

CHUYÊN ĐỀ 2. HÀM SỐ BẬC NHẤT**A. LÝ THUYẾT****1. Định nghĩa**

Hàm số bậc nhất là hàm số được cho bởi công thức $y = ax + b$ trong đó a, b là các số cho trước và $a \neq 0$.

2. Tính chất

Hàm số bậc nhất $y = ax + b$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$ và có tính chất

- Đồng biến trên \mathbb{R} khi $a > 0$.
- Nghịch biến trên \mathbb{R} khi $a < 0$.

3. Đồ thị

Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$) là một đường thẳng cắt cả hai trục tọa độ.

- Cắt trục tung (Oy) tại điểm $B(0; b)$.
- Cắt trục hoành (Ox) tại điểm $A\left(\frac{-b}{a}; 0\right)$.

Gọi a là hệ số góc, b là tung độ gốc.

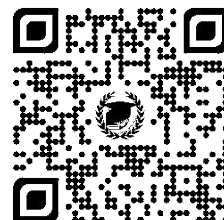
4. Đường thẳng song song, đường thẳng cắt nhau

Cho hai đường thẳng (d): $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và (d'): $y = a'x + b'$ ($a' \neq 0$) thì:

- (d) cắt (d') $\Leftrightarrow a \neq a'$
- (d) // (d') $\Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases}$
- (d) trùng (d') $\Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases}$
- (d) \perp (d') $\Leftrightarrow a \cdot a' = -1$

5. Hệ số góc của đường thẳng

- Đường thẳng $y = ax + b$ có hệ số góc là a . Các đường thẳng có cùng hệ số góc a (a là hệ số của x) thì tạo với trục Ox các góc bằng nhau.
- Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ và trục Ox ta có :
Nếu $a > 0$ thì $\tan \alpha = a$
Nếu $a < 0$ thì $\tan \alpha = -a$

**B. BÀI TẬP****Dạng 1. Tính giá trị hàm số, biểu diễn điểm lên mặt phẳng tọa độ**

Bài 1. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2}{3}x$.

Tính $f(-2)$; $f(-1)$; $f(0)$; $f\left(\frac{1}{2}\right)$; $f(1)$; $f(2)$; $f(3)$.

Bài 2. Cho hàm số $y = g(x) = \frac{2}{3}x + 3$.

Tính $g(-2)$; $g(-1)$; $g(0)$; $g\left(\frac{1}{2}\right)$; $g(1)$; $g(2)$; $g(3)$.

Bài 3. Cho hàm số $y = -\frac{1}{2}x + 3$. Tính các giá trị tương ứng của y theo x rồi điền vào bảng sau:

x	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5
$y = -\frac{1}{2}x + 3$											

Bài 4. Tính các giá trị tương ứng của y theo x rồi điền vào bảng sau

x	-2,5	-2,25	-1,5	-1	0	1	1,5	2,25	2,5
$y = 0,5x$									
$y = 0,5x + 2$									

Bài 5. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{-3}{4}x$.

Tính $f(-5)$; $f(-4)$; $f(0)$; $f\left(\frac{1}{2}\right)$; $f(1)$; $f(a)$; $f(a+1)$.

Bài 6. Hãy biểu diễn các điểm sau trên mặt phẳng tọa độ:

$A(-3; 0)$; $B(-1; -1)$; $C(0; 3)$; $D(1; 1)$; $E(3; 0)$; $F(1; -1)$; $G(0; -3)$.

Bài 7. Cho hàm số $y = (3 - \sqrt{2})x + 1$.

- Tính các giá trị của y khi x nhận các giá trị sau: 0 ; 1 ; $\sqrt{2}$; $3 + \sqrt{2}$; $3 - \sqrt{2}$.
- Tính các giá trị của x khi y nhận các giá trị sau: 0 ; 1 ; 8 ; $2 + \sqrt{2}$; $2 - \sqrt{2}$.

Dạng 2. Xác định, chứng minh hàm số đồng biến, nghịch biến.

Bài 1. Cho hàm số bậc nhất $y = (1 - \sqrt{5})x - 1$.

- Hàm số đồng biến hay nghịch biến trên \mathbb{R} ? vì sao?
- Tính y khi $x = 1 + \sqrt{5}$.
- Tính x khi $y = \sqrt{5}$.

Bài 2. Cho hàm số $y = f(x) = 3x$. Chứng minh hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .

Bài 3. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2}{3}x + 5$. Chứng minh hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .

Bài 4. Cho hàm số $y = f(x) = 4 - \frac{2}{5}x$. Chứng minh hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} .

Dạng 3. Vẽ đồ thị hàm số. Tìm tọa độ giao điểm. Tính toán trên hình vẽ

Bài 1. Vẽ đồ thị các hàm số $y = 2x$; $y = 2x + 5$; $y = \frac{-2}{3}x$; $y = \frac{-2}{3}x + 5$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

Bài 2. Vẽ đồ thị của hai hàm số $y = x$ và $y = 2x + 2$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ. Gọi A là giao điểm của hai đồ thị nói trên, tìm tọa độ điểm A.

Bài 3.

- Vẽ đồ thị của hai hàm số $y = x + 1$ và $y = -x + 3$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
- Hai đường thẳng $y = x + 1$ và $y = -x + 3$ cắt nhau tại C và cắt trục Ox theo thứ tự tại A và B. Tìm tọa độ các điểm A, B, C.
- Tính chu vi và diện tích tam giác ABC.

Bài 4.

- Vẽ đồ thị các hàm số $y = x$ (d_1); $y = 2x$ (d_2); $y = -x + 3$ (d_3) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
- Đường thẳng (d_3) cắt các đường thẳng (d_1), (d_2) theo thứ tự tại A và B. Tìm tọa độ các điểm A, B và tính diện tích tam giác OAB.

Bài 5.

- Vẽ đồ thị các hàm số $y = \frac{2}{3}x + 2$ (d_1); $y = -\frac{2}{3}x + 2$ (d_2) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
- Một đường thẳng song song trục Ox cắt trục Oy tại điểm có tung độ bằng 1, cắt (d_1), (d_2) theo thứ tự tại M và N. Tìm tọa độ các điểm A, B và tính diện tích tam giác OMN.

Dạng 4. Tìm công thức hàm số; phương trình đường thẳng.

Bài 1. Cho hàm số $y = ax + 3$. Tìm hệ số a, biết rằng

- Khi $x = 1$ thì $y = 2,5$.
- Đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y = -2x$.

Bài 2. Cho hàm số $y = 2x + b$. Tìm b biết rằng :

- Với $x = 4$ thì hàm số $y = 2x + b$ có giá trị bằng 5.
- Đồ thị hàm số đã cho cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3.
- Đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm A (1 ; 5).

Bài 3. Cho hàm số $y = ax - 4$. Tìm hệ số a, biết rằng

- Đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = 2x - 1$ tại điểm có hoành độ bằng 2.
- Đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = -3x + 2$ tại điểm có tung độ bằng 5.

Bài 4. Biết đồ thị của hàm số là đường thẳng đi qua gốc tọa độ, hãy xác định hàm số trong mỗi trường hợp sau:

- Đi qua điểm A(3 ; 2)
- Có hệ số a bằng 2.

c) Song song với đường thẳng $y = 3x + 1$.

Bài 5. Hãy xác định hàm số $y = ax + b$ biết:

- Đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y = 2x$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ -3 .
- Đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y = -3x$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ $= 2$.
- Đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y = x - 3$ và cắt đường thẳng $y = -2x + 1$ tại điểm có hoành độ bằng 1 .
- Đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y = 2 - 3x$ và cắt đường thẳng $y = x + 1$ tại điểm có tung độ bằng 2 .
- Đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y = 2x - 3$ và đi qua điểm $A(1 ; 1)$.
- Đồ thị hàm số vuông góc với đường thẳng $y = 3x + 1$ và đi qua điểm $M(1 ; 2)$.
- Đồ thị hàm số đi qua hai điểm $P(2 ; 1)$ và $Q(-1 ; 4)$.

Dạng 5. Tìm giá trị của tham số thỏa mãn điều kiện cho trước

Bài 1. Cho hàm số $y = (m - 2)x + n$. Tìm điều kiện của m và n để:

- Hàm số là hàm số bậc nhất.
- Hàm số đồng biến.
- Hàm số nghịch biến.
- Đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y = 2x - 1$.
- Đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = -3x + 2$.
- Đồ thị hàm số trùng đường thẳng $y = 3x - 2$.
- Đồ thị hàm số đi qua hai điểm $A(1 ; 2)$ và $B(3 ; 4)$.
- Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $1 - \sqrt{2}$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng $2 + \sqrt{2}$.

Bài 2. Với những giá trị nào của m thì các hàm số sau là hàm số bậc nhất

$$a) y = \sqrt{m-3}x + \frac{2}{3}$$

$$b) y = \frac{1}{m+2}x - \frac{3}{4}$$

Bài 3. Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{m} + \sqrt{5}}{\sqrt{m} - \sqrt{5}}x + 2012$

- Với những giá trị nào của m thì hàm số đã cho là hàm số bậc nhất?
- Tìm các giá trị của m để hàm số đã cho là hàm số bậc nhất đồng biến, nghịch biến trên \mathbb{R} .

Bài 4. Cho hai hàm số bậc nhất $y = 2x + 3k$ và $y = (2m + 1)x + 2k - 3$. Tìm điều kiện của m và k để đồ thị của hai hàm số là:

- Hai đường thẳng cắt nhau.
- Hai đường thẳng song song với nhau.
- Hai đường thẳng trùng nhau.

Bài 5.

a) Với những giá trị nào của m thì các hàm số $y = 2x + m + 3$ và $y = 3x + 5 - m$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung.

b) Tìm m để đường thẳng $y = 2x - 1$ và đường thẳng $y = 3x + m$ cắt nhau tại một điểm trên trục hoành.

Bài 6. Tìm giá trị của a để hai đường thẳng $y = (a - 1)x + 2$ và $y = (3 - a)x + 1$ song song nhau.

Bài 7. Xác định k và m để hai đường thẳng sau đây trùng nhau:

$$y = kx + (m - 2) \quad \text{và} \quad y = (5 - k)x + (4 - m)$$

Bài 8. Cho đường thẳng $y = (k + 1)x + k$. (1)

- Tìm k để (1) đi qua gốc tọa độ
- Tìm k để (1) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $1 - \sqrt{2}$.
- Tìm k để (1) song song với đường thẳng $y = (\sqrt{3} + 1)x + 3$.

Bài 9. Cho đường thẳng $y = (1 - 4m)x + m - 2$ (d)

- Với giá trị nào của m thì (d) đi qua gốc tọa độ.
- Với giá trị nào của m thì (d) tạo với trục Ox một góc nhọn, góc tù.
- Với giá trị nào của m thì (d) cắt trục tung tại một điểm có tung độ bằng 2.
- Với giá trị nào của m thì (d) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -1 .

Bài 10.

- Với giá trị nào của m và n thì đường thẳng $y = (m - 1)x + n$ song song với trục Ox.
- Cho hai đường thẳng $(d): y = -x + m + 2$ và $(d'): y = (m^2 - 2)x + 1$.

Khi $m = -2$ hãy tìm tọa độ giao điểm của chúng. Tìm m để $(d) // (d')$.

Bài 11. Cho ba đường thẳng sau $y = \frac{2}{5}x + \frac{1}{2}$; $y = \frac{3}{5}x - \frac{5}{2}$; $y = k.x + 3,5$. Tìm giá trị của k để ba đường thẳng đồng quy tại một điểm.

Bài 12. Cho hàm số $y = k.x + 2k + 1$ (d).

- Tìm k để (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $2\sqrt{3}$.
- Tìm k để (d) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1.
- Chứng minh rằng: với mọi giá trị $k \geq 0$, các đường thẳng (d) luôn đi qua một điểm cố định. hãy xác định tọa độ điểm cố định đó.

Bài tập tổng hợp

Bài 1.

- Vẽ đồ thị hai hàm số sau trên cùng một mặt phẳng tọa độ:
 $y = 0,5x + 2$ và $y = 5 - 2x$.
- Hai đường thẳng trên cắt nhau tại C và cắt trục Ox theo thứ tự tại A và B. Tìm tọa độ các điểm A, B, C.
- Tính độ dài các đoạn thẳng AB, AC và BC.
- Tính góc tạo bởi đường thẳng $y = 0,5x + 2$ với trục Ox.

Bài 2.

- Vẽ đồ thị các hàm số sau trên cùng một mặt phẳng tọa độ:

$$y = 2x \quad (1) \quad ; \quad y = 0,5x \quad (2) \quad \text{và} \quad y = -x + 6 \quad (3).$$

- Giao điểm của đường thẳng (3) cắt đường thẳng (1) và (2) theo thứ tự tại A và B. Tìm tọa độ các điểm A, B.
- Tính khoảng cách AB.
- Tính các góc của tam giác OAB.

Bài 3. Cho hàm số $y = \frac{-1}{3}x$ có đồ thị là (d_1) và hàm số $y = 3x - 2$ có đồ thị là (d_2) .

- Vẽ đồ thị (d_1) và (d_2) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
- Tìm m để đường thẳng $y = (2m - 3)x + 3m - 2$ cắt (d_2) tại điểm có hoành độ bằng 1.
- Xác định đường thẳng $(d_3): y = ax + b$ biết $(d_3) \parallel (d_1)$ và cắt (d_2) tại điểm có hoành độ bằng 2.

Bài 4. Cho $(d_1): y = 2x - 1$ và $(d_2): y = x - 2$

- Vẽ đồ thị (d_1) và (d_2) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
- Xác định tọa độ giao điểm A của (d_1) và (d_2) bằng phép tính.
- Tính góc tạo bởi (d_1) và (d_2) với trục Ox. (làm tròn đến phút)
- Viết phương trình đường thẳng (d_3) biết (d_3) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng $\frac{4}{3}$ và (d_1) , (d_2) , (d_3) đồng quy.

Bài 5.

- Cho các điểm $M(-1; -2)$, $N(-2; -4)$, $P(2; -3)$, $Q(3; -4,5)$. Tìm tọa độ các điểm M' , N' , P' , Q' lần lượt đối xứng với M , N , P , Q qua trục Ox.
- Vẽ đồ thị các hàm số sau trên cùng một mặt phẳng tọa độ: $y = |x|$ và $y = |x + 1|$.

Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị trên. Từ đó suy ra phương trình $|x| = |x + 1|$ có một nghiệm duy nhất.