$$d) \frac{x}{x^2 - 2xy + y^2 - z^2}, \frac{y}{x^2 + 2yz - y^2 - z^2}, \frac{z}{x^2 - 2xz - y^2 + z^2}$$

Dạng 7. Thực hiện các phép toán trên phân thức

Bài 1. Thực hiện phép tính

$$a) \frac{x-5}{5} + \frac{1-x}{5}$$

$$b) \frac{x-y}{8} + \frac{2y}{8}$$

$$c) \frac{x^2-x}{xy} + \frac{1-4x}{xy}$$

$$d) \frac{5xy^2 - x^2y}{3xy} + \frac{4xy^2 + x^2y}{3xy}$$

$$e) \frac{x+1}{a-b} + \frac{x-1}{a-b} + \frac{x+3}{a-b}$$

$$f) \frac{5xy-4y}{2x^2y^3} + \frac{3xy+4y}{2x^2y^3}$$

$$g) \frac{2x^2-xy}{x-y} + \frac{xy+y^2}{y-x} + \frac{2y^2-x^2}{x-y}$$

Bài 2. Thực hiện phép tính

$$a) \frac{2x+4}{10} + \frac{2-x}{15}$$

$$b) \frac{3x}{10} + \frac{2x-1}{15} + \frac{2-x}{20}$$

$$c) \frac{x+1}{2x-2} + \frac{x^2+3}{2-2x^2}$$

$$d) \frac{1-2x}{2x} + \frac{2x}{2x-1} + \frac{1}{2x-4x^2}$$

$$e) \frac{x}{xy-y^2} + \frac{2x-y}{xy-x^2}$$

$$f) \frac{x^2}{x^2-4x} + \frac{6}{6-3x} + \frac{1}{x+2}$$

$$g) \frac{2x^2-10xy}{2xy} + \frac{5y-x}{y} + \frac{x+2y}{x}$$

$$h) \frac{2}{x+y} + \frac{1}{x-y} + \frac{-3x}{x^2-y^2}$$

$$i) x+y + \frac{x^2+y^2}{x+y}$$

Bài 3. Thực hiện phép tính

$$a) \frac{2x}{x^2+2xy} + \frac{y}{xy-2y^2} + \frac{4}{x^2-4y^2}$$

$$b) \frac{1}{x-y} + \frac{3xy}{y^3-x^3} + \frac{x-y}{x^2+xy+y^2}$$

$$c) \frac{2x+y}{2x^2-xy} + \frac{16x}{y^2-4x^2} + \frac{2x-y}{2x^2+xy}$$

$$d) \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{1+x^4} + \frac{8}{1+x^8} + \frac{16}{1+x^{16}}$$

Bài 4. Thực hiện phép tính

$$a) \frac{1-3x}{2} - \frac{x+3}{2}$$

$$b) \frac{2(x+y)(x-y)}{x} - \frac{-2y^2}{x}$$

$$c) \frac{3x+1}{x+y} - \frac{2x-3}{x+y}$$

$$d) \frac{xy}{2x-y} - \frac{x^2-1}{y-2x}$$

e) $\frac{4x-1}{3x^2y} - \frac{7x-1}{3x^2y}$

Bài 5. Thực hiện phép tính

a) $\frac{4x+1}{2} - \frac{3x+2}{3}$

b) $\frac{x+3}{x} - \frac{x}{x-3} + \frac{9}{x^2-3x}$ c) $\frac{x+3}{x^2-1} - \frac{1}{x^2+x}$

d) $\frac{1}{3x-2} - \frac{4}{3x+2} - \frac{-10x+8}{9x^2-4}$

e) $\frac{3}{2x^2+2x} + \frac{2x-1}{x^2-1} - \frac{2}{x}$

f) $\frac{3x}{5x+5y} - \frac{x}{10x-10y}$

g) $\frac{4a^2-3a+5}{a^3-1} - \frac{1-2a}{a^2+a+1} - \frac{6}{a-1}$

h) $\frac{5x^2-y^2}{xy} - \frac{3x-2y}{y}$

i) $\frac{x+9y}{x^2-9y^2} - \frac{3y}{x^2+3xy}$

k) $\frac{3x+2}{x^2-2x+1} - \frac{6}{x^2-1} - \frac{3x-2}{x^2+2x+1}$

l) $\frac{3}{2x+6} - \frac{x-6}{2x^2+6x}$

m) $x^2+1 - \frac{x^4+1}{x^2+1}$

n) $\frac{5}{a+1} - \frac{10}{a-(a^2+1)} - \frac{15}{a^3+1}$

Bài 6. Thực hiện phép tính

a) $\frac{1}{x} \cdot \frac{6x}{y}$

b) $\frac{2x^2}{y} \cdot 3xy^2$

c) $\frac{15x}{7y^3} \cdot \frac{2y^2}{x^2}$

d) $\frac{2x^2}{x-y} \cdot \frac{y}{5x^3}$

e) $\frac{5x+10}{4x-8} \cdot \frac{4-2x}{x+2}$

f) $\frac{x^2-36}{2x+10} \cdot \frac{3}{6-x}$

g) $\frac{x^2-9y^2}{x^2y^2} \cdot \frac{3xy}{2x-6y}$

h) $\frac{3x^2-3y^2}{5xy} \cdot \frac{15x^2y}{2y-2x}$

i) $\frac{2a^3-2b^3}{3a+3b} \cdot \frac{6a+6b}{a^2-2ab+b^2}$

Bài 7. Thực hiện phép tính

a) $\frac{2x}{3} : \frac{5}{6x^2}$

b) $16x^2y^2 : \left(-\frac{18x^2y^5}{5}\right)$

c) $\frac{25x^3y^5}{3} : 15xy^2$

d) $\frac{x^2-y^2}{6x^2y} : \frac{x+y}{3xy}$

e) $\frac{a^2+ab}{b-a} : \frac{a+b}{2a^2-2b^2}$

f) $\frac{x+y}{y-x} : \frac{x^2+xy}{3x^2-3y^2}$

g) $\frac{1-4x^2}{x^2+4x} : \frac{2-4x}{3x}$

h) $\frac{5x-15}{4x+4} : \frac{x^2-9}{x^2+2x+1}$

i) $\frac{6x+48}{7x-7} : \frac{x^2-64}{x^2-2x+1}$

k) $\frac{4x-24}{5x+5} : \frac{x^2-36}{x^2+2x+1}$

l) $\frac{3x+21}{5x+5} : \frac{x^2-49}{x^2+2x+1}$

m) $\frac{3-3x}{(1+x)^2} : \frac{6x^2-6}{x+1}$

Bài 8. Thực hiện phép tính

a) $\left(\frac{1}{x^2+x} - \frac{2-x}{x+1}\right) : \left(\frac{1}{x} + x - 2\right)$

b) $\left(\frac{3x}{1-3x} + \frac{2x}{3x+1}\right) : \frac{6x^2+10x}{1-6x+9x^2}$

c) $\left(\frac{9}{x^3 - 9x} + \frac{1}{x+3}\right) : \left(\frac{x-3}{x^2 + 3x} - \frac{x}{3x+9}\right)$ d) $\frac{x+1}{x+2} : \left(\frac{x+2}{x+3} : \frac{x+3}{x+1}\right)$

Bài 9. Rút gọn các biểu thức sau

a) $\frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}$ b) $\frac{\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x}}{\frac{x}{x-1} - \frac{x+1}{x}}$ c) $1 - \frac{x}{1 - \frac{x}{x+1}}$

d) $\frac{1 - \frac{2}{x+1}}{1 - \frac{x^2 - 2}{x^2 - 1}}$ e) $\frac{\frac{x}{y} + \frac{y}{x}}{\frac{x-y}{x+y} + \frac{x+y}{x-y}}$ f) $\frac{\frac{a-x}{a} + \frac{x}{a-x}}{\frac{a+x}{a} - \frac{x}{a+x}}$

Bài 10. Tìm các giá trị nguyên của biến số x để biểu thức đã cho cũng có giá trị nguyên:

a) $\frac{x^3 - x^2 + 2}{x-1}$ b) $\frac{x^3 - 2x^2 + 4}{x-2}$ c) $\frac{2x^3 + x^2 + 2x + 2}{2x+1}$

d) $\frac{3x^3 - 7x^2 + 11x - 1}{3x-1}$ e) $\frac{x^4 - 16}{x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 16x + 16}$

Bài 11. Phân tích các phân thức sau thành tổng các phân thức mà mẫu thức là các nhị thức bậc nhất:

a) $\frac{2x-1}{x^2 - 5x + 6}$ b) $\frac{x^2 + 2x + 6}{(x-1)(x-2)(x-4)}$ c) $\frac{3x^2 + 3x + 12}{(x-1)(x+2)x}$

Bài 12. Tìm các số A, B, C để có:

a) $\frac{x^2 - x + 2}{(x-1)^3} = \frac{A}{(x-1)^3} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{x-1}$ b) $\frac{x^2 + 2x - 1}{(x-1)(x^2 + 1)} = \frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x^2 + 1}$

Bài 13. Tính các tổng:

a) $A = \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-a)(b-c)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$

b) $B = \frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-a)(b-c)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)}$

Bài 14. Tính các tổng:

a) $A = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$ HD: $\frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$

b) $B = \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$

HD: $\frac{1}{k(k+1)(k+2)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{k} + \frac{1}{k+2} \right) - \frac{1}{k+1}$

Bài 15. Chứng minh rằng với mọi $m \in N$, ta có:

a) $\frac{4}{4m+2} = \frac{1}{m+1} + \frac{1}{(m+1)(2m+1)}$

$$b) \frac{4}{4m+3} = \frac{1}{m+2} + \frac{1}{(m+1)(m+2)} + \frac{1}{(m+1)(4m+3)}$$

$$c) \frac{4}{8m+5} = \frac{1}{2(m+1)} + \frac{1}{2(m+1)(3m+2)} + \frac{1}{2(3m+2)(8m+5)}$$

$$d) \frac{4}{3m+2} = \frac{1}{m+1} + \frac{1}{3m+2} + \frac{1}{(m+1)(3m+2)}$$

BÀI TẬP TỔNG HỢP

Bài 1. Thực hiện phép tính:

$$a) \frac{8}{(x^2+3)(x^2-1)} + \frac{2}{x^2+3} + \frac{1}{x+1}$$

$$b) \frac{x+y}{2(x-y)} - \frac{x-y}{2(x+y)} + \frac{2y^2}{x^2-y^2}$$

$$c) \frac{x-1}{x^3} - \frac{x+1}{x^3-x^2} + \frac{3}{x^3-2x^2+x}$$

$$d) \frac{xy}{ab} + \frac{(x-a)(y-a)}{a(a-b)} - \frac{(x-b)(y-b)}{b(a-b)}$$

$$e) \frac{x^3}{x-1} - \frac{x^2}{x+1} - \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}$$

$$f) \frac{x^3+x^2-2x-20}{x^2-4} - \frac{5}{x+2} + \frac{3}{x-2}$$

$$g) \left(\frac{x-y}{x+y} + \frac{x+y}{x-y} \right) \cdot \left(\frac{x^2+y^2}{2xy} + 1 \right) \cdot \frac{xy}{x^2+y^2}$$

$$h) \frac{1}{(a-b)(b-c)} + \frac{1}{(b-c)(c-a)} + \frac{1}{(c-a)(a-b)}$$

$$i) \frac{[a^2-(b+c)^2](a+b-c)}{(a+b+c)(a^2+c^2-2ac-b^2)} \quad k) \left[\frac{x^2-y^2}{xy} - \frac{1}{x+y} \left(\frac{x^2}{y} - \frac{y^2}{x} \right) \right] : \frac{x-y}{x}$$

Bài 2. Rút gọn các phân thức:

$$a) \frac{25x^2-20x+4}{25x^2-4}$$

$$b) \frac{5x^2+10xy+5y^2}{3x^3+3y^3}$$

$$c) \frac{x^2-1}{x^3-x^2-x+1}$$

$$d) \frac{x^3+x^2-4x-4}{x^4-16}$$

$$e) \frac{4x^4-20x^3+13x^2+30x+9}{(4x^2-1)^2}$$

Bài 3. Rút gọn rồi tính giá trị các biểu thức:

$$a) \frac{a^2+b^2-c^2+2ab}{a^2-b^2+c^2+2ac} \text{ với } a=4, b=-5, c=6 \quad b) \frac{16x^2-40xy}{8x^2-24xy} \text{ với } \frac{x}{y} = \frac{10}{3}$$

$$c) \frac{\frac{x^2+xy+y^2}{x+y} - \frac{x^2-xy+y^2}{x-y}}{x-y - \frac{x^2}{x+y}} \text{ với } x=9, y=10$$

Bài 4. Biểu diễn các phân thức sau dưới dạng tổng của một đa thức và một phân thức với bậc của tử thức nhỏ hơn bậc của mẫu thức:

a) $\frac{x^2 + 3}{x^2 - 1}$

b) $\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

c) $\frac{x^4 - x^3 + 4x^2 - x + 5}{x^2 + 1}$

d) $\frac{x^5 - 2x^4 - x - 3}{x + 1}$

Bài 5. Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức sau cũng có giá trị nguyên:

a) $\frac{1}{x + 2}$

b) $\frac{-1}{2x + 3}$

c) $\frac{x^3 - x^2 + 2}{x - 1}$

d) $\frac{x^3 - 2x^2 + 4}{x - 2}$

Bài 6. Cho biểu thức: $P = \frac{3x^2 + 3x}{(x + 1)(2x - 6)}$.

a) Tìm điều kiện xác định của P.

b) Tìm giá trị của x để $P = 1$.

Bài 7. Cho biểu thức: $P = \frac{x + 2}{x + 3} - \frac{5}{x^2 + x - 6} + \frac{1}{2 - x}$

a) Tìm điều kiện xác định của P.

b) Rút gọn biểu thức P.

c) Tìm x để $P = \frac{-3}{4}$.

d) Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức P cũng có giá trị nguyên.

e) Tính giá trị của biểu thức P khi $x^2 - 9 = 0$.

Bài 8. Cho biểu thức: $P = \frac{(a + 3)^2}{2a^2 + 6a} \cdot \left(1 - \frac{6a - 18}{a^2 - 9} \right)$.

a) Tìm điều kiện xác định của P.

b) Rút gọn biểu thức P.

c) Với giá trị nào của a thì $P = 0$; $P = 1$.

Bài 9. Cho biểu thức: $P = \frac{x}{2x - 2} + \frac{x^2 + 1}{2 - 2x^2}$.

a) Tìm điều kiện xác định của P.

b) Rút gọn biểu thức P.

c) Tìm giá trị của x để $P = -\frac{1}{2}$.

Bài 10. Cho biểu thức: $P = \frac{x^2 + 2x}{2x + 10} + \frac{x - 5}{x} + \frac{50 - 5x}{2x(x + 5)}$.

a) Tìm điều kiện xác định của P.

b) Tìm giá trị của x để $P = 1$; $P = -3$.

Bài 11. Cho biểu thức: $P = \frac{2}{2x + 3} + \frac{3}{2x + 1} - \frac{6x + 5}{(2x + 3)(2x - 3)}$.

a) Tìm điều kiện xác định của P.

- b) Rút gọn biểu thức P.
c) Tìm giá trị của x để $P = -1$.

Bài 12. Cho biểu thức:
$$P = \frac{1}{x+5} + \frac{2}{x-5} - \frac{2x+10}{(x+5)(x-5)}.$$

- a) Tìm điều kiện xác định của P.
b) Rút gọn biểu thức P.
c) Cho $P = -3$. Tính giá trị của biểu thức $Q = 9x^2 - 42x + 49$.

Bài 13. Cho biểu thức:
$$P = \frac{3}{x+3} + \frac{1}{x-3} - \frac{18}{9-x^2}.$$

- a) Tìm điều kiện xác định của P.
b) Rút gọn biểu thức P.
c) Tìm giá trị của x để $P = 4$.

Bài 14. Cho biểu thức:
$$P = \frac{x^2}{5x+25} + \frac{2x-10}{x} + \frac{50+5x}{x^2+5x}.$$

- a) Tìm điều kiện xác định của P.
b) Rút gọn biểu thức P.
c) Tìm giá trị của x để $P = -4$.

Bài 15. Cho biểu thức:
$$P = \frac{3x^2+6x+12}{x^3-8}$$

- a) Tìm điều kiện xác định của P.
b) Rút gọn biểu thức P.
c) Tính giá trị của P với $x = \frac{4001}{2000}$.

Bài 16. Cho biểu thức:
$$P = \left(\frac{1}{x-1} - \frac{x}{1-x^3} \cdot \frac{x^2+x+1}{x+1} \right) : \frac{2x+1}{x^2+2x+1}.$$

- a) Tìm điều kiện xác định của P.
b) Rút gọn biểu thức P.
c) Tính giá trị của P khi $x = \frac{1}{2}$.

Bài 17. Cho biểu thức:
$$P = \frac{x^2+2x}{2x+10} + \frac{x-5}{x} + \frac{50-5x}{2x(x+5)}.$$

- a) Tìm điều kiện xác định của P.
b) Rút gọn biểu thức P.
c) Tìm giá trị của x để $P = 0$; $P = \frac{1}{4}$.
d) Tìm giá trị của x để $P > 0$; $P < 0$.

Bài 18. Cho biểu thức:
$$P = \left[\frac{x+1}{2x-2} + \frac{3}{x^2-1} - \frac{x+3}{2x+2} \right] \cdot \frac{4x^2-4}{5}.$$

- Tìm điều kiện xác định của P.
- CMR: khi giá trị của biểu thức được xác định thì nó không phụ thuộc vào giá trị của biến x?

Bài 19. Cho biểu thức:
$$P = \left(\frac{5x+2}{x^2-10} + \frac{5x-2}{x^2+10} \right) \cdot \frac{x^2-100}{x^2+4}.$$

- Tìm điều kiện xác định của P.
- Rút gọn biểu thức P.
- Tính giá trị của P khi $x = 20040$.

Bài 20. Cho biểu thức:
$$P = \frac{x^2 - 10x + 25}{x^2 - 5x}.$$

- Tìm điều kiện xác định của P.
- Tìm giá trị của x để $P = 0$; $P = \frac{5}{2}$.
- Tìm giá trị nguyên của x để P cũng có giá trị nguyên.

CASESTUDY24H.COM