

**CASESTUDY 24H - GÓC CHIA SẺ KIẾN THỨC**

-----o0o-----

**NGUYỄN HỮU TUYẾN**

**MÔN HỌC: TOÁN 7**

**TUYỂN TẬP CÁC BÀI TOÁN  
CƠ BẢN & NÂNG CAO**

**HÀ NỘI - 2018**

# MỤC LỤC

Trang

|                                                                                    |    |
|------------------------------------------------------------------------------------|----|
| LỜI NÓI ĐẦU.....                                                                   |    |
| PHẦN SỐ HỌC .....                                                                  | 1  |
| CHUYÊN ĐỀ 1. TỈ LỆ THỨC, DẪY TỈ SỐ BẰNG NHAU.....                                  | 1  |
| Dạng 1. Thực hiện phép tính với số hữu tỉ.....                                     | 1  |
| Dạng 2. Tìm số hạng chưa biết.....                                                 | 1  |
| Dạng 3: Chứng minh liên quan đến dãy tỉ số bằng nhau .....                         | 2  |
| Dạng 4: Toán chia tỉ lệ .....                                                      | 3  |
| Dạng 5: Một số sai lầm thường gặp trong giải toán liên quan đến tỷ số bằng nhau... | 4  |
| CHUYÊN ĐỀ 2: BÀI TOÁN VỀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH .....                              | 4  |
| CHUYÊN ĐỀ 3: BÀI TOÁN VỀ HÀM SỐ & ĐỒ THỊ $Y = aX$ .....                            | 6  |
| CHUYÊN ĐỀ 4: BÀI TOÁN THỐNG KÊ.....                                                | 6  |
| CHUYÊN ĐỀ 5: BIỂU THỨC ĐẠI SỐ.....                                                 | 8  |
| Dạng 1: Thu gọn biểu thức đại số .....                                             | 8  |
| Dạng 2: Tính giá trị biểu thức đại số.....                                         | 8  |
| Dạng 3 : Cộng, trừ đa thức nhiều biến.....                                         | 8  |
| Dạng 4: Cộng trừ đa thức một biến.....                                             | 9  |
| Dạng 5 : Tìm nghiệm của đa thức 1 biến .....                                       | 9  |
| Dạng 6: Tìm hệ số chưa biết trong đa thức $P(x)$ biết $P(x_0) = a$ .....           | 10 |
| PHẦN HÌNH HỌC .....                                                                | 14 |
| CHUYÊN ĐỀ 1. QUAN HỆ SONG SONG, VUÔNG GÓC .....                                    | 14 |
| CHUYÊN ĐỀ 2. BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN TAM GIÁC .....                                 | 16 |
| Phần I. Lý thuyết .....                                                            | 16 |
| Phần II. Bài tập áp dụng .....                                                     | 17 |
| A. Bài tập về tam giác cân .....                                                   | 17 |
| B. Bài tập về tam giác vuông .....                                                 | 19 |
| C. Bài tập bổ sung.....                                                            | 21 |

## LỜI NÓI ĐẦU

*Thân gửi các em học sinh,*

Cuốn sách là tổng hợp các bài tập cơ bản và nâng cao theo từng chương lý thuyết được học. Với mong muốn, các em có điều kiện luyện tập nhiều hơn nên Thầy tổng hợp lại các dạng bài đặc trưng này. Hy vọng các em sẽ tích cực học tập để đạt được kết quả tốt nhất.



*Không bao giờ là quá muộn cho việc học tập.  
Cùng nhau chia sẻ kiến thức và nâng tầm hiểu biết cùng Casestudy24h.*

## PHẦN SỐ HỌC

### CHUYÊN ĐỀ 1. TỈ LỆ THỨC, DÃY TỈ SỐ BẰNG NHAU

#### Dạng 1. Thực hiện phép tính với số hữu tỉ

**Bài 1:** Thực hiện các phép tính sau:

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{2} - \frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{7}{12} & B &= -3 - \frac{2}{3} + \frac{3}{5} \left( -\frac{10}{9} - \frac{25}{3} \right) - \frac{5}{6} & C &= \left( \frac{12}{35} - \frac{6}{7} + \frac{18}{14} \right) : \frac{6}{-7} - \frac{-2}{5} - 1 \\
 D &= \left[ \frac{-54}{64} - \left( \frac{1}{9} : \frac{8}{27} \right) : \frac{-1}{3} \right] : \frac{-81}{128} & E &= \left[ \frac{193}{-17} \left( \frac{2}{193} - \frac{3}{386} \right) + \frac{11}{34} \right] : \left[ \left( \frac{7}{1931} + \frac{11}{3862} \right) \frac{1931}{25} + \frac{9}{2} \right] \\
 F &= \frac{\left( \frac{53}{4} - 2\frac{5}{27} - \frac{65}{6} \right) \left( 230 + \frac{1}{25} \right) + 46\frac{3}{4}}{\left( \frac{24}{7} + 3\frac{1}{3} \right) : \left( 12\frac{1}{3} - 14\frac{2}{7} \right)} & G &= \frac{\left( \frac{-5}{7} - \frac{7}{9} + \frac{9}{11} - \frac{11}{13} \right) \left( 3 - \frac{3}{4} \right)}{\left( \frac{10}{21} + \frac{14}{27} - \frac{6}{11} + \frac{22}{39} \right) : \left( 2 - \frac{2}{3} \right)}
 \end{aligned}$$

**Bài 2:** Tính hợp lý các biểu thức sau:

$$\begin{aligned}
 a. & (-3,8) + [(-5,7) + 3,8] & b. & 31,4 + [6,4 + (-18)] \\
 c. & [(-9,6) + 4,5] + [9,6 + (-1,5)] & d. & [(-4,9) + (-7,8)] + [1,9 + 2,8] \\
 e. & (3,1 - 2,5) - (-2,5 + 3,1) & f. & (5,3 - 2,8) - (4 + 5,3) \\
 g. & -(251,3 + 281) + 3,251 - (1 - 281) & h. & -\left( \frac{3}{54} + \frac{3}{4} \right) - \left( \frac{-3}{4} + \frac{2}{5} \right)
 \end{aligned}$$

**Bài 3.** Tính giá trị của biểu thức  $A = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{(n-1).n}$

**Bài 4.** Tính giá trị của biểu thức  $B = \frac{4}{3.7} + \frac{4}{7.11} + \frac{4}{11.15} + \dots + \frac{4}{95.99}$

#### Dạng 2. Tìm số hạng chưa biết

**Bài 1:** Tìm x trong tỉ lệ thức sau

$$\begin{aligned}
 a) & -0,52 : x = -9,36 : 16,38 & c) & \frac{x}{-15} = \frac{-60}{x} \\
 b) & \frac{x-3}{5-x} = \frac{5}{7} & d) & \frac{2x-3}{2} = \frac{x-1}{5} \\
 e) & \left( 152\frac{2}{4} - 148\frac{3}{8} \right) : 0,2 = x : 0,3 & g) & \left[ \left( 6\frac{3}{5} - 3\frac{3}{14} \right) . 2,5 \right] : (21 - 1,25) = x : 5\frac{5}{6} \\
 f) & \left( 85\frac{7}{30} - 83\frac{5}{18} \right) : 2\frac{2}{3} = 0,01x : 4 & h) & \left( 4 - \frac{3}{4} \right) : \left( 2\frac{1}{3} - 1\frac{1}{9} \right) = 31x : \left( 45\frac{10}{63} - 44\frac{25}{84} \right)
 \end{aligned}$$

**Bài 2:** Tìm hai số x và y biết  $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$  và  $x + y = 20$ .

**Bài 3:** Tìm 3 số x, y, z biết  $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$  và  $x + y + z = 27$

**Bài 4:** Tìm 3 số  $x, y, z$  biết  $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$  và  $2x + 3y - 5z = -21$

**Bài 5:** Tìm 3 số  $x, y, z$  biết  $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$  và  $2x^2 + 3y^2 - 5z^2 = -405$

**Bài 6:** Tìm 3 số  $x, y, z$  biết  $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$  và  $x \cdot y \cdot z = 648$

**Bài 7:** Tìm  $x, y, z$  biết  $\frac{x}{6} = \frac{y}{9}; x = \frac{z}{2}$  và  $x + y + z = 27$

**Bài 8:** Tìm  $x, y, z$  biết  $3x = 2y; 4x = 2z$  và  $x + y + z = 27$

**Bài 9:** Tìm  $x, y, z$  biết  $6x = 4y = 3z$  và  $2x + 3y - 5z = -21$

**Bài 10:** Tìm  $x, y, z$  biết  $\frac{6x-3z}{5} = \frac{4y-6x}{7} = \frac{3z-4y}{9}$  và  $2x + 3y - 5z = -21$

**Bài 11:** Tìm  $x, y, z$  biết

$$\frac{x-4}{2} = \frac{y-6}{3} = \frac{z-8}{4} \text{ và } x + y + z = 27$$

### Dạng 3: Chứng minh liên quan đến dãy tỉ số bằng nhau

#### 1) Các phương pháp

Để chứng minh tỷ lệ thức  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  Ta có các phương pháp sau :

**Phương pháp 1 :** Chứng tỏ rằng:  $ad = bc$ .

**Phương pháp 2 :** Chứng tỏ 2 tỷ số  $\frac{a}{b}; \frac{c}{d}$  có cùng một giá trị nếu trong đề bài đã cho trước một tỷ lệ thức ta đặt giá trị chung của các tỷ số tỷ lệ thức đã cho là  $k$ , từ đó tính giá trị của mỗi tỷ số ở tỷ lệ thức phải chứng minh theo  $k$ .

**Phương pháp 3:** Dùng tính chất hoán vị, tính chất của dãy tỷ số bằng nhau, tính chất của đẳng thức biến đổi tỷ số ở vế trái ( của tỷ lệ thức cần chứng minh) thành vế phải.

**Phương pháp 4:** Dùng tính chất hoán vị, tính chất của dãy tỷ số bằng nhau, tính chất của đẳng thức để từ tỷ lệ thức đã cho biến đổi dần thành tỷ lệ thức phải chứng minh.

#### 2) Bài tập

**Bài 1:** Cho  $a, b, c, d$  khác 0 từ tỷ lệ thức:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  hãy suy ra tỷ lệ thức:  $\frac{a-b}{a} = \frac{c-d}{c}$ .

**Bài 2:** Chứng minh rằng nếu  $a^2 = bc$  thì

$$a) \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+a}{c-a}; b) \frac{a^2+c^2}{b^2+a^2} = \frac{c}{b}, (b \neq 0)$$

(với  $a \neq b, a \neq c$ )

**Bài 3:** Cho 4 số khác 0 là  $a_1, a_2, a_3, a_4$  thỏa mãn  $a_2^2 = a_1 a_3; a_3^3 = a_2 a_4$  chứng tỏ

$$\frac{a_1^3 + a_2^3 + a_3^3}{a_2^3 + a_3^3 + a_4^3} = \frac{a_1}{a_4}$$

**Bài 4:** Biết  $\frac{bz - cy}{a} = \frac{cx - az}{b} = \frac{ay - bx}{c}$ . Chứng minh rằng  $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$

#### Dạng 4: Toán chia tỉ lệ

##### 1) Phương pháp giải

**Bước 1:** Dùng các chữ cái để biểu diễn các đại lượng chưa biết

**Bước 2:** Thành lập dãy tỉ số bằng nhau và các điều kiện

**Bước 3:** Tìm các số hạng chưa biết

**Bước 4:** Kết luận.

##### 2) Bài tập

**Bài 1:** Tính độ dài các cạnh một tam giác biết chu vi là 22 cm và các cạnh của tam giác tỉ lệ với các số 2;4;5

**Bài 2:** Ba lớp 7A,7B,7C cùng tham gia lao động trồng cây ,số cây mỗi lớp trồng được tỉ lệ với các số 2;4;5 và 2 lần số cây của lớp 7A cộng với 4 lần số cây của lớp 7B thì hơn số cây của lớp 7C là 119 cây.Tính số cây mỗi lớp trồng được.

**Bài 3:** Tổng các lũy thừa bậc ba của 3 số là -1009.Biết tỉ số giữa số thứ nhất và số thứ hai là  $\frac{2}{3}$  ,giữa số thứ hai và số thứ 3 là  $\frac{4}{9}$  .Tìm ba số đó.

**Bài 4:** Ba kho thóc có tất cả 710 tấn thóc, sau khi chuyển đi  $\frac{1}{5}$  số thóc ở kho I,  $\frac{1}{6}$  số thóc ở kho II và  $\frac{1}{11}$  số thóc ở kho III thì số thóc còn lại của 3 kho bằng nhau .Hỏi lúc đầu mỗi kho có bao nhiêu tấn thóc

**Bài 5:** Trong một đợt lao động ba khối 7,8,9 chuyển được 912  $m^3$  đất, trung bình mỗi học sinh khối 7, 8, 9 theo thứ tự làm được 1,2 $m^3$ ;1,4 $m^3$ ;1,6 $m^3$

Số học sinh khối 7 và khối 8 tỉ lệ với 1 và 3 ; số học sinh khối 8 và khối 9 tỉ lệ với 4 và 5. Tính số học sinh của mỗi khối.

**Bài 6.** Có 3 đội A; B; C có tất cả 130 người đi trồng cây. Biết rằng số cây mỗi người đội A; B; C trồng được theo thứ tự là 2; 3; 4 cây. Biết số cây mỗi đội trồng được như nhau. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu người đi trồng cây?

**Bài 7:** Ba đội máy cày, cày ba cánh đồng cùng diện tích. Đội thứ nhất cày xong trong 2 ngày, đội thứ hai trong 4 ngày, đội thứ 3 trong 6 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy biết rằng ba đội có tất cả 33 máy.

**Bài 8.** Trường có 3 lớp 7, biết  $\frac{2}{3}$  có số học sinh lớp 7A bằng  $\frac{3}{4}$  số học sinh 7B và bằng  $\frac{4}{5}$  số học sinh 7C. Lớp 7C có số học sinh ít hơn tổng số học sinh của 2 lớp kia là 57 bạn. Tính số học sinh mỗi lớp?

**Bài 9:** Một khu đất hình chữ nhật có chiều dài và chiều rộng tỉ lệ với 7 và 5. Diện tích bằng 315  $m^2$ . Tính chu vi hình chữ nhật đó.

**Bài 10:** Số học sinh tiên tiến của ba lớp 7A; 7B; 7C tương ứng tỉ lệ với 5; 4; 3. Hỏi mỗi lớp có bao nhiêu học sinh tiên tiến, biết rằng lớp 7A có số học sinh tiên tiến nhiều hơn lớp 7B là 3 học sinh.

### Dạng 5: Một số sai lầm thường gặp trong giải toán liên quan đến tỷ số bằng nhau

Sai lầm khi áp dụng tương tự

$$\text{H/s áp dụng } \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{x.y}{a.b} \text{ hay } \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = \frac{x.y.z}{a.b.c}$$

**Bài 1:** Tìm 2 số x,y biết rằng  $\frac{x}{2} = \frac{y}{5}$  và  $x.y=10$

**Bài 2:** Tìm các số x,y,z biết rằng

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} \text{ và } x.y.z=648$$

**Bài 3:** Cho 3 tỉ số bằng nhau là  $\frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b}$ .

Tìm giá trị của mỗi tỷ số đó.

## CHUYÊN ĐỀ 2: BÀI TOÁN VỀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

**Bài 1:** Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch, điền vào ô trống trong các bảng sau:

|   |   |    |    |   |    |
|---|---|----|----|---|----|
| x | 3 |    | 12 |   | 48 |
| y |   | 16 | 8  | 4 |    |

|   |   |    |    |   |    |
|---|---|----|----|---|----|
| x | 3 |    | 12 |   | 48 |
| y |   | 16 | 8  | 4 |    |

**Bài 2:** Các Giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y được cho trong bảng dưới đây có tỉ lệ nghịch với nhau không?

|   |     |     |     |    |    |
|---|-----|-----|-----|----|----|
| x | -5  | -4  | -3  | 10 | 12 |
| y | -12 | -15 | -20 | 6  | 5  |

|   |    |    |     |     |     |
|---|----|----|-----|-----|-----|
| x | -3 | 5  | 1   | -5  | -3  |
| y | 15 | -9 | -15 | -15 | -15 |

**Bài 3:** Xác định đại lượng đã cho trong mỗi câu sau có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau không? Nếu có hãy xác định hệ số tỉ lệ.

- Chiều dài x và chiều rộng y của hình chữ nhật có diện tích bằng a (a là hằng số cho trước)
- Vận tốc v và thời gian t khi đi trên cùng quãng đường S.
- Diện tích S và bán kính R của hình tròn.
- Năng suất lao động n và thời gian thực hiện t để làm xong một công việc a.

**Bài 4:** Xác định mối tương quan giữa hai cạnh x, y của các hình chữ nhật có cùng diện tích là  $120 \text{ cm}^2$ . Hãy điền các giá trị tương ứng của x và y (bằng cm vào bảng sau)

|   |   |  |   |  |   |  |
|---|---|--|---|--|---|--|
| X | 3 |  | 5 |  | 8 |  |
|---|---|--|---|--|---|--|

|   |  |   |  |   |  |    |
|---|--|---|--|---|--|----|
| Y |  | 4 |  | 6 |  | 24 |
|---|--|---|--|---|--|----|

**Bài 5:** Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc 50 km/h và từ B trở về A với vận tốc 45 km/h. Thời gian cả đi lẫn về là 6 giờ 20 phút. Tính thời gian đi, thời gian về và độ dài quãng đường AB.

**Bài 6:** Biết rằng 4 người làm cỏ một cánh đồng hết 4 giờ 30 phút hỏi 9 người (với cùng năng suất như thế) làm cỏ cánh đồng đó hết mấy giờ.

**Bài 7:**

a) Để làm một công việc trong 8 giờ cần 35 công nhân. Nếu có 40 công nhân thì công việc được hoàn thành trong mấy giờ.

b) Để làm một công việc trong 8 giờ cần 30 công nhân. Nếu có 80 công nhân thì công việc được hoàn thành trong mấy giờ.

**Bài 8:** Để đặt một đoạn đường sắt phải dùng 480 thanh day dài 8 m. Nếu thay bằng những thanh day dài 5 m thì cần bao nhiêu thanh day?

**Bài 9:** a) Hãy chia số 470 thành ba phần tỉ lệ nghịch với 3; 4; 5.

b) Hãy chia số 555 thành ba phần tỉ lệ nghịch với 4; 5 và 6.

c) Hãy chia số 314 thành ba phần tỉ lệ thuận với  $\frac{2}{3}$ ;  $\frac{2}{5}$  và  $\frac{3}{7}$

**Bài 10:** Học sinh các lớp 7A, 7B, 7C cùng đào một khối lượng đất như nhau. Lớp 7A làm xong công việc trong 2 giờ. Lớp 7B làm xong công việc trong 2,5 giờ. Lớp 7C làm xong công việc trong 3 giờ. Hãy tính số học sinh mỗi lớp tham gia. Biết rằng số học sinh lớp 7A tham gia nhiều hơn số học sinh lớp 7C là 10 em.

**Bài 11:** Ba đội máy cày làm việc trên cánh đồng giống nhau. Đội I hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội II trong 6 ngày, đội III trong 5 ngày. Biết rằng đội III có ít hơn đội I 3 máy. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy? (Giả thiết năng suất mỗi máy như nhau và mỗi ngày làm cùng một thời gian)

**Bài 12:** Hai ô tô đi từ tỉnh A đến tỉnh B. Xe thứ nhất đi hết 1 giờ 30 phút xe thứ hai đi hết 1 giờ 45 phút. Tính vận tốc trung bình của mỗi xe và quãng đường AB. Biết rằng trong một phút cả hai xe đã đi được 1560 m.

**Bài 13:** Tìm độ dài mỗi cạnh của một tam giác biết chu vi tam giác là 56,4 cm và đường cao tỉ lệ nghịch với  $\frac{1}{3}$ ; 0,25 và 0,2.

**Bài 14:** Biết chu vi tam giác là 6,2 cm và các đường cao của tam giác có chiều dài là 2cm, 3cm, 5cm. Tìm chiều dài mỗi cạnh của tam giác.

**Bài 15:** Một công nhân theo kế hoạch phải tiện xong 120 dụng cụ. Nhờ cải tiến kĩ thuật đáng lẽ tiện xong một dụng cụ phải mất 20 phút thì người ấy chỉ làm trong 8 phút. Hỏi thời gian trước đây đã quy định thì người ấy sẽ tiện được bao nhiêu dụng cụ? Như vậy vượt mức bao nhiêu phần trăm?



### CHUYÊN ĐỀ 3: BÀI TOÁN VỀ HÀM SỐ & ĐỒ THỊ $Y = aX$

**Câu 1:** Cho hàm số:  $y = f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + 1}$

Tính:  $f(0)$ ;  $f(1)$ ;  $f(-1)$ ;  $f(3)$ ;  $f(-3)$ ;  $f(4)$ ;  $f(-4)$ ;  $f(7)$ ;  $f(-9)$

**Câu 2:** Vẽ đồ thị các hàm số sau

a)  $y = 2x$

b)  $y = \frac{x}{2}$  với  $x > 0$

c)  $y = (-2) \cdot x$

**Câu 3:** Vẽ đồ thị các hàm số  $y = x$  và thể hiện các điểm sau trên cùng hệ trục tọa độ Oxy

$A(1;2)$ ,  $B(-1;1)$ ,  $C(1;1)$  và điểm  $D(1/3; 2/3)$ . Trong số những điểm trên thì những điểm nào thuộc vào đồ thị hàm số  $y = x$ .

**Câu 4:** Vẽ một hệ trục tọa độ Oxy với đơn vị trên hai trục bằng nhau. Vẽ đường phân giác của góc phần tư I và III.

a) Đánh dấu điểm A trên đường phân giác có hoành độ  $-3$ . Điểm A có tung độ bằng bao nhiêu?

b) Đánh dấu điểm B trên đường phân giác có tung độ  $-2$ . Điểm B có hoành độ bằng bao nhiêu?

**Câu 5:** Tìm các giá trị  $a$ ,  $b$  tương ứng trong mỗi hàm số sau:

a)  $y = a \cdot x$  biết đồ thị đi qua điểm  $A(1;2)$

b)  $y = a \cdot x + b$  biết đồ thị đi qua điểm  $A(0;2)$  và  $B(2;-4)$

### CHUYÊN ĐỀ 4: BÀI TOÁN THỐNG KÊ

**Câu 1:** Bảng điểm kiểm tra toán học kì II của học sinh lớp 7A được cho ở bảng như sau:

|    |   |   |    |   |    |   |
|----|---|---|----|---|----|---|
| 8  | 8 | 9 | 10 | 6 | 8  | 6 |
| 10 | 5 | 7 | 8  | 8 | 4  | 9 |
| 10 | 8 | 4 | 10 | 9 | 8  | 8 |
| 9  | 8 | 7 | 8  | 5 | 10 | 8 |

a/ Tìm số trung bình cộng

b/ Tìm một của dấu hiệu

**Câu 2:** Trung bình cộng của bảy số là 16. Do thêm số thứ 8 nên trung bình cộng của tám số là 17. Tìm số thứ tám.

**Câu 3:** Bảng điểm kiểm tra toán của học sinh lớp 7A được cho ở bảng như sau:

|   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 8 | 7 | 4 | 7 | 8 | 5 | 6 |
| 7 | 7 | 8 | 9 | 8 | 6 | 7 | 8 |
| 8 | 9 | 6 | 8 | 7 | 8 | 9 | 7 |
| 9 | 8 | 7 | 8 | 9 | 8 | 7 | 8 |

- a/ Dấu hiệu là gì ??
- b/ Lớp có bao nhiêu học sinh
- c/ Lập bảng tần số.
- d/ Tìm môđ.
- e/ Tính điểm trung bình của lớp.

**Câu 4: Số học sinh nữa của 1 trường được ghi lại như sau:**

|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
| 20 | 20 | 21 | 20 | 19 |
| 20 | 20 | 23 | 21 | 20 |
| 23 | 22 | 19 | 22 | 22 |
| 21 | a  | b  | c  | 23 |

Hãy nêu các giá trị khác nhau của dấu hiệu, tìm tần số của từng giá trị đó, cho biết a,b,c là ba số tự nhiên chẵn liên tiếp tăng dần và  $a + b + c = 66$

**Câu 6: Tuổi nghề của một số công nhân trong xí nghiệp sản xuất được ghi lại như sau:**

|   |    |   |   |   |
|---|----|---|---|---|
| 4 | 10 | 9 | 5 | 3 |
| 7 | 10 | 4 | 5 | 4 |
| 8 | 6  | 7 | 8 | 4 |
| 4 | 2  | 2 | 2 | 1 |
| 7 | 7  | 5 | 4 | 1 |

- a/ Tìm dấu hiệu      b/ Tìm số các giá trị      c/ Lập bảng tần số và rút ra kết luận

**Câu 7: Trong một kỳ thi học sinh giỏi lớp 7, điểm số được ghi như sau: (thang điểm 100)**

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 17 | 40 | 33 | 97 | 73 | 89 | 45 | 44 | 43 | 73 |
| 58 | 60 | 10 | 99 | 56 | 96 | 45 | 56 | 10 | 60 |
| 39 | 89 | 56 | 68 | 55 | 88 | 75 | 59 | 37 | 10 |
| 43 | 96 | 25 | 56 | 31 | 49 | 88 | 23 | 39 | 34 |
| 38 | 66 | 96 | 10 | 37 | 49 | 56 | 56 | 56 | 55 |

- a/ Hãy cho biết điểm cao nhất, điểm thấp nhất.
- b/ Số học sinh đạt từ 80 trở lên.
- c/ Số học sinh khoảng 65 đến 80 điểm
- d/ Các học sinh đạt từ 88 điểm trở lên được chọn vào đội tuyển học sinh giỏi. Có bao nhiêu bạn được cấp học bổng trong đợt này.
- e/ Lập bảng tần số.
- f/ Tính điểm trung bình.
- g/ Tìm Môđ.

## CHUYÊN ĐỀ 5: BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

### Dạng 1: Thu gọn biểu thức đại số

a) Thu gọn đơn thức, tìm bậc, hệ số.

Phương pháp:

Bước 1: dùng qui tắc nhân đơn thức để thu gọn.

Bước 2: xác định hệ số, bậc của đơn thức đã thu gọn.

Bài tập áp dụng: Thu gọn đơn thức, tìm bậc, hệ số.

$$A = x^3 \cdot \left(-\frac{5}{4}x^2y\right) \cdot \left(\frac{2}{5}x^3y^4\right); \quad B = \left(-\frac{3}{4}x^5y^4\right) \cdot (xy^2) \cdot \left(-\frac{8}{9}x^2y^5\right)$$

b) Thu gọn đa thức, tìm bậc, hệ số cao nhất.

Phương pháp:

Bước 1: nhóm các hạng tử đồng dạng, tính cộng, trừ các hạng tử đồng dạng.

Bước 2: xác định hệ số cao nhất, bậc của đa thức đã thu gọn.

Bài tập áp dụng: Thu gọn đa thức, tìm bậc, hệ số cao nhất.

$$A = 15x^2y^3 + 7x^2 - 8x^3y^2 - 12x^2 + 11x^3y^2 - 12x^2y^3$$

$$B = 3x^5y + \frac{1}{3}xy^4 + \frac{3}{4}x^2y^3 - \frac{1}{2}x^5y + 2xy^4 - x^2y^3$$

### Dạng 2: Tính giá trị biểu thức đại số

Phương pháp:

Bước 1: Thu gọn các biểu thức đại số.

Bước 2: Thay giá trị cho trước của biến vào biểu thức đại số.

Bước 3: Tính giá trị biểu thức số.

Bài tập áp dụng:

Bài 1 : Tính giá trị biểu thức

a.  $A = 3x^3y + 6x^2y^2 + 3xy^3$  tại  $x = \frac{1}{2}; y = -\frac{1}{3}$

b.  $B = x^2y^2 + xy + x^3 + y^3$  tại  $x = -1; y = 3$

Bài 2 : Cho đa thức

$$P(x) = x^4 + 2x^2 + 1;$$

$$Q(x) = x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 4x + 1;$$

Tính :  $P(-1); P\left(\frac{1}{2}\right); Q(-2); Q(1);$

### Dạng 3 : Cộng, trừ đa thức nhiều biến

Phương pháp:

Bước 1: viết phép tính cộng, trừ các đa thức.

Bước 2: áp dụng qui tắc bỏ dấu ngoặc.

Bước 3: thu gọn các hạng tử đồng dạng ( cộng hay trừ các hạng tử đồng dạng)

Bài tập áp dụng:

Bài 1 : Cho đa thức :

$$A = 4x^2 - 5xy + 3y^2; \quad B = 3x^2 + 2xy - y^2$$

Tính  $A + B$ ;  $A - B$

Bài 2 : Tìm đa thức M, N biết :

a.  $M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2$

b.  $(3xy - 4y^2) - N = x^2 - 7xy + 8y^2$

#### Dạng 4: Cộng trừ đa thức một biến

Phương pháp:

Bước 1: thu gọn các đơn thức và sắp xếp theo lũy thừa giảm dần của biến.

Bước 2: viết các đa thức sao cho các hạng tử đồng dạng thẳng cột với nhau.

Bước 3: thực hiện phép tính cộng hoặc trừ các hạng tử đồng dạng cùng cột.

Chú ý:  $A(x) - B(x) = A(x) + [-B(x)]$

Bài tập áp dụng :

Cho đa thức

$$A(x) = 3x^4 - 3/4x^3 + 2x^2 - 3$$

$$B(x) = 8x^4 + 1/5x^3 - 9x + 2/5$$

Tính :  $A(x) + B(x); \quad A(x) - B(x); \quad B(x) - A(x);$

#### Dạng 5 : Tìm nghiệm của đa thức 1 biến

1. Kiểm tra 1 số cho trước có là nghiệm của đa thức một biến không

Phương pháp:

Bước 1: Tính giá trị của đa thức tại giá trị của biến cho trước đó.

Bước 2: Nếu giá trị của đa thức bằng 0 thì giá trị của biến đó là nghiệm của đa thức.

2. Tìm nghiệm của đa thức một biến

Phương pháp:

Bước 1: Cho đa thức bằng 0.

Bước 2: Giải bài toán tìm x.

Bước 3: Giá trị x vừa tìm được là nghiệm của đa thức.

Chú ý :

– Nếu  $A(x).B(x) = 0 \Rightarrow A(x) = 0$  hoặc  $B(x) = 0$

– Nếu đa thức  $P(x) = ax^2 + bx + c$  có  $a + b + c = 0$  thì ta kết luận đa thức có 1 nghiệm là  $x = 1$ , nghiệm còn lại  $x_2 = c/a$ .

– Nếu đa thức  $P(x) = ax^2 + bx + c$  có  $a - b + c = 0$  thì ta kết luận đa thức có 1 nghiệm là  $x = -1$ , nghiệm còn lại  $x_2 = -c/a$ .

Bài tập áp dụng :

Bài 1 : Cho đa thức  $f(x) = x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 6x + 5$

Trong các số sau : 1; -1; 2; -2 số nào là nghiệm của đa thức  $f(x)$

Bài 2 : Tìm nghiệm của các đa thức sau.

$$f(x) = 3x - 6;$$

$$h(x) = -5x + 30$$

$$g(x) = (x-3)(16-4x)$$

$$k(x) = x^2 - 81$$

$$m(x) = x^2 + 7x - 8$$

$$n(x) = 5x^2 + 9x + 4$$

**Dạng 6: Tìm hệ số chưa biết trong đa thức P(x) biết P(x<sub>0</sub>) = a**Phương pháp:

Bước 1: Thay giá trị  $x = x_0$  vào đa thức.

Bước 2: Cho biểu thức số đó bằng a.

Bước 3: Tính được hệ số chưa biết.

Bài tập áp dụng:

Bài 1 : Cho đa thức  $P(x) = mx - 3$ . Xác định m biết rằng  $P(-1) = 2$

Bài 2 : Cho đa thức  $Q(x) = -2x^2 + mx - 7m + 3$ . Xác định m biết rằng  $Q(x)$  có nghiệm là -1.

**BÀI TẬP TỔNG HỢP****Bài 1: Thu gọn đơn thức, tìm bậc, hệ số.**

$$A = x^3 \cdot \left(-\frac{5}{4}x^2y\right) \cdot \left(\frac{2}{5}x^3y^4\right); \quad B = \left(-\frac{3}{4}x^5y^4\right) \cdot (xy^2) \cdot \left(-\frac{8}{9}x^2y^5\right)$$

**Bài 2: Cộng và trừ hai đơn thức đồng dạng**

$$a) 3x^2y^3 + x^2y^3; \quad b) 5x^2y - \frac{1}{2}x^2y \quad c) \frac{3}{4}xyz^2 + \frac{1}{2}xyz^2 - \frac{1}{4}xyz^2$$

**Bài 3: Nhân các đơn thức sau và tìm bậc và hệ số của đơn thức nhận được**

$$a) (-2x^2 \cdot y) \cdot (5x \cdot y^4) \quad b) \left(\frac{27}{10}x^4 \cdot y^2\right) \cdot \left(\frac{5}{9}x \cdot y\right) \quad c) \left(\frac{1}{3}x^3y\right) \cdot (-xy)^2$$

**Bài 4: Thu gọn các đơn thức sau rồi tìm hệ số của nó**

$$a) \left(-\frac{1}{3}xy\right) \cdot (3x^2yz^2) \quad b) -54y^2 \cdot bx \text{ (b là hằng số)} \quad c) -2x^2y \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 x(y^2z)^3$$

**Bài 5: Tính giá trị biểu thức**

$$a. A = 3x^3y + 6x^2y^2 + 3xy^3 \text{ tại } x = \frac{1}{2}; y = -\frac{1}{3}$$

$$b. B = x^2y^2 + xy + x^3 + y^3 \text{ tại } x = -1; y = 3$$

**Bài 6: Cho đa thức**

$$P(x) = x^4 + 2x^2 + 1;$$

$$Q(x) = x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 4x + 1;$$

Tính:  $P(-1)$ ;  $P\left(\frac{1}{2}\right)$ ;  $Q(-2)$ ;  $Q(1)$

**Bài 7: Cho đa thức**

$$A = 4x^2 - 5xy + 3y^2;$$

$$B = 3x^2 + 2xy - y^2$$

Tính  $A + B$ ;  $A - B$

**Bài 8: Tìm đa thức M, N biết:**

$$M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2$$

$$(3xy - 4y^2) - N = x^2 - 7xy + 8y^2$$

**Bài 9: Cho đa thức  $f(x) = x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 6x + 5$** 

Trong các số sau: 1; -1; 2; -2 số nào là nghiệm của đa thức  $f(x)$

**Bài 10: Tìm nghiệm của các đa thức sau.**

$$f(x) = 3x - 6;$$

$$h(x) = -5x + 30$$

$$g(x) = (x-3)(16-4x)$$

$$k(x) = x^2 - 81$$

$$m(x) = x^2 + 7x - 8$$

$$n(x) = 5x^2 + 9x + 4$$

**Bài 11:** Cho đa thức  $P(x) = mx - 3$ . Xác định  $m$  biết rằng  $P(-1) = 2$

**Bài 12:** Cho đa thức  $Q(x) = -2x^2 + mx - 7m + 3$ . Xác định  $m$  biết rằng  $Q(x)$  có nghiệm là  $-1$ .

**Bài 13:** Cho biểu thức  $5x^2 + 3x - 1$ . Tính giá trị của biểu thức tại  $x = 0$ ;  $x = -1$ ;  $x = \frac{1}{3}$ ;

$$x = -\frac{1}{3}$$

**Bài 14:** Tính giá trị của các biểu thức sau

a)  $3x - 5y + 1$  tại  $x = \frac{1}{3}$ ,  $y = -\frac{1}{5}$

b)  $3x^2 - 2x - 5$  tại  $x = 1$ ;  $x = -1$ ;  $x = \frac{5}{3}$

c)  $x - 2y^2 + z^3$  tại  $x = 4$ ,  $y = -1$ ,  $z = -1$

d)  $xy - x^2 - xy^3$  tại  $x = -1$ ,  $y = -1$

**Bài 15:** Tính giá trị của các biểu thức sau

a)  $x^2 - 5x$  tại  $x = 1$ ;  $x = -1$ ;  $x = \frac{1}{2}$

b)  $3x^2 - xy$  tại  $x = 1$ ,  $y = -3$

**Bài 16:** Tính giá trị của các biểu thức sau

a)  $x^5 - 5$  tại  $x = -1$

b)  $x^2 - 3x - 5$  tại  $x = 1$ ;  $x = -1$

**Bài 17:** Thực hiện phép tính

a)  $2xyz + 4xyz - \frac{1}{2}xyz$

b)  $\frac{x^2}{2} + \frac{x^2}{3} + \frac{x^2}{4}$

**Bài 18:** Cho biết  $M + (2x^2 + 2xy + y^2) = 3x^2 + 2xy + y^2 + 1$

a) Tìm đa thức  $M$

b) Với giá trị nào của  $x$  ( $x > 0$ ) thì  $M = 17$

**Bài 19:** Cho đa thức:  $f(x) = -3x^2 + x - 1 + x^4 - x^3 - x^2 + 3x^4$

$$g(x) = x^4 + x^2 - x^3 + x - 5 + 5x^3 - x^2$$

a) Thu gọn và sắp xếp các đa thức trên theo lũy thừa giảm dần của biến.

b) Tính:  $f(x) - g(x)$ ;  $f(x) + g(x)$

c) Tính  $g(x)$  tại  $x = -1$ .

**Bài 20:** Cho  $P(x) = 5x - \frac{1}{2}$

a) Tính  $P(-1)$  và  $P\left(\frac{-3}{10}\right)$ ;

b) Tìm nghiệm của đa thức  $P(x)$ .

**Bài 21:** Cho  $P(x) = x^4 - 5x + 2x^2 + 1$  và  $Q(x) = 5x + 3x^2 + 5 + \frac{1}{2}x^2 + x$ .

a) Tìm  $M(x) = P(x) + Q(x)$

b) Chứng tỏ  $M(x)$  không có nghiệm

**Bài 22:** Cho đơn thức:  $A = \left(\frac{3}{5}x^2y^2z\right) \cdot \left(\frac{-40}{9}xy^2z^2\right)$

a) Thu gọn đơn thức  $A$ .

b) Xác định hệ số và bậc của đơn thức  $A$ .

c) Tính giá trị của  $A$  tại  $x = 2$ ;  $y = 1$ ;  $z = -1$

**Bài 23: Tính tổng các đa thức sau**

$$P = 7x^2 + 6x^2 - 3x^2$$

$$Q = 5xyz - \frac{2}{5}xyz + xyz$$

$$R = 23xy^2 - (-3xy^2)$$

**Bài 24:** Cho 2 đa thức sau:  $P = 4x^3 - 7x^2 + 3x - 12$ ;  $Q = -2x^3 + 2x^2 + 12 + 5x^2 - 9x$

- Thu gọn và sắp xếp đa thức Q theo lũy thừa giảm dần của biến.
- Tính  $P + Q$  và  $2P - Q$
- Tìm nghiệm của  $P + Q$

**Bài tập trắc nghiệm****I. Trắc nghiệm**

**Câu 1:** Chọn câu trả lời đúng:  $(3x^2 - 5x + 2) + (3x^2 + 5x) =$

- $6x^2 - 10x + 2$ ;
- $6x^2 + 2$ ;
- $6x^2 + 2$ ;
- $9x^2 + 2$ .

**Câu 2:** Chọn câu trả lời đúng.  $(5x^2 - 3x + 7) - (2x^2 - 3x - 2) =$

- $3x^2 + 9$
- $3x^2 - 6x + 5$
- $3x^2 + 5$
- $7x^2 - 6x + 9$ .

**Câu 3:** Chọn câu trả lời đúng. Cho  $P(x) = 2x^2 - 3x$ ;  $Q(x) = x^2 + 4x - 1$  thì  $P(x) + Q(x) =$

- $3x^2 + 7x - 1$
- $3x^2 - 7x - 1$
- $2x^2 + x - 1$
- $3x^2 + x - 1$ .

**Câu 4:** Chọn câu trả lời đúng. Cho  $R(x) = 2x^2 + 3x - 1$ ;  $M(x) = x^2 - x^3$  thì  $R(x) - M(x) =$

- $-3x^3 + x^2 + 3x - 1$
- $-3x^3 - x^2 + 3x - 1$
- $3x^3 - x^2 + 3x - 1$
- $x^3 + x^2 + 3x + 1$

**Câu 5:** Chọn câu trả lời đúng. Cho  $P(x) = 2x^2 + 5$ ;  $Q(x) = -x^2 + 4$  và  $P(x) + R(x) = Q(x)$ . Ta có:

- $R(x) = -3x^2 - 1$
- $R(x) = x^2 - 1$
- $R(x) = x^2 + 9$
- $R(x) = 3x^2 + 1$

**Câu 6:** Chọn câu trả lời đúng. Cho  $M(x) + (3x^2 - 6x) = 2x^2 - 6x$  thì:

- $M(x) = x^2 - 12x$
- $M(x) = -x^2 - 12x$
- $M(x) = -x^2 + 12x$
- $M(x) = -x^2$

**Câu 7:** Chọn câu trả lời đúng. Cho  $P(x) = 2x^2 - 5x$ ;  $Q(x) = x^2 + 4x - 1$ ;  $R(x) = -5x^2 + 2x$

Ta có:  $R(x) + P(x) + Q(x) =$

- $-2x^2 + 11x - 1$
- $-2x^2 + x - 1$
- $-2x^2 + x + 1$
- $8x^2 - x + 1$

**Câu 8:** Chọn câu trả lời đúng:  $M(x) = 2x^2 - 5$ ;  $N(x) = -3x^2 + x - 1$ ;  $H(x) = 6x + 2$

Ta có:  $M(x) - N(x) + H(x) =$

- $-x^2 + 7x - 3$
- $11x^2 - x - 3$
- $5x^2 + 5x - 7$
- $5x^2 + 5x - 2$

**Câu 9:** Chọn câu trả lời đúng:  $P(x) = 5x^2 - 4$ ;  $Q(x) = -3x^2 + x$ ;  $R(x) = 2x^2 + 2x - 4$

Ta có:  $P(x) + Q(x) - R(x) =$

A.  $x - 8$

B.  $10x^2 - x$

C.  $-x$

D.  $-x - 8$

**Câu 10:** Chọn câu trả lời đúng nhất.

Cho  $P(x) + Q(x) = 3x^2 - 6x + 5$ ,

$$P(x) - Q(x) = x^2 + 2x - 3$$

A.  $P(x) = 2x^2 - 2x + 1$

B.  $Q(x) = x^2 - 4x + 4$

C. Cả A, B đều đúng

D. Cả A, B đều sai

**Câu 11:** Biểu thức đại số biểu thị cho tích của  $x$  và  $y$  là:

A.  $x + y$

B.  $x - y$

C.  $\frac{x}{y}$

D.  $x \cdot y$

**Câu 12:** Giá trị của biểu thức  $M = x^2y - 1$  tại  $x = -1$  và  $y = 1$  là:

A. 1

B. -1

C. 0

D. 2

**Câu 13:** Đơn thức đồng dạng với đơn thức  $2x^2yz$  là:

A.  $2x^2y^3$

B.  $2x^2y$

C.  $-x^2yz$

D.  $2xyz$

**Câu 14:** Kết quả phép tính  $2x^2y \cdot (-xy^2)$  là:

A.  $2x^4y$

B.  $-2x^3y^3$

C.  $4x^2y^3$

D.  $xyz$

**Câu 15:** Bậc của đa thức  $x^8 + y^{10} + x^4y^3 - 1$  là:

A. 8

B. 7

C. 18

D. 10

**Câu 16:** Điền “Đ” hoặc “S” vào ô trống sao cho thích hợp:

a) Số 0 là một đơn thức và nó có bậc là 0.

☐

b) Hai đơn thức đồng dạng là hai đơn thức có cùng bậc.

☐



**PHẦN HÌNH HỌC****CHUYÊN ĐỀ 1. QUAN HỆ SONG SONG, VUÔNG GÓC**

**Câu 1:** Phát biểu định nghĩa, tính chất của hai góc đối đỉnh.

**Câu 2:** Nêu định nghĩa về: hai đường thẳng vuông góc, đường trung trực của một đoạn thẳng.

**Câu 3:** Nêu dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song. Nêu tính chất của hai đường thẳng song song. Phát biểu tiên đề Ôclit

**Câu 4:** Nêu ba tính chất về “Từ vuông góc đến song song”. Viết giả thiết, kết luận của mỗi tính chất

**Câu 5:** Phát biểu định lý về tổng ba góc của một tam giác, tính chất góc ngoài của tam giác. Viết giả thiết, kết luận.

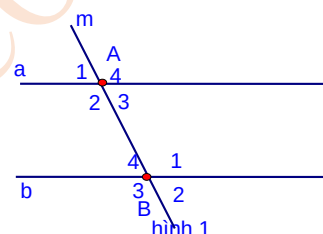
**Câu 6:** Phát biểu định lý các trường hợp bằng nhau của hai tam giác. Viết giả thiết, kết luận.

**A/ PHẦN TRẮC NGHIỆM**

**Câu 1:** Cho  $a \parallel b$ ,  $m$  cắt  $a$  và  $b$  lần lượt tại  $A$  và  $B$  (hình 1)

Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

- A.  $A_3 = B_1$                       B.  $A_1 = B_4$   
C.  $A_2 = B_1$                       D.  $A_2 + B_4 = 180^\circ$



**Câu 2:** Tam giác ABC có góc  $B = 70^\circ$ ,  $C = 40^\circ$  thì số đo của góc A bằng:

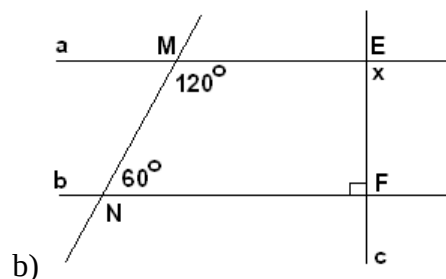
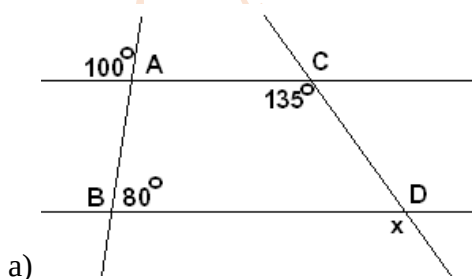
- A.  $40^\circ$                       B.  $50^\circ$                       C.  $80^\circ$                       D.  $70^\circ$

**Câu 3:** Tam giác ABC có góc  $C = 70^\circ$ , góc ngoài tại đỉnh A là  $130^\circ$  thì số đo của góc B bằng:

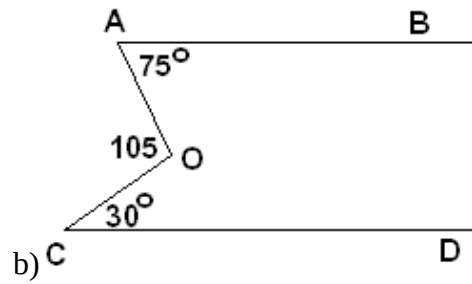
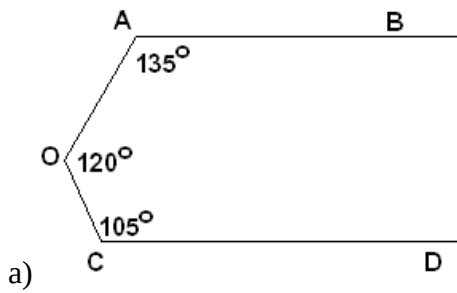
- A.  $50^\circ$                       B.  $60^\circ$                       C.  $70^\circ$                       D.  $80^\circ$

**B/ PHẦN TỰ LUẬN**

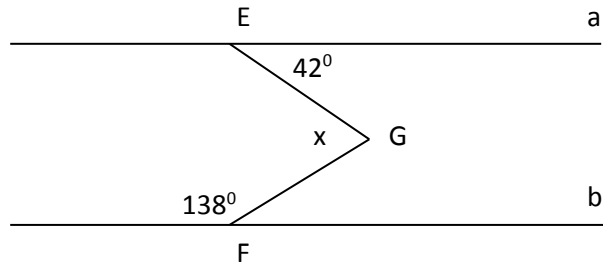
**Bài 1:** Cho hình vẽ, hãy tìm  $x$ .



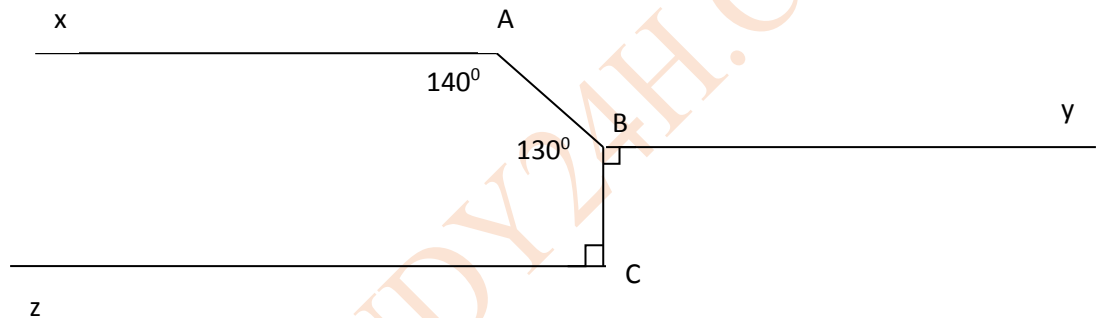
**Bài 2:** Cho hình vẽ, hãy chứng minh  $AB \parallel CD$



**Bài 3:** Cho hình vẽ biết  $a/b$ . Hãy tính  $x$ ?



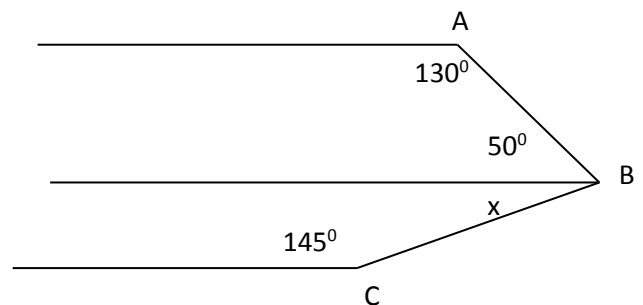
**Bài 4:** Cho hình vẽ, đường thẳng nào song song với By? Vì sao?



**Bài 5:** Cho hình vẽ:

a) Chứng tỏ rằng:  $Ax//Bz$

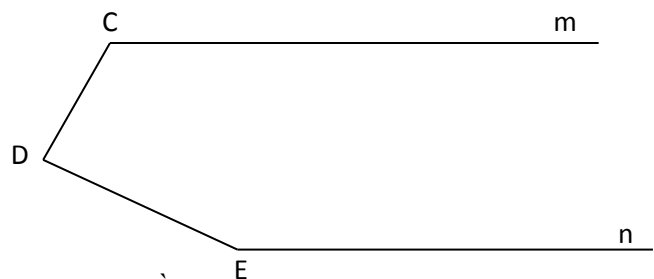
b) Tìm  $x$  để:  $Bz//Cy$



**Bài 6:** Cho hình vẽ. Chứng minh rằng:

a) Nếu  $Cm//En$  thì  $\hat{C} + \hat{D} + \hat{E} = 360^\circ$

b) Nếu  $\hat{C} + \hat{D} + \hat{E} = 360^\circ$  thì  $Cm//En$



**Bài 7:** Chứng minh rằng hai tia phân giác của hai góc kề bù thì vuông góc với nhau.

**Bài 8:** Cho góc  $xOy$  và góc  $yOz$  là hai góc kề bù. Tia  $Om$  là phân giác của góc  $xOy$ . Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ  $xz$  chứa tia  $Oy$ , vẽ tia  $On$  sao cho:  $On$  vuông góc với  $Om$ . Chứng minh rằng: Tia  $On$  là tia phân giác của góc  $yOz$ .

**Bài 9:** Cho đường thẳng xy, lấy điểm O thuộc xy. Trên nửa mặt phẳng bờ xy vẽ hai tia Oa, Ob sao cho  $\widehat{xOa} = \widehat{yOb} < 90^\circ$ . Vẽ tia Om vuông góc với xy. Chứng minh rằng: tia Om là phân giác góc aOb.

**Bài 10:** Cho góc xOy nhọn. Từ điểm M trên cạnh Ox, dựng MN vuông góc với Oy tại N, dựng NP vuông góc với Ox tại P, dựng PQ vuông góc với Oy tại Q, dựng QR vuông góc với Ox tại R. Chứng minh rằng:

- a)  $MN \parallel PQ$ ;  $NP \parallel QR$       b) Tìm tất cả các góc bằng góc PNM

**Bài 11:** Cho góc bẹt AOB. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB, vẽ 2 tia OM và ON sao cho  $\widehat{AOM} = \widehat{BON} = 30^\circ$

- a) Hai góc AOM và BON có đối đỉnh không?  
b) Vẽ tia OE sao cho tia OB là phân giác của góc NOE. Hai góc AOM và BOE có đối đỉnh không? Vì sao?

**Bài 12:** Cho  $\widehat{xOy} = 120^\circ$ . Lấy  $A \in Ox$ ,  $B \in Oy$ . Vẽ tia  $Am$ ,  $An$  trong  $\widehat{xOy}$  sao cho  $\widehat{xAm} = 70^\circ$ ,  $\widehat{OBn} = 130^\circ$ . Chứng minh  $Am \parallel Bn$ .

**Bài 13:** Cho  $xOy$  và  $A \in Ox$ ,  $B \in Oy$ . Qua A dựng đường thẳng  $a \perp Ox$ . Qua B dựng đường thẳng  $b \perp Oy$ . Chứng minh rằng:

- a) Nếu a cắt b thì  $\widehat{xOy} < 180^\circ$     b) Nếu  $a \parallel b$  thì  $\widehat{xOy} = 180^\circ$     c) Nếu  $a \perp b$  thì  $\widehat{xOy} = 90^\circ$

## CHUYÊN ĐỀ 2. BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN TAM GIÁC

## Phần I. Lý thuyết

1. Nêu các trường hợp bằng nhau của hai tam giác thường, hai tam giác vuông? Vẽ hình, ghi giả thuyết, kết luận?
2. Nêu định nghĩa, tính chất của tam giác cân, tam giác đều?
3. Nêu định lý Pytago thuận và đảo, vẽ hình, ghi giả thuyết, kết luận?
4. Nêu định lý về quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong tam giác, vẽ hình, ghi giả thuyết, kết luận.
5. Nêu quan hệ giữa đường vuông góc và đường xiên, đường xiên và hình chiếu, vẽ hình, ghi giả thuyết, kết luận.
6. Nêu định lý về bất đẳng thức trong tam giác, vẽ hình, ghi giả thuyết, kết luận.
7. Nêu tính chất 3 đường trung tuyến trong tam giác, vẽ hình, ghi giả thuyết, kết luận.
8. Nêu tính chất đường phân giác của một góc, tính chất 3 đường phân giác của tam giác, vẽ hình, ghi giả thuyết, kết luận.
9. Nêu tính chất đường trung trực của một đoạn thẳng, tính chất 3 đường trung trực của tam giác, vẽ hình, ghi giả thuyết, kết luận.

## Một số phương pháp chứng minh trong chương II và chương III

- a) Chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau, hai góc bằng nhau:
- Cách 1: chứng minh hai tam giác bằng nhau.
  - Cách 2: sử dụng tính chất bắc cầu, công trừ theo vế, hai góc bù nhau .v. v.

**b) Chứng minh tam giác cân:**

- Cách 1: chứng minh hai cạnh bằng nhau hoặc hai góc bằng nhau.
- Cách 2: chứng minh đường trung tuyến đồng thời là đường cao, phân giác ...
- Cách 3: chứng minh tam giác có hai đường trung tuyến bằng nhau v.v.

**c) Chứng minh tam giác đều:**

- Cách 1: chứng minh 3 cạnh bằng nhau hoặc 3 góc bằng nhau.
- Cách 2: chứng minh tam giác cân có 1 góc bằng  $60^\circ$ .

**d) Chứng minh tam giác vuông:**

- Cách 1: Chứng minh tam giác có 1 góc vuông.
- Cách 2: Dùng định lý Pytago đảo.
- Cách 3: Dùng tính chất: “đường trung tuyến ứng với một cạnh bằng nửa cạnh ấy thì tam giác đó là tam giác vuông”.

**e) Chứng minh tia Oz là phân giác của góc xOy:**

- Cách 1: Chứng minh góc xOz bằng yOz.
- Cách 2: Chứng minh điểm M thuộc tia Oz và cách đều 2 cạnh Ox và Oy.

**f) Chứng minh bất đẳng thức đoạn thẳng, góc. Chứng minh 3 điểm thẳng hàng, 3 đường đồng qui, hai đường thẳng vuông góc v. v. ... (dựa vào các định lý tương ứng).****Phần II. Bài tập áp dụng****A. Bài tập về tam giác cân****Bài 1:** Cho  $\Delta ABC$  cân tại A, đường cao AH. Biết  $AB=5\text{cm}$ ,  $BC=6\text{cm}$ .

- Tính độ dài các đoạn thẳng BH, AH?
- Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Chứng minh rằng ba điểm A, G, H thẳng hàng?
- Chứng minh:  $\angle ABG = \angle ACG$ ?

**Bài 2:** Cho  $\Delta ABC$  cân tại A. Gọi M là trung điểm của cạnh BC.

- Chứng minh:  $\Delta ABM = \Delta ACM$
- Từ M vẽ  $MH \perp AB$  và  $MK \perp AC$ . Chứng minh  $BH = CK$
- Từ B vẽ  $BP \perp AC$ , BP cắt MH tại I. Chứng minh  $\Delta IBM$  cân.

**Bài 3:** Cho tam giác ABC cân có  $AB=AC=5\text{cm}$ ,  $BC=8\text{cm}$ . Kẻ AH vuông góc với BC (H thuộc BC).

- Chứng minh  $HB=HC$
- Tính độ dài AH.
- Kẻ HD vuông góc với AB (D thuộc AB), kẻ HE vuông góc với AC (E thuộc AC). Chứng minh tam giác HDE cân.
- So sánh HD và HC.

**Bài 4:** Cho  $\Delta ABC$  cân tại A ( $A < 90^\circ$ ), vẽ  $BD \perp AC$  và  $CE \perp AB$ . Gọi H là giao điểm của BD và CE.

- Chứng minh:  $\Delta ABD = \Delta ACE$

- b) Chứng minh  $\Delta AED$  cân
- c) Chứng minh AH là đường trung trực của ED
- d) Trên tia đối của tia DB lấy điểm K sao cho  $DK = DB$ . Chứng minh  $ECB = DKC$

**Bài 5:** Cho  $\Delta ABC$  cân tại A. Trên tia đối của tia BA lấy điểm D, trên tia đối của tia CA lấy điểm E sao cho  $BD = CE$ . Vẽ DH và EK cùng vuông góc với đường thẳng BC. Chứng minh :

- a)  $HB = CK$
- b)  $AHB = AKC$
- c)  $HK \parallel DE$
- d)  $\Delta AHE = \Delta AKD$
- e) Gọi I là giao điểm của DK và EH. Chứng minh  $AI \perp DE$ .

**Bài 6:** Cho tam giác ABC cân tại A có đường cao AH.

- a) Chứng minh  $\Delta ABH = \Delta ACH$  và AH là tia phân giác của góc BAC.
- b) Cho  $BH = 8\text{cm}$ ,  $AB = 10\text{cm}$ . Tính AH.
- c) Gọi E là trung điểm của AC và G là giao điểm của BE và AH. Tính HG.
- d) Vẽ Hx song song với AC, Hx cắt AB tại F. Chứng minh C, G, F thẳng hàng.

**Bài 7:** Cho  $\Delta ABC$  có  $CA = CB = 10\text{cm}$ ,  $AB = 12\text{cm}$ , kẻ CI vuông góc với AB. Kẻ IH vuông góc với AC, IK vuông góc với BC.

- a) Chứng minh  $IB = IC$  và tính độ dài CI
- b) Chứng minh  $IH = IK$ .
- c) Chứng minh  $HK \parallel AC$ .

**Bài 8:** Cho  $\Delta ABC$  cân tại A, vẽ AH vuông góc với BC tại H. Biết  $AB = 10\text{cm}$ ,  $BH = 6\text{cm}$ .

- a) Tính AH
- b)  $\Delta ABH = \Delta ACH$ .
- c) Trên BA lấy D, CA lấy E sao cho  $BD = CE$ . Chứng minh  $\Delta HDE$  cân.
- d) Chứng minh AH là trung trực của DE.

**Bài 9:** Cho  $\Delta ABC$  cân tại A, gọi D là trung điểm của BC. Từ D kẻ DE vuông góc với AB, DF vuông góc với AC. Chứng minh rằng:

- a)  $\Delta ABD = \Delta ACD$ .
- b) AD vuông góc với BC.
- c) Cho  $AC = 10\text{cm}$ ,  $BC = 12\text{cm}$ . Tính AD
- d) Chứng minh  $\Delta DEF$  cân.

**Bài 10:** Cho  $\Delta ABC$  cân tại A có góc  $A < 90^\circ$ , kẻ BH vuông góc với AC, CK vuông góc với AB. Gọi O là giao điểm của BH và CK.

- a) Chứng minh  $\Delta ABH = \Delta ACK$ .
- b)  $\Delta OBC$  cân.
- c)  $\Delta OBK = \Delta OCH$ .
- d) Trên nửa mặt phẳng bờ BC không chứa điểm A lấy I sao cho  $IB = IC$ . Chứng minh 3 điểm A, O, I thẳng hàng.

**Bài 11:** Cho  $\Delta ABC$  cân tại A, kẻ BD vuông góc với AC, CE vuông góc với AB; BD và CE cắt nhau tại H. Chứng minh

- $\Delta ABD = \Delta ACE$ .
- $\Delta BHC$  cân.
- $ED \parallel BC$
- AH cắt BC tại K, trên HK lấy M sao cho K là trung điểm của HM. Chứng minh  $\Delta ACM$  vuông.

**Bài 12:** Cho  $\Delta ABC$  cân tại A. Kẻ BD vuông góc với AC, CE vuông góc với AB. BD và CE cắt nhau tại H. Chứng minh

- $BD = CE$ .
- $\Delta BHC$  cân.
- AH là trung trực của BC
- Trên tia BD lấy K sao cho D là trung điểm của BK. So sánh góc ECB và góc DKC.

**Bài 13:** Cho  $\Delta ABC$  cân tại A. vẽ trung tuyến AM. từ M kẻ ME vuông góc với AB tại E. kẻ MF vuông góc với AC tại F.

- Chứng minh  $\Delta BEM = \Delta CFM$ .
- AM là trung trực của EF.
- Từ B kẻ đường thẳng vuông góc với AB tại B, từ C kẻ đường thẳng vuông góc với AC tại C, hai đường này cắt nhau tại D. Chứng minh A, M, D thẳng hàng.

**Bài 14:** Cho  $\Delta ABC$  cân tại A, gọi M là trung điểm của AC. Trên tia đối MB lấy D sao cho  $DM = BM$ . Chứng minh:

- $\Delta BMC = \Delta DMA$ . Suy ra  $AD \parallel BC$
- $\Delta ACD$  cân.
- Trên tia đối CA lấy E sao cho  $CA = CE$ . Chứng minh DC đi qua trung điểm I của BE.

**Bài 15:** Cho  $\Delta ABC$  cân tại A ( $AB = AC$ ), M là trung điểm của BC. Gọi D là điểm nằm giữa A và M. Chứng minh rằng:

- AM là tia phân giác của góc A
- $\Delta ABD = \Delta ACD$ .
- $\Delta BCD$  là tam giác cân

**Bài 17:** Cho  $\Delta ABC$  cân tại A ( $A < 90^\circ$ ). Kẻ  $BD \perp AC$  ( $D \in AC$ ),  $CE \perp AB$  ( $E \in AB$ ), BD và CE cắt nhau tại H.

- Chứng minh:  $BD = CE$
- Chứng minh:  $\Delta BHC$  cân
- Chứng minh: AH là đường trung trực của BC
- Trên tia BD lấy điểm K sao cho D là trung điểm của BK. So sánh góc ECB và góc DKC

## B. Bài tập về tam giác vuông

**Bài 1:** Cho tam giác ABC vuông tại A, đường phân giác BD. Kẻ DE vuông góc với BC ( $E \in BC$ ). Gọi F là giao điểm của BA và ED. Chứng minh rằng:

- $\Delta ABD = \Delta EBD$

- b)  $\triangle ABE$  là tam giác cân
- c)  $DF = DC$ .

**Bài 2:** Cho tam giác  $ABC$  có góc  $A = 90^\circ$ ,  $AB = 8\text{cm}$ ,  $AC = 6\text{cm}$ .

- a) Tính  $BC$ .
- b) Trên cạnh  $AC$  lấy điểm  $E$  sao cho  $AE = 2\text{cm}$ ; trên tia đối của tia  $AB$  lấy điểm  $D$  sao cho  $AD = AB$ . Chứng minh  $\triangle BEC = \triangle DEC$ .
- c) Chứng minh  $DE$  đi qua trung điểm cạnh  $BC$ .

**Bài 3:** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ . Vẽ đường cao  $AH$ , trên cạnh  $BC$  lấy điểm  $D$  sao cho  $BD = BA$ . Chứng minh:

- a) Góc  $BAD =$  Góc  $ADB$
- b)  $AD$  là phân giác của góc  $HAC$
- c) Vẽ  $DK$  vuông góc  $AC$  ( $K$  thuộc  $AC$ ). C/m:  $AK = AH$

**Bài 4:** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ . Tia phân giác của góc  $ABC$  cắt  $AC$  tại  $D$ . Từ  $D$  kẻ  $DH$  vuông góc với  $BC$  tại  $H$  và  $DH$  cắt  $AB$  tại  $K$ .

- a) Chứng minh:  $AD = HD$
- b) So sánh độ dài cạnh  $AD$  và  $DC$
- c) Chứng minh  $\triangle KBC$  là tam giác cân

**Bài 5:** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ , có  $BC = 10\text{cm}$ ,  $AC = 8\text{cm}$ . Kẻ đường phân giác  $BI$  ( $I \in AC$ ), kẻ  $ID$  vuông góc với  $BC$  ( $D \in BC$ ).

- a) Tính  $AB$
- b) Chứng minh  $\triangle AIB = \triangle DIB$
- c) Chứng minh  $BI$  là đường trung trực của  $AD$
- d) Gọi  $E$  là giao điểm của  $BA$  và  $DI$ . Chứng minh  $BI$  vuông góc với  $EC$

**Bài 6:** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ . Từ một điểm  $K$  bất kỳ thuộc cạnh  $BC$  vẽ  $KH \perp AC$ . Trên tia đối của tia  $HK$  lấy điểm  $I$  sao cho  $HI = HK$ . Chứng minh:

- a)  $AB \parallel HK$
- b)  $\triangle AKI$  cân
- c)  $BAK = AIK$
- d)  $\triangle AIC = \triangle AKC$

**Bài 7:** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ . Tia phân giác của  $\angle ABC$  cắt  $AC$  tại  $D$ . Từ  $D$  kẻ  $DH$  vuông góc với  $BC$  tại  $H$  và  $DH$  cắt  $AB$  tại  $K$ .

- a) Chứng minh:  $AD = DH$
- b) So sánh độ dài  $AD$  và  $DC$
- c) Chứng minh  $\triangle KBC$  là tam giác cân.

**Bài 8:** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có góc  $C = 30^\circ$ . Tia phân giác góc  $B$  cắt  $AC$  tại  $E$ . Từ  $E$  vẽ  $EH \perp BC$  ( $H \in BC$ )

- a) So sánh các cạnh của tam giác  $ABC$
- b) Chứng minh  $\triangle ABE = \triangle HBE$

- c) Chứng minh  $\triangle EAH$  cân
- d) Từ H kẻ HK song song với BE (K thuộc AC). Chứng minh :  $AE=EK=KC$

**Bài 9:** Cho tam giác ABC vuông tại A, đường phân giác BE. Kẻ EH vuông góc với BC ( $H \in BC$ ). Gọi K là giao điểm của AB và HE Chứng minh rằng:

- a)  $\triangle ABE = \triangle HBE$
- b) BE là đường trung trực của đoạn thẳng AH
- c) Tam giác EKC cân.

**Bài 10:** Cho  $\triangle ABC$  vuông ở C, có góc A bằng  $60^\circ$ . Tia phân giác của góc BAC cắt BC ở E. Kẻ EK vuông góc với AB (K thuộc AB).

- a) Chứng minh  $AC=AK$  và  $AE \perp CK$
- b) Chứng minh  $KA=KB$ .
- c) Chứng minh  $EB > AC$ .
- d) Kẻ BD vuông góc với tia AE( D thuộc tia AE). Chứng minh ba đường thẳng AC, BD, KE cùng đi qua 1 điểm.

**Bài 11:** Cho tam giác ABC có góc A bằng  $90^\circ$ ;  $AC > AB$ . Kẻ  $AH \perp BC$ . Trên BC lấy điểm D sao cho  $HD=HB$ . Kẻ CE vuông góc với AD kéo dài. Chứng minh rằng:

- a) Tam giác BAD cân
- b) CB là phân giác của góc ACE
- c) Gọi giao điểm của AH và CE là K. Chứng minh:  $KD \parallel AB$ .
- d) Tìm điều kiện của tam giác ABC để tam giác AKC đều.

**Bài 12:** Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Trên cạnh AB lấy điểm D; trên cạnh AC lấy điểm E sao cho  $AD=AE$ . Các đường thẳng vuông góc kẻ từ A và E với CD cắt BC ở G và H Đường thẳng EH và đường thẳng AB cắt nhau ở M. Đường thẳng kẻ từ A song song với BC cắt MH ở I. Chứng minh:

- a)  $\triangle ACD = \triangle AEM$
- b)  $\triangle AGB = \triangle MIA$
- c)  $BG=GH$

### C. Bài tập bổ sung

**Bài 1:** Cho  $\triangle ABC$  có  $\hat{B} = 50^\circ$ . Trên tia đối của tia AB lấy điểm O. Trên nửa mặt phẳng không chứa C bờ AB vẽ  $\widehat{xOB} = 50^\circ$ .

- a) Chứng minh rằng:  $Ox \parallel BC$ .
- b) Qua A vẽ  $d \parallel BC$ , Chứng minh rằng:  $\widehat{ABC} + \widehat{BAC} + \widehat{ACB} = 180^\circ$

**Bài 2:** Cho  $\triangle ABC$  có  $\hat{A} = 2\hat{B}$ . Tia phân giác của góc A cắt BC ở D. Vẽ  $DE \parallel AB$ , cắt AC ở E. Vẽ  $EF \parallel AD$ , cắt BC ở F. Vẽ  $FG \parallel DE$ , cắt AC ở D.

- a) Những góc đỉnh A, D, E, F nào bằng  $\hat{B}$
- b) DE, EF, FG là phân giác của những góc nào? Vì sao?

**Bài 3:** Cho  $\widehat{MON} = 120^\circ$ . Vẽ OP và OQ nằm giữa hai tia OM và ON sao cho OP vuông góc với OM; OQ vuông góc với ON

- a) So sánh hai góc MOQ và NOP
- b) Tính số đo góc POQ



**Bài 4:** Cho  $\Delta ABC$ , phân giác  $BM$  ( $M \in AC$ ). Vẽ  $MN \parallel AB$  cắt  $BC$  tại  $N$ . Phân giác góc  $MNC$  cắt  $MC$  ở  $P$ .

- CMR:  $\widehat{MBC} = \widehat{BMN}$ ,  $BM \parallel NP$
- Gọi  $NQ$  là phân giác của  $\widehat{BNM}$ , cắt  $AB$  ở  $Q$ . CMR:  $NQ \perp BM$

**Bài 5:** Cho  $\Delta ABC$ . Trên cạnh  $AB$  lấy  $M$ , trên nửa mặt phẳng bờ  $AB$  chứa  $C$ , vẽ tia  $Mx$  sao cho  $\widehat{AMx} = \widehat{B}$

- CMR:  $Mx \parallel BC$  và  $Mx$  cắt  $AC$
- Gọi  $D$  là giao điểm của  $Mx$  với  $AC$ . Lấy  $N$  nằm giữa  $C$  và  $D$ . Trên nửa mặt phẳng bờ  $AC$  không chứa điểm  $B$ , vẽ tia  $Ny$  sao cho  $\widehat{CNy} = \widehat{C}$ . CMR:  $Mx \parallel Ny$

**Bài 6:** Qua  $A$  ở ngoài đường thẳng  $a$ , vẽ 101 đường thẳng phân biệt. CMR: có ít nhất 100 đường thẳng cắt  $a$ .

**Bài 7:** Cho  $\Delta ABC$ , phân giác  $AD$ , qua  $B$  kẻ đường thẳng  $d \parallel AD$ .

- Chứng tỏ:  $d$  cắt  $AC$  tại  $E$
- CMR:  $\widehat{ABE} = \widehat{AEB}$
- Vẽ  $m$  qua  $A$  và vuông góc với  $AD$ , cắt  $BE$  tại  $F$ . CMR:  $AF$  là phân giác của  $\widehat{EAB}$  và  $m \perp EB$

**Bài 8:** Cho  $\Delta ABC$ . Vẽ phân giác ngoài tại  $A$  của  $\Delta ABC$ . Từ  $B$  kẻ  $d \parallel AD$ .

- CMR:  $d$  cắt  $AC$  tại  $E$
- CMR:  $\widehat{ABE} = \widehat{AEB}$
- Từ  $B$  kẻ  $b \perp AD$ , từ  $A$  kẻ  $a \parallel b$ . CMR:  $b \perp d$  và  $a$  là phân giác góc  $BAC$ .

**Bài 9:** Cho  $\Delta ABC$ .  $M$  là trung điểm  $AC$ . Trên tia đối của tia  $MB$  lấy điểm  $D$  sao cho  $BM = MD$ .

- Chứng minh:  $\Delta ABM = \Delta CDM$ .
- Chứng minh:  $AB \parallel CD$
- Trên  $DC$  kéo dài lấy điểm  $N$  sao cho  $CD = CN$  ( $C \neq N$ ), chứng minh:  $BN \parallel AC$ .

**Bài 10:** Cho góc  $xOy$ , có  $Ot$  là tia phân giác. Lấy điểm  $A$  trên tia  $Ox$ , điểm  $B$  trên tia  $Oy$  sao cho  $OA = OB$ . Vẽ đoạn thẳng  $AB$  cắt  $Ot$  tại  $M$ . Chứng minh

- $\Delta OAM = \Delta OBM$ ;
- $AM = BM$ ;  $OM \perp AB$
- $OM$  là đường trung trực của  $AB$
- Trên tia  $Ot$  lấy điểm  $N$ . Chứng minh  $NA = NB$

**Bài 11:** Cho  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$ , trên tia đối của tia  $CA$  lấy điểm  $K$  sao cho  $CK = CA$ , từ  $K$  kẻ  $KE$  vuông góc với đường thẳng  $AC$ . Chứng minh rằng:

- $AB \parallel KE$
- góc  $ABC =$  góc  $KEC$ ;  $BC = CE$

**Bài 12:** Cho góc nhọn  $xOy$ . Trên tia  $Ox$  lấy hai điểm  $A, C$ . Trên tia  $Oy$  lấy hai điểm  $B, D$  sao cho  $OA = OB, AC = BD$ .

- Chứng minh:  $AD = BC$ .
- Gọi  $E$  là giao điểm  $AD$  và  $BC$ . Chứng minh:  $\Delta EAC = \Delta EBD$
- Chứng minh:  $OE$  là phân giác của góc  $xOy$ ,  $OE \perp CD$

**Bài 13:** Cho  $\triangle ABC$ , lấy điểm D thuộc cạnh BC (D không trùng với B,C). Gọi M là trung điểm của AD. Trên tia đối của tia MB lấy điểm E sao cho  $ME = MB$ , trên tia đối của tia MC lấy điểm F sao cho  $MF = MC$ . Chứng minh rằng:

- a)  $\triangle AME = \triangle DMB$ ;  $AE \parallel BC$       b) Ba điểm E, A, F thẳng hàng      c)  $BF \parallel CE$

**Bài 14:** Cho tam giác ABC, trên hai cạnh AB, AC lấy hai điểm D và E sao cho  $BD = CE$ . Gọi M là trung điểm của DE. Trên tia đối của tia MB lấy điểm F sao cho  $MF = MB$ .

- a) Chứng minh  $\triangle MDB = \triangle MEF$ .  
 b) Chứng minh  $\triangle CEF$  cân.  
 c) Kẻ phân giác AK của góc BAC. Chứng minh  $AK \parallel CF$ .

**Bài 15:** Cho tam giác ABC vuông tại A,  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ . Tia phân giác góc B cắt AC tại E. Từ E vẽ  $EH \perp BC$  ( $H \in BC$ )

- a) Chứng minh  $\triangle ABE = \triangle HBE$   
 b) Qua H vẽ  $HK \parallel BE$  ( $K \in AC$ ). Chứng minh  $\triangle EHK$  đều.  
 c) HE cắt BA tại M, MC cắt BE tại N. Chứng minh  $NM = NC$

**Bài 16:** Cho  $\triangle ABC$  cân tại A (góc A nhọn). Tia phân giác góc của A cắt BC tại I.

- a) Chứng minh  $AI \perp BC$ .  
 b) Gọi D là trung điểm của AC, M là giao điểm của BD với AI. Chứng minh rằng M là trọng tâm của tam giác ABC.  
 c) Biết  $AB = AC = 5\text{cm}$ ;  $BC = 6\text{cm}$ . Tính AM.

**Bài 17:** Cho  $\triangle ABC$  cân tại A. Gọi M là trung điểm của AC. Trên tia đối của tia MB lấy điểm D sao cho  $DM = BM$ .

- a) Chứng minh  $\triangle BMC = \triangle DMA$ . Suy ra  $AD \parallel BC$ .  
 b) Chứng minh  $\triangle ACD$  là tam giác cân.  
 c) Trên tia đối của tia CA lấy điểm E sao cho  $CA = CE$ . Chứng minh DC đi qua trung điểm I của BE.

**Bài 18:** Cho tam giác ABC có  $AB < AC$  và tia phân giác AD. Trên tia AC lấy điểm E sao cho  $AE = AB$ .

- a) So sánh  $\hat{C}$  và  $\hat{B}$   
 b) Chứng minh  $BD = DE$   
 c) AB cắt ED ở K. Chứng minh  $\triangle DBK = \triangle DEC$   
 d)  $\triangle AKC$  là tam giác gì?  
 e) Chứng minh  $AD \perp KC$

**Bài 19:** Cho góc xoy =  $120^\circ$ . Điểm A thuộc tia phân giác của góc đó. Kẻ AB vuông góc với Ox ( $B \in Ox$ ); AC vuông góc với Oy ( $C \in Oy$ ). Chứng minh rằng:

- a)  $AB = AC$   
 b)  $AO \perp BC$   
 c) Kẻ BE vuông góc với phần kéo dài của Oy tại E. Cho  $OE = 3\text{cm}$ ;  $Oc = 5\text{cm}$ .  
 Tính BC?  
 d) Tam giác ABC là tam giác gì? Vì sao?

**Bài 20:** Cho  $\triangle ABC$  cân có  $AB = AC = 5\text{cm}$ ,  $BC = 8\text{cm}$ . Kẻ  $AH$  vuông góc  $BC$  ( $H \in BC$ )

- Chứng minh:  $HB = HC$ .
- Tính độ dài  $AH$ .
- Kẻ  $HD$  vuông góc với  $AB$  ( $D \in AB$ ), kẻ  $HE$  vuông góc với  $AC$  ( $E \in AC$ ).  
Chứng minh  $\triangle HDE$  cân
- So sánh  $HD$  và  $HC$

**Bài 21:** Cho  $\triangle ABC$  cân tại  $A$ , trên cạnh  $BC$  lấy điểm  $D$  và  $E$  sao cho  $BD = CE$  ( $D$  nằm giữa  $B$  và  $E$ )

- Chứng minh:  $\triangle ABD = \triangle ACE$
- Kẻ  $DM \perp AB$  ( $M \in AB$ ) và  $EN \perp AC$  ( $N \in AC$ ). Chứng minh:  $AM = AN$
- Gọi  $K$  là giao điểm của đường thẳng  $DM$  và đường thẳng  $EN$  và  $\widehat{BAC} = 120^\circ$ . Chứng minh  $\triangle DKE$  đều

**Bài 22:** Cho tam giác  $ABC$  có  $\angle A = 90^\circ$ ,  $AB = 8\text{cm}$ ,  $AC = 6\text{cm}$ .

- Tính  $BC$ .
- Trên cạnh  $AC$  lấy điểm  $E$  sao cho  $AE = 2\text{cm}$ ; trên tia đối của tia  $AB$  lấy điểm  $D$  sao cho  $AD = AB$ . Chứng minh  $\triangle BEC = \triangle DEC$ .
- Chứng minh  $DE$  đi qua trung điểm cạnh  $BC$ .

**Câu 23:** Cho tam giác  $ABC$  cân ở  $A$  có  $AB = AC = 5\text{ cm}$ ; kẻ  $AH \perp BC$  ( $H \in BC$ )

- Chứng minh  $BH = HC$  và  $\angle BAH = \angle CAH$
- Tính độ dài  $BH$  biết  $AH = 4\text{ cm}$ .
- Kẻ  $HD \perp AB$  ( $D \in AB$ ), kẻ  $EH \perp AC$  ( $E \in AC$ ). Tam giác  $ADE$  là tam giác gì? Vì sao?

**Câu 24:** Cho tam giác cân  $ABC$  có  $AB = AC = 5\text{ cm}$ ,  $BC = 8\text{ cm}$ . Kẻ  $AH$  vuông góc với  $BC$  ( $H \in BC$ )

- Chứng minh:  $HB = HC$  và  $\angle CAH = \angle BAH$
- Tính độ dài  $AH$ ?

**Bài 25:** Cho tam giác  $ABC$  cân ở  $A$ . Trên cạnh  $AB$  lấy điểm  $D$ , trên cạnh  $AC$  lấy điểm  $E$  sao cho  $AD = AE$ . Gọi  $M$  là giao điểm của  $BE$  và  $CD$ . Chứng minh rằng:

- $BE = CD$
- $\triangle BMD = \triangle CME$
- $AM$  là tia phân giác của góc  $BAC$ .

**Bài 26:** Cho tam giác cân  $ABC$  ( $AB = AC$ ). Trên tia đối của các tia  $BA$  và  $CA$  lấy hai điểm  $D$  và  $E$  sao cho  $BD = CE$

- Chứng minh  $DE \parallel BC$ .
- Từ  $D$  kẻ  $DM$  vuông góc với  $BC$ , từ  $E$  kẻ  $EN$  vuông góc với  $BC$ . Chứng minh  $DM = EN$
- Chứng minh tam giác  $AMN$  là tam giác cân.

- d) Từ B và C kẻ các đường vuông góc với AM và AN chúng cắt nhau tại I. Chứng minh AI là tia phân giác chung của hai góc BAC và góc MAC.

**Bài 27:** Cho tam giác cân ABC có  $\hat{A} = 45^\circ$ ,  $AB = AC$ . Từ trung điểm I của cạnh AC kẻ đường vuông góc với AC cắt đường thẳng BC ở M. Trên tia đối của tia AM lấy điểm N sao cho  $AN = BM$ . Chứng minh rằng :

- $ABM = NAC$
- $\triangle ABM = \triangle CAN$
- Tam giác MNC vuông cân tại C .

**Bài 28:** Cho tam giác ABC vuông ở A có  $\frac{AB}{AC} = \frac{5}{12}$  và  $AC - AB = 14\text{cm}$ . Tính các cạnh của tam giác đó .

**Bài 29:** Cho đoạn thẳng AB và điểm C nằm giữa A và B. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB vẽ hai tam giác đều ACD và BCE. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AE và BD. Chứng minh rằng:

- $AE = BD$
- $\triangle CME = \triangle CNB$
- Tam giác MNC là tam giác đều

**Bài 30:** Cho tam giác ABC cân ở A. Trên cạnh BC lấy điểm D . Trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho  $BD = CE$  . Từ D kẻ đường vuông góc với BC cắt AB ở M . Từ E kẻ đường vuông góc với BC cắt AC ở N .

- Chứng minh  $MD = NE$
- MN cắt DE ở I . Chứng minh I là trung điểm của DE
- Từ C kẻ đường vuông góc với AC , từ B kẻ đường vuông góc với AN chúng cắt nhau tại O. Chứng tỏ Ao là đường trung trực của BC

**Bài 31:** Cho tam giác ABC cân tại A. Trên tia đối tia AC lấy điểm D sao cho  $DA = AC$ . Chứng minh tam giác BCD vuông.

**Bài 32:** Cho tam giác ABC đều, Tia phân giác góc ABC cắt AC ở D, tia phân giác của góc ACB cắt AB ở E. Gọi O là giao điểm của BD và CE. Chứng minh:

- BD vuông góc với AC và CE vuông góc với AB
- $OA = OB = OC$

**Bài 33:** Cho tam giác ABC cân tại A có góc  $A = 80^\circ$ . Gọi D là điểm nằm trong tam giác ABC sao cho góc  $DBC = 10^\circ$ , góc  $DCB = 30^\circ$ . Tính số đo góc BAD.

**Bài 34:** Cho tam giác vuông ABC vuông tại A có  $AC = 20\text{cm}$ . Kẻ AH vuông góc với BC tại H. Biết  $BH = 9\text{cm}$ ,  $HC = 16\text{cm}$ . Tính AB và AH.

**Bài 35:** Cho tam giác ABC nhọn, kẻ AH vuông góc với BC tại H. Biết  $AB = 10\text{cm}$ ,  $AH = 8\text{cm}$ ,  $HC = 15\text{cm}$ . Tính chu vi tam giác ABC.

**Bài 36:** Cho tam giác ABC vuông tại A. Kẻ AH vuông góc với BC tại H. Chứng minh rằng:  $BH^2 + CH^2 + 2AH^2 = BC^2$

**Bài 37:** Cho tam giác ABC có  $AB = 8\text{cm}$ ,  $AC = 6\text{cm}$ ,  $BC = 10\text{cm}$ . Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho  $AD = 1\text{cm}$ . Tính độ dài đoạn thẳng BD.

**Bài 38:** Cho tam giác ABC vuông tại A. Biết  $3AB = 4AC$  và  $BC = 20\text{cm}$ . Tính độ dài các cạnh AB và AC.

**Bài 39:** Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Qua A kẻ đường thẳng d bất kì. Vẽ BH vuông góc với d tại H, CK vuông góc với d tại K. Chứng minh rằng tổng  $BH^2 + CK^2$  không phụ thuộc vào đường thẳng d.

**Bài 40:** Cho tam giác ABC vuông tại A, Vẽ AH vuông góc với BC tại H. Chứng minh rằng  $AH^2 = BH \cdot CH$

**Bài 41:** Cho tam giác ABC có góc  $A = 30^\circ$ . Dựng bên ngoài tam giác ABC tam giác đều BCD. Chứng minh rằng  $AD^2 = AB^2 + AC^2$

**Bài 42:** Cho tam giác ABC vuông tại A. Trên cạnh BC lấy hai điểm M và N sao cho  $BM = BA$ ,  $CN = CA$ . Tính góc MAN.

**Bài 43:** Cho tam giác ABC vuông tại A ( $AB < AC$ ), phân giác AD. Từ D vẽ một đường thẳng vuông góc với BC cắt AC tại M. Tính góc MBD.

**Bài 44:** Tam giác ABC có góc  $B = 75^\circ$ , góc  $C = 60^\circ$  kéo dài BC một đoạn thẳng CD sao cho  $CD = \frac{1}{2} BC$ . Tính góc ABD.

**Bài 45:** Cho tam giác ABC,  $AB = AC$ . Tia phân giác của góc B và Góc C cắt AC và AB lần lượt ở D và E. Chứng minh rằng:

- Tam giác AED cân tại đỉnh A
- $DE \parallel BC$ .
- $BE = ED = DC$ .

**Bài 46:** Cho tam giác ABC, phân giác AD. Qua D kẻ đường thẳng song song với AB, cắt AC ở E, qua E kẻ đường thẳng song song với BC cắt AB tại K. Chứng minh:

- Tam giác AED cân.
- $AE = BK$ .

**Bài 47:** Cho tam giác ABC có góc  $B = 45^\circ$ , góc  $A = 15^\circ$ . Trên tia đối tia CB lấy điểm D sao cho  $CD = 2BC$ . Kẻ DE vuông góc với AC.

- Chứng minh  $EB = ED$ .
- Tính góc ADB.

**Bài 48:** Cho tam giác ABC, góc  $A = 60^\circ$ . Tia phân giác góc B và góc C cắt các cạnh đối diện tại D và E, BD và CE cắt nhau tại O. Tia phân giác của góc BOC cắt BC tại F. Chứng minh rằng:

- $OD = OE = OF$ .
- Tam giác DEF đều

**Bài 49:** Cho tam giác đều ABC. Trên cạnh AB lấy điểm D sao cho  $AD = \frac{1}{3} AB$ . Từ D kẻ đường thẳng vuông góc với AB cắt AC tại E. Qua E kẻ đường thẳng vuông góc với AC cắt BC ở F. Chứng minh rằng:

- DF vuông góc với BC

b) Tam giác DEF đều.

**Bài 50:** Cho tam giác ABC có góc  $B = 50^\circ$ . Từ đỉnh A kẻ đường thẳng song song với BC cắt tia phân giác của góc B ở E.

a) Chứng minh tam giác AEB cân.

b) Tính góc BAE.

**Bài 51:** Cho tam giác cân ABC ( $AB = AC$ ). Trên cạnh AB và AC lấy tương ứng hai điểm D và E sao cho  $AD = AE$ . Gọi M là trung điểm của BC. CMR:

a)  $DE \parallel BC$ .

b)  $\triangle MBD = \triangle MCE$

c)  $\triangle AMD = \triangle AME$

**Bài 52:** Cho  $\triangle ABC$  có các tia phân giác của góc B và góc C cắt nhau ở I. Qua I kẻ đường thẳng song song với BC cắt AB ở D, cắt AC ở E. Chứng minh rằng:  $DE = BD + CE$ .

**Bài 53:** Cho tam giác đều ABC. Trên tia đối các tia AB, BC, CA lấy theo thứ tự 3 điểm D, E, F sao cho  $AD = BE = CF$ . Chứng minh tam giác DEF đều.

**Bài 54:** Cho tam giác ABC vuông cân ở A. Trên đáy BC lấy hai điểm M, N sao cho  $BM = CN = AB$ .

a) Chứng minh tam giác AMN cân.

b) Tính góc MAN.

**Bài 55:** Cho  $\triangle ABC$  có góc  $A = 60^\circ$ . Vẽ ra phía ngoài của tam giác hai tam giác đều AMB và ANC.

a) Chứng minh M, A, N thẳng hàng.

b)  $BM = CN$ .

**Bài 56:** Cho tam giác ABC cân ở A. Trên tia đối AB lấy điểm D, trên tia đối AC lấy điểm E sao cho  $AD = AE$ . Chứng minh:

a)  $DE \parallel BC$

b)  $BE = CD$

c)  $\triangle BED = \triangle CDE$

**Bài 57:** Cho tam giác ABC vuông cân ở A. Vẽ phía ngoài của tam giác hai tam giác đều ABD và ACE.

a) Chứng minh  $BE = CD$ .

b) Gọi I là giao điểm của BE và CD. Tính góc BIC.

**Bài 58:** Cho tam giác ABC vuông cân ở A, biết  $AB = AC = 4\text{cm}$ .

a) Tính BC,

b) Từ A kẻ đường thẳng vuông góc với BC. Chứng minh D là trung điểm của BC.

c) Từ D kẻ DE vuông góc với AC. Chứng minh tam giác AED là tam giác vuông cân.

d) Tính AD.

**Bài 59:** Cho tam giác ABC vuông tại A ( $AB > AC$ ).

a) Cho  $AB = 8\text{cm}$ ,  $BC = 10\text{cm}$ . Tính AC





- c) Đường thẳng BN cắt Ox tại D, đường thẳng AN cắt Oy tại E. Chứng minh:  $ND = NE$ .
- d) Chứng minh  $ON \perp DE$

**Bài 70:** Tam giác ABC vuông tại A, vẽ AH vuông góc với BC ( $H \in BC$ ). Tính AH biết  $AB:AC = 3:4$  và  $BC = 10$  cm.

**Bài 71:** Cho góc nhọn xOy và K là một điểm thuộc tia phân giác của góc xOy. Kẻ KA vuông góc với Ox ( $A \in Ox$ ), KB vuông góc với Oy ( $B \in Oy$ )

- a) Chứng minh:  $KA = KB$ .
- b) Tam giác OAB là tam giác gì? Vì sao?
- c) Đường thẳng BK cắt Ox tại D, đường thẳng AK cắt Oy tại E. Chứng minh:  $KD = KE$ .
- d) Chứng minh  $OK \perp DE$

**Bài 72:** Cho tam giác ABC cân tại A, Kẻ BD vuông góc với AC, CE vuông góc với AB, BD và CE cắt nhau tại I.

- a) Chứng minh  $\triangle BDC = \triangle CEB$
- b) So sánh góc IBE và góc ICD.
- c) AI cắt BC tại H. Chứng minh  $AI \perp BC$  tại H.

**Bài 73:** Cho tam giác ABC cân tại A, Kẻ  $AH \perp BC$  ( $H \in BC$ ).

- a) Chứng minh  $BAH = CAH$
- b) Cho  $AH = 3$  cm,  $BC = 8$  cm. Tính độ dài AC.
- c) Kẻ  $HE \perp AB, HD \perp AC$ . Chứng minh  $AE = AD$ .
- d) Chứng minh  $ED \parallel BC$ .

**Bài 74:** Cho tam giác ABC cân tại A, Kẻ BD vuông góc với AC, CE vuông góc với AB, BD và CE cắt nhau tại I.

- a) Chứng minh  $\triangle BDC = \triangle CEB$
- b) So sánh góc IBE và góc ICD.
- c) AI cắt BC tại H. Chứng minh  $AI \perp BC$  tại H.

**Bài 75:** Cho tam giác ABC cân tại A, Kẻ  $AH \perp BC$  ( $H \in BC$ )

- a) Chứng minh  $BAH = CAH$
- b) Cho  $AH = 3$  cm,  $BC = 8$  cm. Tính độ dài AC.
- c) Kẻ  $HE \perp AB, HD \perp AC$ . Chứng minh  $AE = AD$ .
- d) Chứng minh  $ED \parallel BC$ .

**Bài 76:** Cho tam giác MNP cân tại N. Trên tia đối của tia MP lấy điểm I, trên tia đối của tia PM lấy điểm K sao cho  $MI = PK$ .

- a) Chứng minh:  $\triangle NMI = \triangle NPK$
- b) Vẽ  $NH \perp MP$ , chứng minh  $\triangle NHM = \triangle NHP$  và  $HM = HP$
- c) Tam giác NIK là tam giác gì? Vì sao?

**Bài 77:** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại A, đường phân giác BE. Kẻ  $EH \perp BC$  ( $H \in BC$ ).

Gọi K là giao điểm của AH và BE. Chứng minh rằng:



- a)  $\Delta ABE = \Delta HBE$
- b) BE là đường trung trực của AH

**Bài 78:** Cho tam giác ABC cân tại A. Vẽ  $AH \perp BC$

- a) Chứng minh:  $\Delta AHB = \Delta AHC$
- b) Vẽ  $HM \perp AB$ ,  $HN \perp AC$ . Chứng minh  $\Delta AMN$  cân
- c) Chứng minh  $MN \parallel BC$
- d) Chứng minh  $AH^2 + BM^2 = AN^2 + BH^2$

**Bài 79:** Cho tam giác ABC, có  $AC < AB$ , M là trung điểm BC, vẽ phân giác AD. Từ M vẽ đường thẳng vuông góc với AD tại H, đường thẳng này cắt tia AC tại F, cắt AB tại E.

Chứng minh rằng:

- a)  $\Delta AFE$  cân
- b) Vẽ đường thẳng  $Bx \parallel EF$ , cắt AC tại K. Chứng minh rằng:  $KF = BE$
- c) Chứng minh rằng:  $AE = \frac{AB + AC}{2}$

**Bài 80:** Cho  $\Delta ABC$  vuông tại A, M là trung điểm BC, vẽ  $MH \perp AB$ . Trên tia đối tia MH lấy điểm K sao cho  $MK = MH$ .

- a) CMR:  $\Delta MHB = \Delta MKC$
- b) CMR:  $AC = HK$
- c) Vẽ CH cắt AM tại G, tia BG cắt AC tại I. CMR: I là trung điểm AC