

CHUYÊN ĐỀ : HAI TIẾP TUYẾN GIAO NHAU

A. LÝ THUYẾT

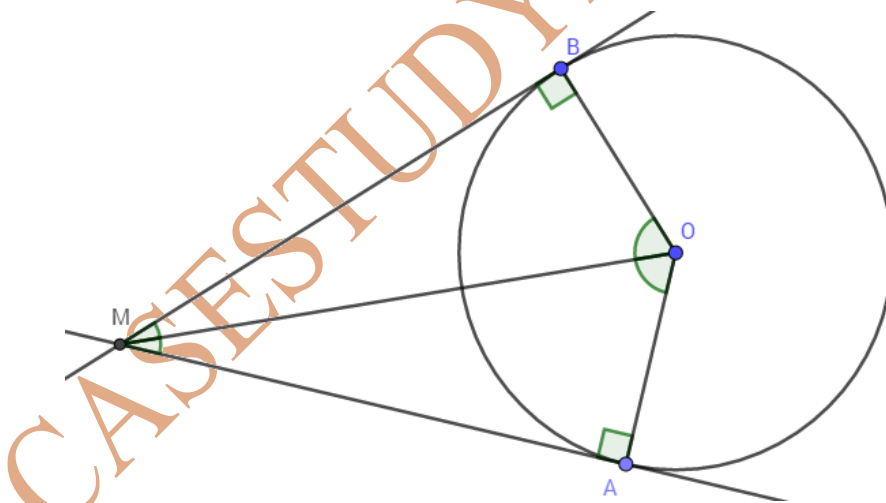
1. Những tính chất cần nhớ về tiếp tuyến và cát tuyến

- Nếu hai đường thẳng chứa các dây AB, CD của một đường tròn cắt nhau tại M thì $MA \cdot MB = MC \cdot MD$
- Đảo lại nếu hai đường thẳng AB, CD cắt nhau tại M và $MA \cdot MB = MC \cdot MD$ thì bốn điểm A, B, C, D thuộc một đường tròn.
- Nếu MC là tiếp tuyến và MAB là cát tuyến thì $MC^2 = MA \cdot MB = MO^2 - R^2$
- Từ điểm K nằm ngoài đường tròn ta kẻ các tiếp tuyến KA, KB cát tuyến KCD, H là trung điểm CD thì năm điểm K, A, H, O, B nằm trên một đường tròn.
- Từ điểm K nằm ngoài đường tròn ta kẻ các tiếp tuyến KA, KB cát tuyến KCD thì $\frac{AC}{AD} = \frac{BC}{BD}$.

2. Định lý về hai tiếp tuyến cắt nhau

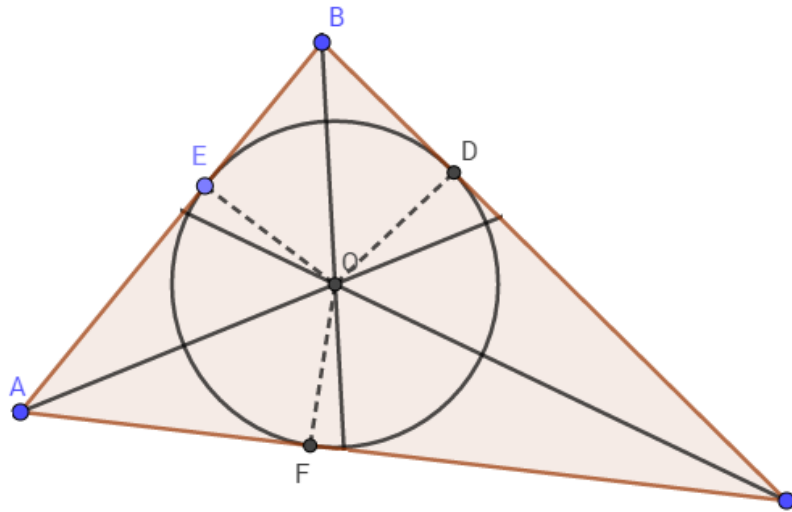
Nếu hai tiếp tuyến của một đường tròn cắt nhau tại một điểm thì:

- Điểm đó cách đều hai điểm.
- Tia kẻ từ điểm đó đi qua tâm là tia phân giác của góc tạo bởi hai tiếp tuyến.
- Tia kẻ từ tâm đi qua điểm đó là tia phân giác của góc tạo bởi hai bán kính đi qua các tiếp điểm.



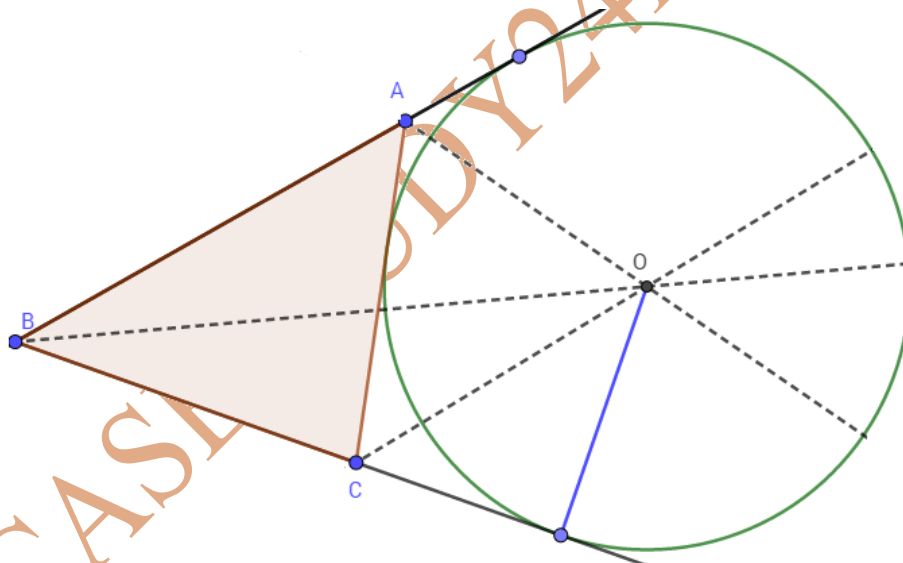
3. Đường tròn nội tiếp của tam giác.

- Đường tròn nội tiếp tam giác là đường tròn tiếp xúc với ba cạnh của tam giác, còn tam giác gọi là ngoại tiếp đường tròn, khi đó tam giác đó gọi là tam giác ngoại tiếp đường tròn.
- Tâm của đường tròn nội tiếp tam giác là giao điểm của các đường phân giác các góc trong của tam giác.



4. Đường tròn bàng tiếp tam giác

- Đường tròn bàng tiếp tam giác là đường tròn tiếp xúc với một cạnh của tam giác và tiếp xúc với các phần kéo dài của hai cạnh kia.
- Tâm của đường tròn bàng tiếp trong góc A là giao điểm của hai đường phân giác các góc ngoài tại B và C, giao điểm này cùng nằm trên đường phân giác góc A.
- Với một tam giác, có ba đường tròn bàng tiếp.



B. BÀI TẬP ÁP DỤNG

Bài 1: Cho tam giác đều ABC ngoại tiếp đường tròn bán kính bằng 1cm. Tính diện tích của tam giác ABC?

Bài 2: Từ điểm A nằm ngoài đường tròn O, kẻ tiếp tuyến AB, AC và cát tuyến ADE. Dây cung EN song song với BC. I là giao điểm của DN và BC. Chứng minh rằng IB = IC

Bài 3: Từ một điểm M cố định ở bên ngoài đường tròn (O) ta kẻ một tiếp tuyến MT và một cát tuyến MAB của đường tròn đó.

- a) Chứng minh rằng ta luôn có $MI^2 = MA.MB$ và tích này không phụ thuộc vị trí của cát tuyến MAB.
- b) Khi cho $MT = 20\text{cm}$, $MB = 50\text{cm}$, tính bán kính đường tròn?

Bài 4: Từ điểm K nằm ngoài đường tròn ta kẻ các tiếp tuyến KA, KB cắt tuyến KCD đến (O). Gọi M là giao điểm OK và AB. Vẽ dây DI qua M. Chứng minh:

- KIOD là tứ giác nội tiếp
- KO là phân giác của góc IKD

Bài 5: Từ điểm K nằm ngoài đường tròn (O) ta kẻ các tiếp tuyến KA, KB cắt tuyến KCD đến (O). Gọi M là giao điểm OK và AB. Chứng minh

- CMOD là tứ giác nội tiếp
- Đường thẳng AB chứa phân giác của góc CMD

Bài 6: Từ điểm K nằm ngoài đường tròn (O) ta kẻ các tiếp tuyến KA, KB cắt tuyến KCD đến (O). Gọi là trung điểm CD. Vẽ dây AF đi qua H. Chứng minh $BF \parallel CD$

Bài 7: Từ điểm K nằm ngoài đường tròn (O) ta kẻ các tiếp tuyến KA, KB cắt tuyến KCD đến (O). Gọi H là trung điểm CD. Đường thẳng qua H song song với BD cắt AB tại I. Chứng minh CI vuông góc OB.

Bài 8: Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn, vẽ tia Ax, By là hai tiếp tuyến của (O). M là điểm bất kì trên tia Ax. Qua M kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn tại C, cắt By tại N. MO cắt AC tại I. NO cắt CB tại K.

- Tứ giác CIOK là hình gì ?
- Biết $AB = 2R$, $AM = r\sqrt{3}$. Tính diện tích tứ giác AMNB.

Bài 9: Từ điểm A ở ngoài (O), vẽ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Đường thẳng AO cắt (O) tại hai điểm I, K (I nằm giữa A và O). Chứng minh rằng I là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$ và K là tâm đường tròn bàng tiếp $\triangle ABC$.

Bài 10: Cho đường tròn (O ; R) và điểm A ở ngoài đường tròn. Từ A vẽ hai tiếp tuyến AB, AC và cát tuyến AMN với đường tròn (B, C, M, N \in (O)). Gọi I là trung điểm của dây MN.

- Chứng minh rằng 5 điểm A, B, I, O, C cùng thuộc một đường tròn ;
- Tìm điều kiện của điểm A để ABOC là hình vuông.

Bài 11: Từ điểm A nằm ngoài đường tròn O, kẻ tiếp tuyến AB, AC và cát tuyến ADE. Dây cung EN song song với BC. I là giao điểm của DN và BC. Chứng minh rằng $IB = IC$

Bài 12: Cho đường tròn (O) và đường thẳng d cắt đường tròn tại hai điểm A, B. Từ điểm M bất kì trên d và nằm ngoài đường tròn, kẻ hai tiếp tuyến MC, MD (C, D là các tiếp điểm).

- Chứng minh rằng khi M thay đổi trên d thì đường tròn ngoại tiếp $\triangle MCD$ luôn đi qua hai điểm cố định ;
- Xác định vị trí của M trên d để $\triangle MCD$ là tam giác đều.

Bài 13: Cho đường tròn (O ; R), đường thẳng d cố định và không giao nhau với đường tròn. Từ điểm M tùy ý trên d, kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với (O) (A, B thuộc (O)). Kẻ OH vuông góc với d tại H. Dây cung AB cắt OH tại I, cắt MO tại K.

- Chứng minh rằng $IO.OH = OK.OM$;
- Khi M thay đổi trên d thì điểm K di chuyển trên đường nào ?

Bài 14: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A ($AC > AB$), I là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác. Gọi O là trung điểm của BC. Cho biết góc $BIO = 90^\circ$.

- a) Chứng minh rằng $BC + BA = 2AC$
- b) Tính tỉ số AB/AC .

CASESTUDY24H.COM