

CHƯƠNG 1. DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

1.1. Các định nghĩa về dao động

- a) Dao động là chuyển động có giới hạn trong không gian, lặp đi lặp lại nhiều lần quanh một vị trí cân bằng (VTCB).
- b) Dao động tuần hoàn là dao động mà trạng thái chuyển động của vật được lặp lại như cũ (trở lại vị trí cũ, hướng cũ) sau những khoảng thời gian bằng nhau.
- c) Dao động điều hòa là một dao động trong đó ly độ của vật là một hàm cosin hay sin của thời gian $x = A\cos(\omega t + \varphi)$, A , ω , φ là các hằng số.
- d) Dao động tự do (hoặc dao động riêng) là dao động của hệ xảy ra dưới tác dụng chỉ của nội lực, có chu kỳ chỉ phụ thuộc vào các đặc tính của hệ mà không phụ thuộc vào các yếu tố bên ngoài.
 - Một hệ có khả năng thực hiện dao động tự do, gọi là hệ dao động. Sau khi kích thích, hệ dao động sẽ tự nó thực hiện dao động theo chu kỳ riêng của nó.
 - Dao động của con lắc lò xo khi bỏ qua mọi ma sát và lực cản là dao động tự do.
 - Dao động bé của con lắc đơn khi bỏ qua mọi ma sát và lực cản là dao động tự do.
- e) Dao động tắt dần là dao động có biên độ giảm dần theo thời gian.
 - Nguyên nhân: do tác dụng của lực ma sát của môi trường (hoặc độ nhớt của môi trường).
 - Lực ma sát lớn hay nhỏ mà dao động sẽ tắt nhanh hay chậm.
- f) Dao động cưỡng bức là dao động dưới tác dụng của ngoại lực biến thiên điều hòa $F = F_0\cos\Omega t$, trong giai đoạn ổn định có tần số ω bằng tần số của ngoại lực Ω .
 - Dao động cưỡng bức là điều hòa.
 - Tần số f của dao động cưỡng bức bằng tần số f của ngoại lực
 - Biên độ dao động cưỡng bức tỷ lệ thuận với biên độ của ngoại lực và phụ thuộc độ chênh lệch tần số dao động cưỡng bức và tần số góc dao động riêng.
- g) Hiện tượng biên độ của dao động cưỡng bức tăng đến một giá trị cực đại khi tần số f của lực cưỡng bức bằng tần số dao động riêng f_0 của hệ dao động được gọi là hiện tượng cộng hưởng.
 - Điều kiện xảy ra cộng hưởng: $\Omega \approx \omega_0$, $f \approx f_0$.

- Ma sát có ảnh hưởng đến biên độ dao động cưỡng bức khi xảy ra cộng hưởng.

1.2. Dao động điều hoà và các đại lượng đặc trưng

a) Phương trình của dao động điều hoà có dạng: $x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$

+ Li độ (x) của dao động: là độ lệch của vật khỏi vị trí cân bằng.

- Đơn vị của li độ là đơn vị đo chiều dài.
- $-A \leq x \leq A$

+ Biên độ (A) của dao động là: độ lệch lớn nhất của vật khỏi vị trí cân bằng.

- Phụ thuộc vào cách kích thích dao động.
- $A > 0$
- Đơn vị biên độ là đơn vị đo chiều dài.

+ Đại lượng $(\omega t + \varphi)$ gọi là pha của dao động tại thời điểm t. Xác định trạng thái của dao động tại thời điểm t \Rightarrow xác định vị trí vận tốc, gia tốc và chiều tăng giảm của các đại lượng đó ở thời điểm t.

+ Đại lượng φ là pha ban đầu của dao động, là pha của dao động tại thời điểm ban đầu ($t = 0$)

- Có đơn vị là radian (rad).
- Phụ thuộc cách chọn trục tọa độ, gốc thời gian.

+ Đại lượng ω là tần số góc của dao động (rad/s).

b) Chu kì của dao động điều hoà là: khoảng thời gian (ký hiệu T) để vật thực hiện được một dao động toàn phần.

- $T = \frac{2\pi}{\omega}$
- Đơn vị của chu kì là giây (s).

c) Tần số (ký hiệu f) của dao động điều hoà là: số dao động toàn phần thực hiện trong một giây.

- Có đơn vị là một trên giây (1/s), gọi là Hertz (ký hiệu Hz).
- Công thức biểu diễn mối liên hệ giữa tần số góc, chu kì và tần số:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

d) Biểu thức ly độ, vận tốc, gia tốc của vật dao động điều hoà:

- Biểu thức ly độ: $x = A \cos(\omega t + \varphi)$
- Biểu thức vận tốc: $v = x' = -\omega A \sin(\omega t + \varphi)$
 $= \omega A \cos[(\omega t + \varphi) + \pi/2]$

\Rightarrow Vận tốc nhanh pha $\pi/2$ so với ly độ

- Biểu thức gia tốc của vật: $a = v' = x'' = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi)$
 $= \omega^2 A \cos[(\omega t + \varphi) + \pi]$

⇒ Gia tốc lệch pha π so với li độ (ngược pha) và lệch pha $\pi/2$ so với vận tốc.

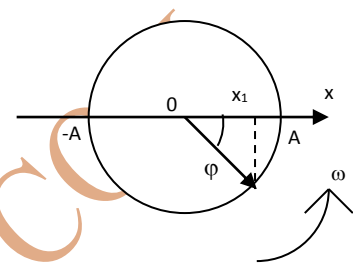
1.3. Một số bài toán nâng cao dao động điều hòa

a) Khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí có li độ x_1 đến x_2

- Sử dụng mối liên hệ giữa dao động điều hoà và chuyển động tròn đều.
- Dựa vào công thức của cđ tròn đều: $\Delta\varphi = \omega \cdot \Delta t$

$$\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{\Delta\varphi \cdot T}{2\pi}$$

Chú ý: $\Delta\varphi$ là góc quét được của bk nối vật cđ trong khoảng tgian Δt và do đó ta phải xđ tọa độ đầu x_1 tương ứng góc φ_1 và tọa độ cuối x_2 tương ứng góc φ_2 .



Bảng tính nhanh

| Chuyển động ($x_1 \div x_2$) | $\Delta\varphi$ | Thời gian (Δt) |
|--|-----------------|--------------------------|
| $0 \div \pm A/2$ | $\pi/6$ | $T/12$ |
| $\pm A/2 \div \pm A$ | $\pi/3$ | $T/6$ |
| $0 \div \pm A$ | $\pi/2$ | $T/4$ |
| $0 \div \pm \frac{A\sqrt{3}}{2}$ | $\pi/3$ | $T/6$ |
| $\pm \frac{A\sqrt{3}}{2} \div \pm A$ | $\pi/6$ | $T/12$ |
| $0 \div \pm \frac{A\sqrt{2}}{2}; \pm \frac{A\sqrt{2}}{2} \div \pm A$ | $\pi/4$ | $T/8$ |
| $A \div -A/2; -A \div A/2$ | $2\pi/3$ | $T/3$ |
| $A \div -\frac{A\sqrt{2}}{2}; -A \div \frac{A\sqrt{2}}{2}$ | $3\pi/4$ | $3T/8$ |
| $A \div -\frac{A\sqrt{3}}{2}; -A \div \frac{A\sqrt{3}}{2}$ | $5\pi/6$ | $5T/12$ |

b) Quãng đường vật đi được từ thời điểm t_1 đến t_2 $\Delta t = t_2 - t_1$

Cách làm: Tìm vị trí ban đầu: $t = t_1$ tìm x_1 và v_1

Cách 1: Tách Δt theo $T/2; T/4; T/8 \dots$

(Như vậy, thời gian vật đi là $\Delta t = nT/2 + mT/4 + \dots$)

Vận quãng đường vật đi là $S = n2A + S'$

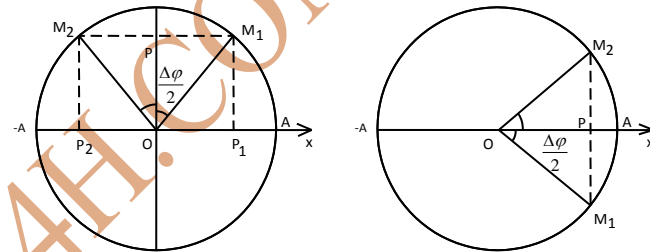
Cách 2: Tìm góc quay

- khi quay góc $n\pi$ vật đi được quãng đường $n2A$
- khi quay góc $\Delta\varphi = \pi.0,p$ từ vị trí ban đầu (x_1, v_1) ta dựa vào đường tròn lượng giác ta tìm được quãng đường đi là S'
- vậy quãng đường vật đi được là $S = n2A + S'$

+ Tốc độ trung bình của vật đi từ thời điểm t_1 đến t_2 : $|v_{tb}| = \frac{S}{t_2 - t_1}$.

+ Vận tốc trung bình của vật $v_{tb} = \frac{|x_2 - x_1|}{t_2 - t_1}$

c) Bài toán tính quãng đường lớn nhất và nhỏ nhất vật đi được trong khoảng thời gian $0 < \Delta t < T/2$.



- Vật có vận tốc lớn nhất khi qua VTCB, nhỏ nhất khi qua vị trí biên nên trong cùng một khoảng thời gian quãng đường đi được càng lớn khi vật ở càng gần VTCB và càng nhỏ khi càng gần vị trí biên.
- Sử dụng mối liên hệ giữa dao động điều hoà và chuyển động tròn đều. Góc quét $\Delta\varphi = \omega\Delta t$.

• Quãng đường lớn nhất khi vật đi từ M_1 đến M_2 đối xứng qua trục sin

$$S_{max} = 2A \sin \frac{\Delta\varphi}{2} = 2A \sin \frac{\omega\Delta t}{2}$$

• Quãng đường nhỏ nhất khi vật đi từ M_1 đến M_2 đối xứng qua trục cos

$$S_{min} = 2A(1 - \cos \frac{\Delta\varphi}{2}) = 2A(1 - \cos \frac{\omega\Delta t}{2})$$

Lưu ý: Trong trường hợp $\Delta t > T/2$

$$\rightarrow \text{Tách } \Delta t = n\frac{T}{2} + \Delta t' \quad \text{trong đó } n \in N^*; 0 < \Delta t' < \frac{T}{2}$$

- Trong thời gian $n\frac{T}{2}$ quãng đường luôn là $2nA$.
- Trong thời gian $\Delta t'$ thì quãng đường lớn nhất, nhỏ nhất tính như trên.

d) Xác định số lần vật đi qua x trong thời gian từ t_1 đến t_2 ($\Delta t = t_2 - t_1$)

- Trong một chu kỳ T (2π) vật đi qua x 2 lần nếu không kể đến chiều chuyển động, nếu kể đến chiều chuyển động thì sẽ đi qua 1 lần
- Xác định M_1 dựa vào t_1 và phương trình x,v

(x_1, v_1 chỉ quan tâm <0 hay >0 hay $=0$)

- Xác định M dựa vào x (hoặc v, a, W_t, W_d, F)
- Áp dụng công thức $\Delta\varphi = \omega\Delta t$ tìm số lần

1.4. Đặc tính dao động của con lắc lò xo và con lắc đơn

a) Đặc điểm cơ bản

| | CON LẮC LÒ XO | CON LẮC ĐƠN |
|---------------------------|---|---|
| Định nghĩa | Con lắc lò xo là hệ gồm vật nhỏ có khối lượng m gắn vào lò xo có khối lượng không đáng kể, độ cứng k, một đầu gắn vào điểm cố định, đặt nằm ngang hoặc treo thẳng đứng. | Con lắc đơn là hệ gồm vật nhỏ khối lượng m treo vào sợi dây không giãn có khối lượng không đáng kể và chiều dài rất lớn so với kích thước của vật. |
| Điều kiện khảo sát | Lực cản môi trường và ma sát không đáng kể. | Lực cản môi trường và ma sát không đáng kể. Góc lệch α nhỏ ($\alpha \leq 10^\circ$) |
| Phương trình động lực học | $F = -kx$ F: Thành phần lực kéo vật về vị trí cân bằng. Đơn vị N x: li độ của vật. Đơn vị m k: Độ cứng của lò xo. Đơn vị N/m | $P_t = -mg \frac{s}{l}$ P _t : Thành phần lực kéo vật về vị trí cân bằng. s: li độ cong của vật. Đơn vị m l: chiều dài của con lắc đơn. Đơn vị m |
| Phương trình dao động | $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ | $s = S_0 \cos(\omega t + \varphi)$ $\alpha = \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi)$ |
| Tần số góc | $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ k: độ cứng lò xo. Đơn vị N/m m: khối lượng của vật. Đơn vị kg | $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ g: gia tốc rơi tự do l: chiều dài dây treo. Đơn vị m |
| Chu kỳ dao động | $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ Chu kỳ dao động của con lắc lò xo: + Phụ thuộc hình dạng và kích thước của lò xo, chất liệu làm | $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ Chu kỳ dao động của con lắc đơn dao động bé: + Thay đổi theo nhiệt |

| | | |
|----------|---|---|
| | lò xo. + Phụ thuộc khối lượng quả nặng. | độ : $l = l_0(1 + \alpha t)$ + Phụ thuộc vị trí địa lý. + Thay đổi theo độ cao. |
| Cơ năng | $W = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$ | $W = \frac{1}{2}mv^2 + mgl(1 - \cos\alpha)$ |
| Ứng dụng | | Xác định gia tốc rơi tự do g. |

b) Hệ ghép lò xo

- Nối tiếp $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots$

→ cùng treo một vật khối lượng như nhau thì: $T^2 = T_1^2 + T_2^2$

- Song song: $k = k_1 + k_2 + \dots$

→ cùng treo một vật khối lượng như nhau thì: $\frac{1}{T^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} + \dots$

- Gắn lò xo k vào vật khối lượng m_1 được chu kỳ T_1 , vào vật khối lượng m_2 được T_2 , vào vật khối lượng $m_1 + m_2$ được chu kỳ T_3 , vào vật khối lượng $m_1 - m_2$ ($m_1 > m_2$) được chu kỳ T_4 . Suy ra,

$$T_3^2 = T_1^2 + T_2^2 \quad \text{và} \quad T_4^2 = T_1^2 - T_2^2$$

c) Chu kỳ của con lắc đơn

Chu kì dao động của con lắc đơn phụ thuộc vào độ cao, vĩ độ địa lí và nhiệt độ của môi trường. Vì gia tốc rơi tự do (g) phụ thuộc vào độ cao so với mặt đất và vĩ độ địa lí, còn chiều dài của con lắc (l) phụ thuộc vào nhiệt độ.

- Khi đưa con lắc lên cao gia tốc rơi tự do giảm nên chu kì tăng. *Chu kì tỉ lệ nghịch với căn bậc hai của gia tốc.*
- Khi nhiệt độ tăng, chiều dài con lắc tăng nên chu kì tăng. *Chu kì tỉ lệ thuận với căn bậc hai chiều dài con lắc.*

• Chu kì của con lắc ở độ cao h so với mặt đất: $T' = T \frac{R+h}{R}$

• Gia tốc rơi tự do trên một hành tinh ở độ cao (h) $g = \frac{GM}{(R+h)^2}$ ($g_0 = \frac{GM}{R^2}$)

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{Nm}^2/\text{kg}^2$; M là khối lượng hành tinh, R là bán kính hành tinh

• Chu kì của con lắc ở nhiệt độ t' so với nhiệt độ t: $T' = T \sqrt{\frac{1 + \alpha t'}{1 + \alpha t}}$

Chiều dài dây ở nhiệt độ t là: $l = l_0(1 + \alpha t)$; l_0 là chiều dài ở 0°C , α là hệ số nở dài

- Khi chu kì dao động của con lắc đồng hồ tăng thì đồng hồ chạy chậm và ngược lại.

→ Thời gian nhanh chậm trong t giây: $\Delta t = t \frac{|T' - T|}{T} = t \left| \frac{\Delta T}{T} \right|$

1.5. Năng lượng trong dao động điều hòa

a) Con lắc lò xo

- Động năng tức thời của con lắc: $Wđ = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t + \varphi)$.

- Thế năng tức thời của con lắc

(Thế năng đàn hồi): $Wt = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\cos^2(\omega t + \varphi)$.

→ Ly độ của con lắc lò xo biến thiên điều hòa với chu kỳ T (tần số f) thì động năng tức thời và thế năng tức thời biến thiên điều hòa cùng chu kỳ $T' = \frac{1}{2}T$ (tần số $f' = 2f$).

- Cơ năng: $W = Wđ + Wt = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$

→ Trong suốt quá trình dao động, có sự chuyển hóa giữa động năng và thế năng, nhưng tổng của chúng là cơ năng được bảo toàn.

- Cơ năng W phụ thuộc $\left\{ \begin{array}{l} + \text{ Cách kích thích dao động.} \\ + \text{ tỷ lệ bình phương tần số dao động} \\ + \text{ tỷ lệ nghịch với bình phương chu kỳ} \end{array} \right.$
- Ở vị trí cân bằng O: $x = 0, a = 0, F = 0 \Rightarrow$ thế năng bằng không, vận tốc cực đại $v_{\max} \Rightarrow$ động năng cực đại
- Ở vị trí biên: $x = \pm A$, gia tốc a_{\max} , lực hồi phục $F_{\max} \Rightarrow$ thế năng cực đại, vận tốc bằng không \Rightarrow động năng bằng không.
- Khi đi từ vị trí cân bằng O ra vị trí biên: Vận tốc giảm dần, ly độ tăng dần \Rightarrow động năng giảm, thế năng tăng. \Rightarrow độ lớn gia tốc tăng. \Rightarrow độ lớn của lực kéo về tăng.
- Khi đi từ vị trí biên về vị trí cân bằng O: Vận tốc tăng dần, ly độ giảm dần \Rightarrow động năng tăng, thế năng giảm. \Rightarrow độ lớn gia tốc giảm. \Rightarrow độ lớn của lực kéo về giảm.

b) Con lắc đơn

Gốc thế năng tại vị trí cân bằng O, cơ năng của hệ như sau:

$$W = \frac{1}{2}mv^2 + mgh = \frac{1}{2}mv^2 + mgl(1 - \cos\alpha),$$

α là góc hợp bởi phương dây treo và phương thẳng đứng.

Vận tốc của quả nặng khi dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc α :

$$v = \pm\sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}$$

α_0 : Ly độ góc cực đại.

Sức căng dây treo khi dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc α :

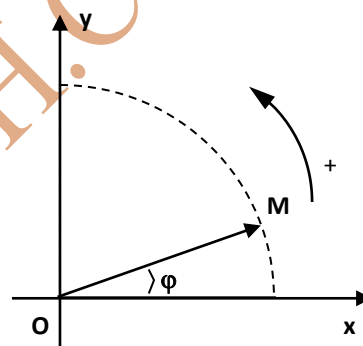
$$T = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$$

1.6. Phương pháp giản đồ Fresnel (phương pháp vectơ quay)

Liên hệ giữa chuyển động tròn đều và dao động điều hòa: Mỗi dao động điều hòa có thể được coi như hình chiếu của một chuyển động tròn đều xuống một đường thẳng nằm trong mặt phẳng quỹ đạo.

Phương pháp vectơ quay: Biểu diễn dao động điều hoà $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ bằng vectơ quay:

- Chọn hệ trục tọa độ vuông góc xOy; chiều dương là chiều dương của đường tròn lượng giác.
- Dựng vectơ \overline{OM} hợp với trục Ox một góc bằng pha ban đầu φ , có độ dài tỉ lệ với biên độ dao động.
- Cho vectơ \overline{OM} quay với tốc độ ω , hình chiếu của M trên trục Ox tại thời điểm t là $x=A\cos(\omega t + \varphi)$ biểu diễn phương trình của dao động điều hoà.



1.7. Tổng hợp hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số bằng phương pháp vectơ quay

Giả sử có vật tham gia đồng thời hai dao động điều hòa có phương trình dao động lần lượt là: $x_1=A_1\cos(\omega t + \varphi_1)$ và $x_2=A_2\cos(\omega t + \varphi_2)$.

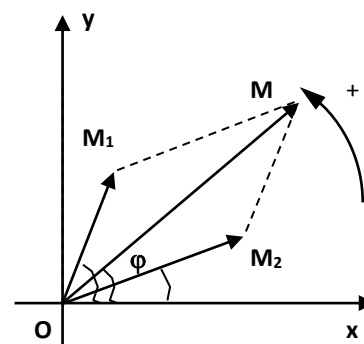
Dao động của vật là tổng hợp của hai dao động và có dạng:

$$x = x_1 + x_2 = A\cos(\omega t + \varphi)$$

Chọn trục tọa độ vuông góc xOy (hình vẽ). Biểu diễn các vectơ quay tại thời điểm $t = 0$:

$$x_1 \rightarrow \overline{OM}_1(A_1; \varphi_1)$$

$$x_2 \rightarrow \overline{OM}_2(A_2; \varphi_2)$$



- Vectơ $\overline{OM} = \overline{OM}_1 + \overline{OM}_2$ biểu diễn dao động tổng hợp có độ dài bằng A là biên độ của dao động tổng hợp và hợp trục Ox một góc φ là pha ban đầu của dao động tổng hợp.
- Biên độ của dao động tổng hợp: $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$.
- Biên độ dao động tổng hợp phụ thuộc vào độ lệch pha của hai dao động.
 - $|A_1 - A_2| \leq A \leq A_1 + A_2$
- Pha ban đầu của dao động tổng hợp: $\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$
- Độ lệch pha của hai dao động: $\Delta\varphi = (\omega t + \varphi_2) - (\omega t + \varphi_1) = \varphi_2 - \varphi_1$
 - Nếu $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 > 0 \rightarrow$ Dao động 2 sớm pha hơn dao động 1 hoặc dao động 1 trễ pha so với dao động 2.
 - Nếu $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 < 0 \rightarrow$ Dao động 2 trễ pha so với dao động 1 hoặc dao động 1 sớm pha hơn dao động 2.
 - Nếu $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 2n\pi \rightarrow$ Hai dao động cùng pha. ($n = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3 \dots$)
 - $A = A_1 + A_2 = A_{\max}$
 - Nếu $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = (2n + 1)\pi \rightarrow$ Hai dao động ngược pha. ($n = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3 \dots$)
 - $A = |A_1 - A_2| = A_{\min}$
 - Nếu độ lệch pha bất kì $\rightarrow |A_1 - A_2| < A < A_1 + A_2$

