

TÍCH PHÂN VÀ ỨNG DỤNG CỦA TÍCH PHÂN (TỰ LUẬN)

Hoàng Văn Quý – GV trường THPT Lương Tài số 2

1. Kiến thức liên quan

1.1. Công thức nguyên hàm cơ bản

Nguyên hàm của hàm số cơ bản	Nguyên hàm mở rộng
$\int dx = x + C$	$\int a \cdot dx = ax + C, a \in \mathbb{R}$
$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1$	$\int (ax+b)^\alpha dx = \frac{1}{a} \cdot \frac{(ax+b)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C, x \neq 0$	$\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a} \cdot \ln ax+b + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} \cdot e^{ax+b} + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int a^{ax+b} dx = \frac{1}{a} \cdot \frac{a^{ax+b}}{\ln a} + C$
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \cos(ax+b) dx = \frac{1}{a} \cdot \sin(ax+b) + C$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \sin(ax+b) dx = -\frac{1}{a} \cdot \cos(ax+b) + C$
$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$	$\int \frac{1}{\cos^2(ax+b)} dx = \frac{1}{a} \tan(ax+b) + C$
$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$	$\int \frac{1}{\sin^2(ax+b)} dx = -\frac{1}{a} \cot(ax+b) + C$

1.2. Công thức tích phân

$F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$ thì



$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

1.3. Phương pháp đổi biến số

1.3.1. Dạng 1 : Tính $I = \int_a^b f[\varphi(x)]\varphi'(x)dx$

+ Đặt $t = \varphi(x) \Rightarrow dt = \varphi'(x).dx$

+ Đổi cận :

$\Rightarrow I =$

x	a	b
t	$\varphi(a)$	$\varphi(b)$

 $\int_{\varphi(a)}^{\varphi(b)} f(t).dt = F(t)\Big|_{\varphi(a)}^{\varphi(b)}$

1.3.2. Dạng 2 : Tính $I = \int_a^b f(x)dx$ **bằng cách đặt $x = \varphi(t)$**

Dạng chứa $\sqrt{a^2 - x^2}$: Đặt $x = asint, t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] (a>0)$

1.4. Phương pháp tích phân từng phần

* **Công thức tính :** $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b u dv = uv\Big|_a^b - \int_a^b v du$

✦ **Đặt** $\begin{cases} u = \dots \\ dv = \dots \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \dots dx \\ v = \dots \end{cases}$ (lay dao ham)
(lay nguyên ham)

Ta thường gặp hai loại tích phân như sau:

* Loại 1:



$$\begin{cases} \int_a^b P(x) \cdot \sin f(x) \cdot dx \\ \int_a^b P(x) \cdot \cos f(x) \cdot dx \\ \int_a^b P(x) \cdot e^{f(x)} \cdot dx \end{cases} \Rightarrow u = P(x), \text{ trong đó } P(x) \text{ là đa thức bậc } n.$$

*Loại 2: $\int_a^b P(x) \cdot \ln f(x) \cdot dx \Rightarrow u = \ln f(x)$

1.5. Tính chất tích phân

Tính chất 1: $\int_a^b k f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx, \quad k: \text{hằng số}$

Tính chất 2: $\int_a^b [f(x) \pm g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx$

Tính chất 3: $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \quad (a < c < b)$

1.6. Diện tích hình phẳng

1.6.1. Định nghĩa 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Khi đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a$ và $x = b$ là:

$$S = \int_a^b |f(x)| dx \quad (*)$$

Lưu ý:

✓ $f(x) = 0$ vô nghiệm trên $(a; b)$ thì

$$S = \int_a^b |f(x)| dx = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$$

✓ $f(x) = 0$ có 1 nghiệm $c \in (a; b)$ thì

$$S = \int_a^b |f(x)| dx = \left| \int_a^c f(x) dx \right| + \left| \int_c^b f(x) dx \right|$$



1.6.2. Dạng 2: Cho hai hàm số $y = f_1(x)$ và $y = f_2(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Khi đó diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $f_1(x)$, $f_2(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ là:

$$S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx \quad (**)$$

Lưu ý: Khử dấu giá trị tuyệt đối của công thức (**) thực hiện tương tự đối với công thức (*).

1.7. Thể tích vật thể tròn xoay

Thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ quay xung quanh trục Ox là:

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$$

Lưu ý: Diện tích, thể tích đều là những giá trị dương.

2. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Tính các tích phân sau

$$\begin{aligned} 1 / A &= \int_0^1 (2x + e^x) dx & 2 / B &= \int_0^1 2^x (e^x + 3) dx & 3 / C &= \int_0^\pi (\sin x + \cos x) dx \\ 4 / D &= \int_1^4 \left(\frac{x^2 + 2\sqrt{x} + 3}{x^3} \right) dx & 5 / E &= \int_0^\pi (x - \sin 2x) dx \end{aligned}$$

Lời giải

$$1 / A = \int_0^1 (2x + e^x) dx = \int_0^1 2x dx + \int_0^1 e^x dx = x^2 \Big|_0^1 + e^x \Big|_0^1 = 1 - 0 + e - 1 = e$$

$$2 / B = \int_0^1 2^x (e^x + 3) dx = \int_0^1 (2e)^x dx + 3 \int_0^1 2^x dx = \frac{(2e)^x}{\ln 2e} \Big|_0^1 + 3 \frac{2^x}{\ln 2} \Big|_0^1 = \left(\frac{2e-1}{\ln 2e} \right) + \frac{3}{\ln 2}$$

$$3 / C = \int_0^\pi (\sin x + \cos x) dx = \int_0^\pi \sin x dx + \int_0^\pi \cos x dx = -\cos x \Big|_0^\pi + \sin x \Big|_0^\pi = 2$$



$$4 / D = \int_1^4 \left(\frac{1}{x} + \frac{\sqrt{x}}{x^3} + \frac{3}{x^3} \right) dx = \int_1^4 \left(\frac{1}{x} + x^{-\frac{5}{2}} + 3x^{-3} \right) dx = \ln|x| \Big|_1^4 - \frac{2}{3} x^{-\frac{3}{2}} \Big|_1^4 + \frac{3}{-2} x^{-2} \Big|_1^4 =$$

$$5 / E = \int_0^{\pi} (x - \sin 2x) dx = \int_0^{\pi} x dx - \int_0^{\pi} \sin 2x dx = \frac{1}{2} x^2 \Big|_0^{\pi} + \frac{1}{2} \cos 2x \Big|_0^{\pi} = \frac{\pi^2}{2}$$

Ví dụ 2. Tính các tích phân sau

$$1 / I = \int_1^6 x \sqrt{x+3} dx \quad 2 / J = \int_0^1 \frac{2x+1}{1+\sqrt{3x+1}} dx$$

$$3 / K = \int_1^e \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{2 \ln x + 1}{x(\ln x + 1)} \right) dx \quad 4 / L = \int_0^{\ln 2} \left(x + \frac{1}{2e^x + 1} \right) dx$$

Lời giải

$$1 / I = \int_1^6 x \sqrt{x+3} dx$$

- Đặt $\sqrt{x+3} = t$ ta được $x+3 = t^2 \Rightarrow dx = 2t dt$
- Đổi cận: $x=1 \Rightarrow t=2$; $x=6 \Rightarrow t=3$
- Khi đó $I = \int_2^3 (2t^4 - 6t^2) dt = \left(\frac{2}{5} t^5 - 2t^3 \right) \Big|_2^3 = \frac{232}{5}$

$$2 / J = \int_0^1 \frac{2x+1}{1+\sqrt{3x+1}} dx$$

- Đặt $\sqrt{3x+1} = t$ ta được $x = \frac{t^2-1}{3} \Rightarrow dx = \frac{2}{3} t dt$
- Đổi cận $x=0 \Rightarrow t=1$; $x=1 \Rightarrow t=2$
- Khi đó $J = \frac{2}{9} \int_1^2 \frac{2t^3+t}{1+t} dt = \frac{2}{9} \int_1^2 \left(2t^2 - 2t + 3 - \frac{3}{t+1} \right) dt = \frac{28}{27} - \frac{2}{3} \ln \frac{3}{2}$

$$3 / K = \int_1^e \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{2 \ln x + 1}{x(\ln x + 1)} \right) dx$$

- Tính $K_1 = \int_1^e \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ ta được kết quả $K_1 = 2(\sqrt{e} - 1)$



- Đặt $\ln x = t$ ta được $dt = \frac{dx}{x}$
- Đổi cận $x=1 \Rightarrow t=0; x=e \Rightarrow t=1$
- Khi đó $K_2 = \int_0^1 \frac{2t+1}{t+1} dt = (2t - \ln(t+1)) \Big|_0^1 = 2 - \ln 2$

- Vậy ta được $K = K_1 + K_2 = 2\sqrt{e} - \ln 2$

$$4/L = \int_0^{\ln 2} \left(x + \frac{1}{2e^x + 1} \right) dx$$

- Tính $L_1 = \int_0^{\ln 2} x dx$ ta được kết quả $I = \frac{1}{2} \ln^2 2$
- Tính $L_2 = \int_0^{\ln 2} \frac{1}{2e^x + 1} dx$
- Đặt $e^x = t$ ta được $e^x dx = dt$
- Đổi cận $x=0 \Rightarrow t=1; x=\ln 2 \Rightarrow t=2$
- Khi đó $L_2 = \int_1^2 \frac{dt}{t(2t+1)} = (\ln t - \ln(2t+1)) \Big|_1^2 = \ln 2 - \ln \frac{5}{3} = \ln \frac{6}{5}$
- Vậy ta được $L = L_1 + L_2 = \frac{1}{2} \ln^2 2 + \ln \frac{6}{5}$

Ví dụ 3. Tính các tích phân sau

$$1/I = \int_0^{\pi} (1 - \sin^3 x) \cos x dx \quad 2/J = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\sin^2 x \cos^4 x} dx \quad 3/K = \int_0^{\pi} (\sin x + x) \sin x dx$$

Lời giải

$$1/I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \sin^3 x) \cos x dx$$

- Đặt $\sin x = t \Rightarrow dt = \cos x dx$
- Đổi cận $x=0 \Rightarrow t=0; x=\frac{\pi}{2} \Rightarrow t=1$



- Khi đó $I = \int_0^1 (1-t^3) dt = \left(t - \frac{t^4}{4} \right) \Big|_0^1 = \frac{3}{4}$

$$2 / J = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\sin^2 x \cos^4 x} dx$$

- Đặt $\cot x = t \Rightarrow dt = \frac{-1}{\sin^2 x} dx$

- Đổi cận $x = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t = \sqrt{3}; x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = 1$

- Khi đó $J = \int_1^{\sqrt{3}} \left(1 + \frac{1}{t^2} \right)^2 dt = \int_1^{\sqrt{3}} \left(1 + \frac{2}{t^2} + \frac{1}{t^4} \right) dt = \left(t - \frac{2}{t} - \frac{1}{3t^3} \right) \Big|_1^{\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{27} + \frac{4}{3}$

$$3 / K = \int_0^{\pi} (\sin x + x) \sin x dx = \int_0^{\pi} \sin^2 x dx + \int_0^{\pi} x \sin x dx$$

- Đặt $K_1 = \int_0^{\pi} \sin^2 x dx = \int_0^{\pi} \frac{1 - \cos 2x}{2} dx = \frac{1}{2} \pi$

- $K_2 = \int_0^{\pi} x \sin x dx$

- $\begin{cases} u = x \\ dv = \sin x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\cos x \end{cases}$

- $K_2 = -x \cos x \Big|_0^{\pi} + \int_0^{\pi} \cos x dx = \pi + \sin x \Big|_0^{\pi} = \pi$

*** Chú ý: Ta thường đặt t là căn, mũ, mẫu.**

- Nếu hàm có chứa dấu ngoặc kèm theo lũy thừa thì đặt t là phần bên trong dấu ngoặc nào có lũy thừa cao nhất.

- Nếu hàm chứa mẫu số thì đặt t là mẫu số.

- Nếu hàm số chứa căn thức thì đặt $t =$ căn thức.

- Nếu tích phân chứa $\frac{dx}{x}$ thì đặt $t = \ln x$.

- Nếu tích phân chứa e^x thì đặt $t = e^x$.

- Nếu tích phân chứa $\frac{dx}{\sqrt{x}}$ thì đặt $t = \sqrt{x}$.



- Nếu tích phân chứa $\frac{dx}{x^2}$ thì đặt $t = \frac{1}{x}$.
- Nếu tích phân chứa $\cos x dx$ thì đặt $t = \sin x$.
- Nếu tích phân chứa $\sin x dx$ thì đặt $t = \cos x$.
- Nếu tích phân chứa $\frac{dx}{\cos^2 x}$ thì đặt $t = \tan x$.
- Nếu tích phân chứa $\frac{dx}{\sin^2 x}$ thì đặt $t = \cot x$.

Ví dụ 3. Tính các tích phân

$$a) I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$$

$$b) J = \int_1^e x \ln x dx$$

$$c) K = \int_0^1 x e^x dx$$

Lời giải

$$a) I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$$

$$\checkmark \begin{cases} u = x \\ dv = \sin x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\cos x \end{cases}$$

$$\checkmark I = -x \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = 0 - 0 + \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$$

$$b) J = \int_1^e x \ln x dx$$

$$\checkmark \begin{cases} u = \ln x \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$$

$$\checkmark J = \frac{x^2}{2} \ln x \Big|_1^e - \int_1^e \frac{x}{2} dx = \frac{x^2}{2} \ln x \Big|_1^e - \frac{x^2}{4} \Big|_1^e = \frac{e^2 + 1}{4}$$



$$c) K = \int_0^1 x e^x dx$$

$$\checkmark \begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$$

$$\checkmark K = x e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx = e - e^x \Big|_0^1 = 1$$

Ví dụ 4. Tính các tích phân sau

$$1/I = \int_1^2 \left(x^2 + \frac{1-x^2}{x+x^3} \right) dx \quad 2/J = \int_0^{\ln 4} \left(e^x + \frac{1}{\sqrt{e^x} + 2} \right) dx \quad 3/K = \int_1^2 \frac{x^2-1}{x^2} \ln x dx$$

Lời giải

$$1/I = \int_1^2 \left(x^2 + \frac{1-x^2}{x+x^3} \right) dx = \int_1^2 x^2 dx + \int_1^2 \frac{1-x^2}{x+x^3} dx$$

$$\text{Tính } I_1 = \int_1^2 x^2 dx = \frac{1}{3} x^3 \Big|_1^2 = \frac{7}{3}$$

$$I_2 = \int_1^2 \frac{1-x^2}{x+x^3} dx = \int_1^2 \frac{\frac{1}{x^2}-1}{\frac{1}{x}+x} dx = - \int_1^2 \frac{d\left(\frac{1}{x}+x\right)}{\frac{1}{x}+x} dx = - \ln \left(\frac{1}{x}+x \right) \Big|_1^2 = \ln \frac{4}{5}$$

$$\text{Vậy } I = I_1 + I_2 = \frac{7}{3} + \ln \frac{4}{5}$$

$$2/J = \int_0^{\ln 4} \left(e^x + \frac{1}{\sqrt{e^x} + 2} \right) dx = \int_0^{\ln 4} e^x dx + \int_0^{\ln 4} \frac{1}{\sqrt{e^x} + 2} dx$$

$$J_1 = \int_0^{\ln 4} e^x dx = e^x \Big|_0^{\ln 4} = 3$$



$$J_2 = \int_0^{\ln 4} \frac{1}{\sqrt{e^x} + 2} dx; \quad t = \sqrt{e^x} \Rightarrow t^2 = e^x \Rightarrow 2t dt = e^x dx \Rightarrow dx = \frac{2}{t} dt$$

$$\Rightarrow J_2 = \int_1^2 \frac{2}{t(t+2)} dt = \ln \left(\frac{t}{t+2} \right) \Big|_1^2 = \ln \frac{3}{2}$$

$$\text{Vậy } J = J_1 + J_2 = 3 + \ln \frac{3}{2}$$

$$3/K = \int_1^2 \frac{x^2 - 1}{x^2} \ln x dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = \frac{x^2 - 1}{x^2} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = x + \frac{1}{x} \end{cases} \Rightarrow K = \left(x + \frac{1}{x} \right) \ln x \Big|_1^2 - \int_1^2 \left(x + \frac{1}{x} \right) \frac{1}{x} dx$$

$$\Rightarrow K = \left(x + \frac{1}{x} \right) \ln x \Big|_1^2 - \left(x - \frac{1}{x} \right) \Big|_1^2 = \frac{5}{2} \ln 2 - \frac{3}{2}$$



Ví dụ 5. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường sau

a) $y = x^2$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0$, $x=2$.

b) $y = x^2$, $y = -2x + 3$ và hai đường thẳng $x = 0$, $x=2$.

c) $y = x^2$, $y = x + 2$

Lời giải

a) $y = x^2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x=2$.

✓ Trên $[0; 2]$ ta có $x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \in [0; 2]$

✓ Diện tích của hình phẳng đã cho:

$$S = \int_0^2 |x^2| dx = \frac{1}{3} x^3 \Big|_0^2 = \frac{8}{3}$$

b) Đặt $f_1(x) = x^2$, $f_2(x) = -2x + 3$

Ta có: $f_1(x) - f_2(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - (-2x + 3) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [0; 2] \\ x = -3 \notin [0; 2] \end{cases}$

✓ Diện tích hình phẳng đã cho

$$S = \int_0^2 |x^2 + 2x - 3| dx$$



$$\begin{aligned}
&= \left| \int_0^1 (x^2 + 2x - 3) dx \right| + \left| \int_1^2 (x^2 + 2x - 3) dx \right| \\
&= \left| \left(\frac{x^3}{3} + x^2 - 3x \right) \Big|_0^1 \right| + \left| \left(\frac{x^3}{3} + x^2 - 3x \right) \Big|_1^2 \right| \\
&= \left| \frac{1}{3} - 2 \right| + \left| \frac{8}{3} + 4 - 6 - \frac{1}{3} - 1 + 3 \right| = \frac{5}{3} + \frac{7}{3} = 4
\end{aligned}$$

c) Ta có: $x^2 - (x + 2) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$

Diện tích hình phẳng

$$S = \int_{-1}^2 |x^2 - x - 2| dx = \left| \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x \right) \Big|_{-1}^2 \right| = \left| \frac{8}{3} - 2 - 4 + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - 2 \right| = \frac{9}{2}$$

Ví dụ 6. Tính thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi quay hình (D) quanh trục Ox biết (D) giới hạn bởi $y = 1 - x^2$, $y = 0$

Lời giải

✓ Ta có: $1 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

✓ Áp dụng công thức: $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$

✓ Ta có: $V = \pi \int_{-1}^1 (1 - x^2)^2 dx = \pi \int_{-1}^1 (1 - 2x^2 + x^4) dx = \pi \left(x - \frac{2x^3}{3} + \frac{x^5}{5} \right) \Big|_{-1}^1$

$$= \pi \left[\left(1 - \frac{2}{3} + \frac{1}{5} \right) - \left(-1 + \frac{2}{3} - \frac{1}{5} \right) \right] = \pi \left(2 - \frac{4}{3} + \frac{2}{5} \right) = \frac{16\pi}{15}$$

Bài Tập tự luyện

Bài 1: Tính các tích phân sau



$$1. \int_0^1 (x^3 + x + 1) dx$$

$$2. \int_1^e \left(x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + x^2\right) dx$$

$$3. \int_1^2 \sqrt{x+1} dx$$

$$4. \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} (2\sin x + 3\cos x + x) dx$$

$$5. \int_0^1 (e^x + x) dx$$

$$6. \int_0^1 (x^3 + x\sqrt{x}) dx$$

$$7. \int_1^2 (\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1) dx$$

$$8. \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \left(3\sin x + 2\cos x + \frac{1}{x}\right) dx$$

$$9. \int_0^1 (e^x + x^2 + 1) dx$$

$$10. \int_{-1}^3 (x^3 + 1) dx$$

$$11. \int_1^{e^2} \frac{7x - 2\sqrt{x} - 5}{x} dx$$

$$12. \int_{-2}^2 x(x-3) dx$$

$$13. \int_{-3}^4 (x^2 - 4) dx$$

$$14. \int_1^2 \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}\right) dx$$

$$15. \int_1^2 \frac{x^2 - 2x}{x^3} dx$$

$$16. \int_1^8 \left(4x - \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}\right) dx$$

Bài 2: Tính các tích phân sau

$$1. \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cos^2 x dx$$

$$2. \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sqrt{1 + 4\sin x \cos x} dx$$

$$3. \int_0^1 x\sqrt{x^2 + 1} dx$$

$$4. \int_0^1 x\sqrt{1 - x^2} dx$$

$$5. \int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{x^3 + 1}} dx$$

$$6. \int_0^1 \frac{x}{(1 + 3x^2)^2} dx$$

$$7. \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} \cos x dx$$

$$8. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x (1 + \sin^2 x)^3 dx$$

$$9. \int_0^1 x^5 (1 - x^3)^6 dx$$



$$12. \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos x}{6 - 5\sin x + \sin^2 x} dx$$

$$11. \int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} dx$$

$$12. \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sqrt{1+4\sin x} \cdot \cos x dx$$

$$13. \int_0^1 e^{x^2+2} x dx$$

$$14. \int_1^e \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx$$

$$15. \int_1^e \frac{\sin(\ln x)}{x} dx$$

$$16. \int_0^1 x\sqrt{x+1} dx$$

$$17. \int_0^1 x^2 \sqrt{x^3+5} dx$$

$$18. \int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} \frac{1}{x\sqrt{x^2+1}} dx$$

$$19. \int_{\ln 3}^{\ln 5} \frac{dx}{e^x + 2e^{-x} - 3}$$

$$20. \int_0^1 e^{-x} dx$$

$$21. \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx$$

$$22. \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$$

$$23. \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx$$

$$24. \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$$

Bài 3: Tính các tích phân sau

$$1. \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos^2 x dx$$

$$2. \int_0^1 e^x \sin x dx$$

$$3. \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x-1) \cos x dx$$

$$4. \int_0^1 x e^x dx$$

$$5. \int_1^e x \ln x dx$$

$$6. \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x^2+1) \sin x dx$$

$$7. \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + \cos^2 x) \sin x dx$$

$$8. \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \sin 3x dx$$

$$9. \int_0^1 (x-2) e^{2x} dx$$

$$10. \int_0^1 x \ln(1+x^2) dx$$

$$11. \int_1^e (2x+2) \ln x dx$$

$$12. \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$$

$$13. \int_0^2 (2x+7) \ln(x+1) dx$$

$$14. \int_0^1 (x-2) e^{2x} dx$$

Bài 4: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường sau:



a) $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 - \frac{2}{3}$, trục hoành, $x = 0$ và $x = 2$.

b) $y = x^2 + 1$, $x = -1$, $x = 2$ và trục hoành.

c) $y = x^3 - 12x$, $y = x^2$

d) $y = x^3 - 1$ và tiếp tuyến của nó tại điểm có tung độ bằng -2.

e) $y = x^2 - 4x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 3$

f) $y = \sin x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{3\pi}{2}$

g) $y = e^x$, Ox , $x = 0$, $x = 3$

Bài 5: Tính thể tích vật tròn xoay khi quay các hình phẳng giới hạn bởi các đường sau quanh trục hoành:

a) $y = x^2 - 4x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 3$

b) $y = \cos x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \pi$

c) $y = \tan x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{4}$

d) $y = 2 - x^2$, $y = 1$

e) $y = \ln x$, $x = \frac{1}{e}$, $x = e$, $y = 0$

TỔNG HỢP CÁC CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM - NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN

PHẦN 1 :

Câu1: Tính

$$\int (x^2 + \frac{3}{x} - 2\sqrt{x}) dx$$



A. $\frac{x^3}{3} + 3\ln|x| + \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$

B. $\frac{x^3}{3} + 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3}$

C. $\frac{x^3}{3} - 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$

D. $\frac{x^3}{3} + 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$

Câu 2: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x(x+3)}$

A. $\frac{2}{3}\ln\left|\frac{x}{x+3}\right| + C$

B. $\frac{-1}{3}\ln\left|\frac{x}{x+3}\right| + C$

C. $\frac{1}{3}\ln\left|\frac{x}{x+3}\right| + C$

D. $\frac{-2}{3}\ln\left|\frac{x}{x+3}\right| + C$

Câu 3: Tính $\int (1 + \sin x) dx$

A. $x + \cos x + C$

C. $\cos x + C$

B. $x - \cos x + C$

D. $-\cos x + C$

Câu 4: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}} dx$

A. $\frac{C}{\sqrt{1-x}}$

B. $-2\sqrt{1-x} + C$

C. $\frac{2}{\sqrt{1-x}}$

D. $C\sqrt{1-x}$

Câu 5: Tính $\int (2 + e^{-3x}) dx$

A. $2x + e^{-3x} + C$

B. $2x - e^{-3x} + C$

C. $2x - \frac{1}{3}e^{-3x} + C$

D. $2x + \frac{1}{3}e^{-3x} + C$

Câu 6: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{-1}{\cos^2 x}$ và $F(0) = 1$. Khi đó $F(x)$ là:

A. $-\tan x$

B. $-\tan x + 1$

C. $\tan x + 1$

D. $\tan x - 1$

Câu 7: Tìm họ nguyên hàm

$\int x e^{x^2+1} dx$



- A. $e^{x^2+1} + C$ B. $\frac{1}{2} e^{x^2} + C$ C. $\frac{1}{2} e^{x^2+1} + C$ D. $e^{x^2-1} + C$

Câu 8: Tìm họ nguyên hàm $\int \frac{dx}{x\sqrt{2\ln x+1}}$

- A. $F(x) = \frac{1}{2} \ln x + 1 + C$ B. $\frac{1}{2} \ln \sqrt{2\ln x+1} + C$ C. $\sqrt{2\ln x+1} + C$ D. $\ln \sqrt{2\ln x+1} + C$

Câu 9: Tìm họ nguyên hàm $\int e^x (2 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x}) dx$

Lời giải: $\int (2e^x + \frac{1}{\cos^2 x}) dx = 2e^x + \tan x + C$

- A. $2e^x + \tan x + C$ B. $2e^x + \tan x$ C. $2e^x - \tan x + C$ D. Đáp án khác

Câu 9: Hàm số $f(x) = x\sqrt{x+1}$ có một nguyên hàm là $F(x)$. Nếu $F(0)=2$ thì giá trị của $F(3)$ là :

- A. $\frac{116}{15}$ B. $\frac{146}{15}$ C. $\frac{886}{105}$ D. Một đáp án khác

Lời giải: $\int x\sqrt{x+1} dx = \frac{(x+1)^2}{2} - (x+1) + C$

$$F(0)=2 \Rightarrow C=2 \Rightarrow F(3)=\frac{(3+1)^2}{2} - (3+1) + 2 = 6$$

PHẦN 2 :

Mức 1: Nhận biết

Câu 1: Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.

Công thức nào sau đây đúng:

A. $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$

C. $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(a) - F(b)$

B. $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) + F(a)$

D. $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(a) + F(b)$

Lời giải: $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$

Phương án nhiễu:

+) Phương án B: Nhầm dấu.



+) Phương án C: Thay nhầm cận a,b.

,+) Phương án D: Nhầm trong việc thay cận trên hay dưới và dấu.

Câu 2: Tích phân $I = \int_0^1 (x+2)dx$ bằng:

A. $I = \frac{-5}{2}$

B. $I = \frac{5}{2}$

C. $I = 5$

D. $I = \frac{13}{2}$

Lời giải: $I = \frac{(x+2)^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{5}{2}.$

Phương án nhiễu:

+) Phương án A: Nhầm $F(x) \Big|_a^b = F(a) - F(b)$

+) Phương án C: Nhầm $I = (x+2)^2 \Big|_0^1 = 5.$

+) Phương án D: $F(x) \Big|_a^b = F(a) + F(b)$

Câu 3: Tích phân $I = \int_0^\pi \cos^3 x \sin x dx$

A. $I = 0$

B. $I = \frac{1}{2}$

C. $I = \pi^4$

D. $I = \frac{-\pi}{4}$

Lời giải: $I = -\int_0^\pi \cos^3 x d(\cos x) = \frac{-\cos^4 x}{4} \Big|_0^\pi = 0.$

Phương án nhiễu:

+) Phương án B: Đổi dấu sai trong công đoạn thay cận

+) Phương án C,D: Thay cận sai.

Mức 2: Thông hiểu

Câu 4: Cho biết $\int_2^5 f(x)dx = 3$; $\int_2^5 g(t)dt = 9$. Giá trị của $A = \int_2^5 [f(x) + g(x)]dx$

A. $I = 27$

B. $I = -12$

C. $I = 12$

D. Không xác định được



Lời giải: Do tích phân của hàm số trên $[a; b]$ cho trước không phụ thuộc vào biến số nên:

$$I = \int_2^5 [f(x) + g(x)] dx = \int_2^5 f(x) dx + \int_2^5 g(t) dt = 12$$

Phương án nhiễu:

+) Phương án D không xác định do học sinh không nắm được “tích phân của hàm số trên $[a; b]$ cho trước không phụ thuộc vào biến số”

+) Phương án A, C. Áp dụng sai công thức tích phân của một tổng.

Câu 5: Giá trị tích phân $I = \int_1^5 \frac{1}{(2x-1)^{2016}} dx$ là:

A. $\frac{-1}{4030} \left(\frac{1}{9^{2015}} - 1 \right)$ B. $\frac{-1}{4030} \left(\frac{1}{9^{2015}} + 1 \right)$ C. $\frac{-1}{2015} \left(\frac{1}{9^{2015}} - 1 \right)$ D. $\frac{-1}{2015} \left(\frac{1}{9^{2015}} + 1 \right)$

Lời giải: $I = \frac{1}{2} \int_1^5 \frac{d(2x-1)}{(2x-1)^{2016}} = \frac{-1}{4030} \left(\frac{1}{9^{2015}} - 1 \right)$

Phương án nhiễu:

+) Phương án B: Sai tại công đoạn thay cận đổi dấu.

+) Phương án C: Đưa dx thành d(2x - 1), không chia 2.

+) Phương án D. Đưa dx thành d(2x - 1), không chia 2 và thay cận sai.

Câu 6: Nếu $\int_a^d f(x) dx = 5; \int_b^d f(x) dx = 2$, với $a < d < b$ thì $I = \int_a^b f(x) dx$ bằng:

A. $I = 7$ B. $I = 3$ C. $I = -10$ D. Đáp án khác

Lời giải: $I = \int_a^b f(x) dx = \int_a^d f(x) dx + \int_d^b f(x) dx = 3$

Phương án nhiễu:

+) Phương án A: Nhầm lẫn $\int_b^d f(x) dx = \int_d^b f(x) dx$.



+) Phương án C: Nhầm lẫn $I = \int_a^b f(x)dx = \int_a^d f(x)dx \cdot \int_d^b f(x)dx = -10$

+) Phương án D: Gây nhiễu

Mức 3: Vận dụng thấp

Câu 7: Giả sử $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \cdot \sin 2x dx = a + b \frac{\sqrt{2}}{2}$ ($a, b \in \mathbb{Q}$). Khi đó, giá trị của $a + b$ là:

A. $I = \frac{-1}{6}$ B. $I = \frac{3}{10}$ C. $I = \frac{-3}{10}$ **D. $I = \frac{3}{5}$**

Lời giải: $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2} (\cos x - \cos 5x) dx = \frac{1}{2} \left(\sin x - \frac{1}{5} \sin 5x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{3}{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

Suy ra $a = 0, b = \frac{3}{5}$ và $a + b = \frac{3}{5}$.

Phương án nhiễu:

+) Phương án B: Biến đổi sai công thức tích thành tổng.

+) Phương án C: đổi sai công thức tích thành tổng và sai bước đổi dấu thay cận.

+) Phương án A: Không xác định được a, b.

Câu 8: Biến đổi $\int_0^3 \frac{x}{1 + \sqrt{x+1}} dx$ thành $\int_1^2 f(t) dt$ với $t = \sqrt{1+x}$. Khi đó $f(t)$ là hàm số nào trong các hàm số sau:

A. $f(t) = 2t^2 - 2t$ B. $f(t) = t^2 + t$ C. $f(t) = t^2 - t$ D. $f(t) = 2t^2 + 2t$

Lời giải: Đặt $t = \sqrt{x+1} \Rightarrow t^2 = x+1 \Rightarrow 2t dt = dx$

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 1; x = 3 \Rightarrow t = 2$. Khi đó $I = \int_1^2 (2t^2 - 2t) dt$.

Phương án nhiễu:

+) Phương án B, C, D tính sai dt.

Mức 3: Vận dụng cao



Câu 9: . Giá trị tích phân $I = \int_{-2}^2 \frac{x^{2016}}{e^x + 1} dx$ là:

- A. $\frac{2^{2017}}{2017}$ B. $\frac{2^{2018}}{2017}$ C. 0 D. $\frac{2^{2018}}{2017} + \frac{1}{e^2} - e^2$

Lời giải: Đặt $x = -t \Rightarrow dx = -dt$

Đổi cận: Với $x = 2 \Rightarrow t = -2$; $x = -2 \Rightarrow t = 2$

Khi đó: $I = \int_2^{-2} \frac{-t^{2016}}{e^{-t} + 1} dt = \int_{-2}^2 \frac{x^{2016} e^x dx}{1 + e^x}$, suy ra $2I = \int_{-2}^2 x^{2016} dx = \frac{x^{2017}}{2017} \Big|_{-2}^2 = \frac{2^{2018}}{2017}$.

+) Phương án B: Sai lầm đề $2I$ và chọn đáp án B

+) Phương án C: Biến đổi sai lầm sau phép đặt được $I = -\int_{-2}^2 \frac{x^{2016}}{e^x + 1} dx$ và kết luận $I = 0$.

+) Phương án D: Nhớ sai công thức $I = \int_{-2}^2 \frac{x^{2016}}{e^x + 1} dx = \int_{-2}^2 x^{2016} dx : \int_{-2}^2 (e^x + 1) dx$ và tính ra D.

Câu 10: Cho $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x + 2 \sin x \cos x - 3 \cos^2 x} = \frac{1}{4} \ln \frac{3(\sqrt{c} - 1)}{\sqrt{a + b}}$ và a, b, c nguyên dương. Tổng $a + b + c$ bằng:

- A. 9 B. 8 C. 7 D. Không xác định

Lời giải: Ta cần $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x + 2 \sin x \cos x - 3 \cos^2 x} = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\frac{dx}{\cos^2 x}}{\tan^2 x + 2 \tan x - 3}$

§~~A~~Et $t = \tan x \Rightarrow dt = \frac{dx}{\cos^2 x}$

$$\Rightarrow I = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{dt}{t^2 + 2t - 3} = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{dt}{(t-1)(t+3)} = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{t-1}{t+3} \right| \Big|_0^{\sqrt{3}} = \frac{1}{4} \ln \frac{3(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}+3}$$

Suy ra $a + b + c = 9$.

+) Phương án B, C, D: Gây nhiễu



PHẦN 3 :

Câu nhận biết

Câu 1. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường $y = x$ và 2 đường

Thẳng $x = 0, x = 1$, trục hoành là.

A. $S = \frac{1}{2}$ (đvdt) B. $S = 1$ (đvdt) C. $S = 2$ (đvdt) D. $S = \frac{\pi}{2}$ (đvdt)

Câu 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $h_s y=f(x)$ nằm phía trên trục hoành và 2 đường $x=a, x=b$ với $a < b$ và trục hoành là.

A. $S = f(a) - f(b)$ (đvdt) B. $S = f(b) - f(a)$ (đvdt) C. $S = \pi(f(b) - f(a))$ (đvdt) D.
 $S = \pi(f(a) - f(b))$ (đvdt)

Câu 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi 2 đường $y = 0, y = \sin x$ và 2 đường thẳng

$$x = 0, x = \frac{\pi}{2} \text{ là}$$

A. $S = 0$ (đvdt) B. $S = \pi$ (đvdt) C. $S = 1$ (đvdt) D. $S = 2$ (đvdt)

Câu thông hiểu

Câu 4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi 2 đường thẳng $x=1, y = 3 - x$ trục ox là.

A. $S = 2$ B. $S = 4$ C. $S = 4\pi$ D. $S = 2\pi$

Câu 5. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = x \ln x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = e$.

A. $S = \frac{1}{4}(e^2 + 1)$ B. $S = \frac{1}{4}(e^2 - 1)$ C. $S = \frac{1}{4}(1 - e^2)$ D. $S = (1 - e^2)$

Câu 6. Thể tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x, y = 2$ trục oy khi xoay quanh trục hoành là.

A. $V = \frac{8}{3}$ (đvtt) B. $V = 8\pi$ (đvtt) C. $V = \frac{8}{3}\pi$

D. Các kết quả trên đều sai.



Câu vận dụng thấp

Câu 7. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = x \cdot \ln^2 x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = e$.

A. $S = \frac{1}{4}(e^2 + 1)$ B. $S = \frac{1}{4}(e^2 - 1)$ C. $S = \frac{1}{4}(1 - e^2)$ D. $S = (1 - e^2)$

Câu 8. Thể tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = (x - 2)^2$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$ khi xoay quanh trục hoành là.

A. $V = \frac{32}{5} \text{ (dvtt)}$ B. $V = 32\pi \text{ (dvtt)}$ C. $V = \frac{32}{5} \cdot \pi \text{ (dvtt)}$ D. 32

Câu vận dụng cao

Câu 9. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục tung và 2 đường $y = 2^x$, $y = 3 - x$ là.

A. $S = \frac{5}{2} + \ln 2$ B. $S = \frac{3}{2}$ C. $S = 5 - \ln 2$ D. $S = \frac{5}{2} - \frac{1}{\ln 2}$

Câu 10. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = (x - 2)^2$, $y = 4$ khi xoay quanh trục hoành là.

A. $V = \frac{256}{5} \text{ (dvtt)}$ B. $V = \frac{256}{5} \pi \text{ (dvtt)}$ C. $V = 256 \cdot \pi \text{ (dvtt)}$

D. Các kết quả trên đều sai.

PHẦN 4 :

Câu 1. Tính $\sin\left(\int_0^{\pi} \pi x \cos x dx\right)$ bằng:

A. 0 B. 1 C. π D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 2. Cho tích phân $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2 - 1} dx$. Đặt $u = x^2 - 1$. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

A. $I = \int_0^3 \sqrt{u} du$ B. $I = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{27}$ C. $I = \int_1^2 \sqrt{u} du$ D. $I = \frac{2}{3} \cdot u\sqrt{u} \Big|_0^3$

Câu 3. Cho $a < b < c$ thỏa mãn: $\int_a^b f(x) dx = 8$ và $\int_b^c f(x) dx = 2$ khi đó giá trị của tích phân $\int_a^c f(x) dx$ bằng:



A. 6

B. 10

C. 4

D. 16

Câu 4. Tính tích phân $\int_1^2 \frac{\ln x}{x^3} dx$

A. $\frac{2 + \ln 2}{16}$ B. $\frac{3 - 2 \ln 2}{16}$ C. $\frac{3 + \ln 2}{16}$ A. $\frac{3 + 2 \ln 2}{16}$

Câu 5. Biết rằng $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(0) = 2e$, $:\int_0^e f'(x) dx = 5e$. Tính $f(e)$.

A. $f(e) = 0$ B. $f(e) = -3e$ C. $f(e) = 7e$ D. $f(e) = 3e$

Câu 6. Giả sử $I = \int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \ln a$ khi đó a nhận giá trị:

A. 9

B. 3

C. 8

D. 81

Câu 7. Cho $a > 0$. Với giá trị nào của a để biểu thức $I = \int_1^a (2x-4) dx$ đạt giá trị nhỏ nhất:

A. $a = 1$ B. $a = 4$ C. $a = 2$ D. $a = 3$

Câu 8. Tính tích phân $I = \int_0^1 (|3x-1| - 2|x|) dx$ bằng:

A. $-\frac{1}{6}$ B. $\frac{7}{6}$ C. $\frac{-1}{2}$

D. 0

Câu 9. Tìm giá trị thực của m để $I=4$, biết $I = \int_1^2 (2mx+1) dx$.

A. $m=-1$ B. $m = -2$ C. $m=1$ D. $m=2$

Câu 10. Với hàm số $y = f(x)$ liên tục trên miền $D = [a; b]$ có đồ thị là đường cong (C), ta có thể tính độ dài đường cong (C) bằng công thức: $\int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$. Tính độ dài đường cong (C) cho bởi hàm số $y = \frac{x^2}{8} - \ln x$ trên $[1; 2]$ bằng:

A. $\frac{3}{8} - \ln 2$ B. $1 + \ln 2$ C. $\frac{3}{8} + \ln 2$ D. $1 - \ln 2$ 

HƯỚNG DẪN

Câu 1. Tính $\int_0^{\pi} \pi x \cos x dx = -2\pi$ suy ra $\sin\left(\int_0^{\pi} \pi x \cos x dx\right) = 0$

Đáp án A

Câu 2. Đáp án C

Câu 3. $\int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx = 8 + 2 = 10$

- Đáp án B

Câu 4. Đặt $u = \ln x$; $dv = \frac{dx}{x^3}$. Tính được $\int_1^2 \frac{\ln x}{x^3} dx = \frac{3 - 2 \ln 2}{16}$

Đáp án B

Câu 5. $\int_0^e f'(x)dx = f(e) - f(0) = 5e \Leftrightarrow f(e) = 3e$

Đáp án 5

Câu 6. $I = \int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \frac{1}{2} \ln |2x-1| \Big|_1^5 = \ln 3 = \ln a \Leftrightarrow a = 3$

- Đáp án B

- Phương án gây nhiễu 1: $I = \int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \ln |2x-1| \Big|_1^5 = \ln 9 = \ln a \Leftrightarrow a = 9$ HS chọn A

- Phương án gây nhiễu 2: $I = \int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \ln |2x-1| \Big|_1^5 = \ln(2.5-1-(2.1-1)) = \ln 8 = \ln a \Leftrightarrow a = 8$ HS chọn C

- Phương án gây nhiễu 2: $I = \int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = 2 \ln |2x-1| \Big|_1^5 = \ln 9^2 = \ln a \Leftrightarrow a = 81$ HS chọn D



Câu 7. $I = \int_1^a (2x-4)dx = (x^2-4x)\Big|_1^a = a^2-4a+3 = (a-2)^2-1 \geq -1$ suy GTNN min $I=-1$ khi $a=2$

Đáp án: C

Phương án gây nhiễu: A

$$I = \int_1^a (2x-4)dx = (2x^2-4x)\Big|_1^a = (2a^2-4a)+2 = 2(a-1)^2-2 \geq -2 \Rightarrow a=1$$

Phương án gây nhiễu: B

$$I = \int_1^a (2x-4)dx = (x^2-4x)\Big|_1^a = a(a-4)+3 \geq 3 \Leftrightarrow a=4$$

Phương án gây nhiễu: D

$$I = \int_1^a (2x-4)dx = (x^2-4x)\Big|_1^a = a(a-4)+3 \geq 3 \Leftrightarrow a=3$$

Câu 8. $I = \int_0^1 (|3x-1|-2|x|)dx = \int_0^1 |3x-1| dx - \int_0^1 2|x| dx = \frac{5}{6} - 1 = -\frac{1}{6}$

Đáp án A

- Phương án gây nhiễu: B $I = \int_0^1 (|3x-1|-2|x|)dx = \int_0^1 |3x-1| dx - \int_0^1 2|x| dx = \frac{5}{6} + 1 = \frac{7}{6}$

- Phương án gây nhiễu: 0

$$I = \int_0^1 (|3x-1|-2|x|)dx = \int_0^1 (x-1)dx = \left(\frac{x^2}{2}-x\right)\Big|_0^1 = -\frac{1}{2}$$

- Phương án gây nhiễu: C

$$I = \int_0^1 (|3x-1|-2|x|)dx = \int_0^1 (x-1)dx = (x^2-x)\Big|_0^1 = 0$$

Câu 9. $I = \int_1^2 (2mx+1)dx = 3m+1 = 4 \Leftrightarrow m=1.$

Đáp án C



- Phương án gây nhiễu 1: $\int_1^2 (2mx+1)dx = (mx^2 + x)|_1^2 = 4m - 2 - m = 4 \Leftrightarrow m = 2$ HS chọn D
- Phương án gây nhiễu 2: $\int_1^2 (2mx+1)dx = (\frac{mx^2}{2} + x)|_1^2 = -2m + 2 + (m-1) = 4 \Leftrightarrow m = -1$ HS chọn A
- Phương án gây nhiễu 3: $\int_1^2 (2mx+1)dx = (mx^2 + x)|_1^2 = -4m - 2 + m = 4 \Leftrightarrow m = -2$ HS chọn B

Câu 10. Học sinh phải nắm ngay công thức tính và áp dụng

$$\int_1^2 \sqrt{1 + (\frac{x}{4} - \frac{1}{x})^2} dx = \int_1^2 \sqrt{(\frac{x}{4} + \frac{1}{x})^2} dx = \int_1^2 (\frac{x}{4} + \frac{1}{x}) dx = \frac{3}{8} + \ln 2$$

Đáp án: C

- Phương án gây nhiễu 1: $\int_1^2 \sqrt{1 + (\frac{x}{4} - \frac{1}{x})^2} dx = \int_1^2 \sqrt{(\frac{x}{4} + \frac{1}{x})^2} dx = \int_1^2 (\frac{x}{4} + \frac{1}{x}) dx = \frac{3}{8} - \ln 2$ HS chọn A
- Phương án gây nhiễu 2:

$$\int_1^2 \sqrt{1 + (\frac{x}{4} - \frac{1}{x})^2} dx = \int_1^2 \sqrt{(\frac{x}{4} + \frac{1}{x})^2} dx = \int_1^2 (\frac{x}{4} + \frac{1}{x}) dx = (\frac{x^2}{8} + \ln x) \Big|_1^2 = 1 + \ln 2$$
 HS chọn B
- Phương án gây nhiễu 3:

$$\int_1^2 \sqrt{1 + (\frac{x}{4} - \frac{1}{x})^2} dx = \int_1^2 \sqrt{(\frac{x}{4} + \frac{1}{x})^2} dx = \int_1^2 (\frac{x}{4} + \frac{1}{x}) dx = (\frac{x^2}{8} + \ln x) \Big|_1^2 = 1 - \ln 2$$
 HS chọn D

PHẦN 5 :

Câu 1.(Mức độ 2) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{1-2x}$

- A. $\int f(x)dx = \ln(1-2x) + C$
- B. $\int f(x)dx = \frac{-1}{2} \ln|1-2x| + C$
- C. $\int f(x)dx = 2 \ln|1-2x| + C$
- D. $\int f(x)dx = -\frac{1}{2} \ln(1-2x) + C$

Giải thích phương án nhiễu:

- A. Nhầm lẫn do không nhớ công thức
- C. Nhầm lẫn công thức
- D. Thiếu dấu giá trị tuyệt đối



Lời giải

Áp dụng nguyên hàm $\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C$. Ta có $\int \frac{dx}{1-2x} = \frac{1}{-2} \ln|1-2x| + C = -\frac{1}{2} \ln|1-2x| + C$.

Câu 2. (Mức độ 1) Cho hàm số $f(x) = \sin 2x$ khi đó:

- A. $\int f(x) dx = 2 \cos 2x + C$ B. $\int f(x) dx = -2 \cos 2x + C$
C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + C$ D. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \cos 2x + C$

Giải thích phương án nhiễu:

- A. Nhầm lẫn với đạo hàm
B. Nhầm lẫn với đạo hàm và lấy dấu “-” của nguyên hàm
D. Nhầm dấu

Câu 3. (Mức độ 2) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2xe^x$

- A. $\int f(x) dx = x^2 e^x + C$ B. $\int f(x) dx = 2e^x + 2xe^x + C$
C. $\int f(x) dx = (x+1)e^x + C$ D. $\int f(x) dx = (x-1)e^x + C$

Giải thích phương án nhiễu:

- A. Nhầm lẫn do hiểu là nguyên hàm của một tích bằng tích các nguyên hàm
B. Nhầm lẫn với đạo hàm
C. Nhầm dấu trong tích phân từng phần

Câu 4. (Mức độ 2) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \cos x$

- A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} x^2 \sin x + C$ B. $\int f(x) dx = -\sin x + C$
C. $\int f(x) dx = \cos x - x \sin x + C$ D. $\int f(x) dx = x \sin x + \cos x + C$

Câu 5. (Mức độ 2) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2 - a^2}$ là:

- A. $\frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C$ B. $\frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x+a}{x-a} \right| + C$
C. $\frac{1}{a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C$ D. $\frac{1}{a} \ln \left| \frac{x+a}{x-a} \right| + C$



Câu 6. (Mức độ 2) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$ là:

A. $F(x) = \tan x - \cot x + C$

B. $F(x) = -\cot x \tan x + C$

C. $F(x) = \tan x + \cot x + C$

D. $F(x) = \tan^2 x - \cot^2 x + C$

Câu 7. (Mức độ 3) Nguyên hàm của hàm số: $f(x) = x^3 \ln x$ là:

A. $\frac{1}{4}x^4 \cdot \ln x + \frac{1}{16}x^4 + C$

B. $\frac{1}{4}x^4 \cdot \ln^2 x - \frac{1}{16}x^4 + C$

C. $\frac{1}{4}x^4 \cdot \ln x - \frac{1}{16}x^3 + C$

D. $\frac{1}{4}x^4 \cdot \ln x - \frac{1}{16}x^4 + C$

Câu 8. (Mức độ 3) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2\sin 3x \cos 2x$ là:

A. $-\frac{1}{5}\cos 5x - \cos x + C$

B. $F(x) = -\frac{1}{3}\cos 5x - \frac{1}{2}\cos x + C$

C. $-\frac{1}{2}\cos 5x - \frac{1}{3}\cos x + C$

D. $F(x) = \frac{1}{5}\cos 5x - \cos x + C$

Câu 9. (Mức độ 3) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^3}{x-1}$ là:

A. $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + \ln|x-1| + C$

B. $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + \ln|x+1| + C$

C. $\frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + \ln|x-1| + C$

D. $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{4}x^2 + x + \ln|x-1| + C$

Câu 10. (Mức độ 4) Nguyên hàm của hàm số: $y = f(x) = \frac{1}{2^x + 5}$ là:

A. $\frac{1}{2\ln 5} \ln \left| \frac{2^x}{2^x + 5} \right| + C$

B. $\frac{1}{5\ln 2} \ln \left| \frac{2^x}{2^x + 5} \right| + C$

C. $\frac{1}{10\ln 2} \ln \left| \frac{2^x}{2^x + 5} \right| + C$

D. $\frac{1}{\ln 2} \ln \left| \frac{2^x}{2^x + 5} \right| + C$

PHẦN 6 :

KIỂM TRA 45 PHÚT - CHƯƠNG III



I. Mục tiêu:

+ Kiểm tra các kiến thức trong chương 3 giải tích gồm có các nội dung chính: nguyên hàm; tích phân; ứng dụng của tích phân.

+ Học sinh cần ôn tập trước các kiến thức trong chương 3 thật kỹ, tự giác tích cực làm bài. Qua đó giáo viên nắm được mức độ lĩnh hội kiến thức của học sinh.

+Phát triển năng lực học sinh theo 4 mức độ nhận thức

II. Chuẩn bị:

- GV: ra đề kiểm tra.

- HS: Ôn tập, chuẩn bị kiểm tra.

III. Nội dung kiểm tra:

1. Kiến thức: Kiểm tra việc nắm bắt kiến thức của Hs về phần nguyên hàm, tích phân và ứng dụng của tích phân.

2. Kỹ năng:

Rèn kỹ năng tính nguyên hàm, tích phân và giải các bài toán ứng dụng tích phân.

Rèn tư duy logic và tính tự giác cho học sinh.

3. Mức độ: Nhận biết (4,8 điểm) + Thông hiểu (4.0 điểm) + Vận dụng (0,8 điểm).

VI. Ma trận đề kiểm tra:

Mức độ Nội dung	Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng mức độ thấp	Vận dụng mức độ cao	Tổng
Nguyên hàm	3 1,2	2 0,8			5 2,0
Phương pháp tính tích phân	6 2,4	5 2,0	2 0,8		13 5,2
Ứng dụng tích phân tính diện tích hình phẳng		5 2,0		2 0,8	7 2,8
Tổng	9 3,6	12 4,8	2 0,8	2 0,8	25 10

Câu 1: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + \frac{1}{x}$



$$A. F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C$$

$$B. F(x) = 3x^3 - 3x - \frac{1}{x^2} + C$$

$$C. F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{2}{3}x^2 + \ln|x| + C$$

$$D. F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{3}{2}x^2 - \ln|x| + C$$

Câu 2: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2^x + 3^x$. Chọn đáp án sai

$$A. F(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{3^x}{\ln 3} + \frac{1}{\ln 2}$$

$$B. F(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{3^x}{\ln 3} + \frac{1}{2^x}$$

$$C. F(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{3^x}{\ln 3} + \frac{1}{\ln 3}$$

$$D. F(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{3^x}{\ln 3}$$

Câu 3: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{x-1}{x^2}$

$$A. F(x) = -\ln|x| + \frac{1}{x} + C$$

$$B. F(x) = \ln|x| - \frac{1}{x} + C$$

$$C. F(x) = \ln|x| + \frac{1}{x} + C$$

$$D. F(x) = -\ln|x| - \frac{1}{x} + C$$

Câu 4: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \int \frac{\tan x dx}{\cos^2 x}$

$$A. \cot^2 x + C$$

$$B. \cos^2 x + C$$

$$C. \sin^2 x + C$$

$$D. \tan^2 x + C$$

Câu 5: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \int x \sin^2 x dx$

$$A. F(x) = \frac{1}{2}x^2 - x \sin 2x - \frac{1}{2} \cos 2x + C$$

$$B. F(x) = \frac{1}{4}x^2 - x \sin 2x - \frac{1}{2} \cos 2x + C$$

$$C. F(x) = \frac{1}{4}x^2 - (x + \frac{1}{2}) \cos 2x + C$$

$$D. F(x) = \frac{1}{4}x^2 - x \sin 2x + \frac{1}{2} \cos 2x + C$$

Câu 6: Tính tích phân: $I = \int_1^{e^2} \frac{2\sqrt{x} + 5 - 7x}{x} dx$

$$A. 4\sqrt{e} - 7e + 8$$

$$B. 7\sqrt{e} - 4e + 8$$

$$C. 8\sqrt{e} - 7e + 4$$

$$D. 4\sqrt{e} + 7e + 8$$



Câu 7: Tính tích phân: $I = \int_1^2 \sqrt{x+1} dx$

- A. $\frac{2}{3}(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})$ B. $\frac{3}{2}(3\sqrt{3}-2\sqrt{2})$ C. $\frac{2}{3}(3\sqrt{3}-2\sqrt{2})$ D. $\frac{2}{3}(2\sqrt{2}-3\sqrt{3})$

Câu 8: Tính tích phân: $I = \int_0^1 \frac{x dx}{x^2+1}$

- A. $\frac{1}{2} \ln 2$ B. $2 \ln 2$ C. $\ln 2$ D. $-\ln 2$

Câu 9: Tính tích phân: $I = \int_1^e \frac{\sqrt{2+\ln x}}{2x} dx$

- A. $\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{3\sqrt{3}-2\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{3\sqrt{3}-2\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{3\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{3}$

Câu 10 Tính $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx$

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi^2}{3}$ D. $\frac{\pi}{3}$

Câu 11 Tính $J = \int_{-2}^2 |x^2-1| dx$

- A. 3 B. 4 C. 9 D. $\frac{9}{2}$

Câu 12 Tính $\int_1^e x \ln x dx$

- A. $\frac{1-e^2}{2}$ B. $\frac{e^2+1}{2}$ C. $\frac{e^2-1}{2}$ D. $\frac{-e^2-1}{2}$



Câu 13: Tính $I = \int_0^{\sqrt{5}} x\sqrt{x^2 + 4} dx$

A. $\frac{19}{3}$

B. 1

C. $-\frac{19}{3}$

D. $-\frac{28}{3}$

Câu 14: Tính: $K = \int_0^1 x^2 e^{2x} dx$

A. $K = \frac{e^2}{4}$

B. $K = \frac{e^2 - 1}{4}$

C. $K = \frac{e^2 + 1}{4}$

D. $K = \frac{1}{4}$

Câu 15: Tính: $I = \int_1^3 \frac{3 + \ln x}{(x+1)^2} dx$

A. $I = \frac{3}{4}(1 - \ln 3) - \ln 2$

B. $I = \frac{3}{4}(1 - \ln 3) + \ln 2$

C. $I = \frac{3}{4}(1 + \ln 3) + \ln 2$

D.

$I = \frac{3}{4}(1 + \ln 3) - \ln 2$

Câu 16: Tính: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (e^{\sin x} + x) \cdot \cos x dx$.

A. $e + \frac{\pi}{2} - 2$

B. $e + \frac{\pi}{2} + 2$

C. $e - \frac{\pi}{2} + 2$

D. $e - \frac{\pi}{2} - 2$

Câu 17 Tính $\int_0^2 \sqrt{4 - x^2} dx$,



A. $\frac{\pi^2 + 1}{2}$

B. $\frac{\pi^2 - 1}{2}$

C. $\frac{\pi}{2}$

D. π

Câu 18 Tính, $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$

A. $\frac{\pi^2 + 1}{2}$

B. $\frac{\pi}{2}$

C. $\frac{\pi}{4}$

D. π

Câu 19: Số đo diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^3 - x$ và $y = 3x$ bằng :

A. 4

B. 8

C. 16

D. 32

Câu 20: Số đo diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{x}{x+1}$; $y = 0$; $x = 0$; $x = 1$ bằng:

A. $2\ln 2$

B. $1 - \ln 2$

C. $2 + \ln 2$

D. 2

Câu 21: Số đo diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y = x^3 + x^2 - 2x$ và trục hoành bằng:

A. $\frac{37}{12}$

B. $\frac{12}{37}$

C. 37

D. 12

Câu 22. Số đo diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$; $y = e^{-x}$; $x = 1$ bằng:

A. $1 + \frac{2}{e}$

B. $2e$

C. $e + 1$

D. $e + \frac{1}{e} - 2$

Câu 23: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x} - 1$, trục Ox; đường thẳng $x = 1$; $x = 4$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox bằng:

A. $\frac{2\pi}{3}$

B. 2π

C. $\frac{7\pi}{6}$

D. $\frac{\pi}{6}$



Câu 24: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \sin^2 x$; $y = 0$; $x = 0$; $x = \pi$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox bằng:

- A. $\frac{\pi^2}{8}$ B. $\frac{\pi^2}{4}$ C. $\frac{\pi^2}{2}$ D. $\frac{3\pi^2}{8}$

Câu 25: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường: $y = \frac{2}{x}$; $y = 1$; $y = 4$; $x = 0$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục Oy bằng:

- A. π B. 2π C. 3π D. 5π

ĐÁP ÁN

1A	2B	3C	4D	5B
6A	7C	8A	9B	10B
11B	12B	13A	14C	15D
16A	17D	18C	19B	20B
21A	22D	23C	24D	25C

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

ĐS: 1a) 2b)

$$3c. \int \frac{x-1}{x^2} dx = \int \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \ln|x| + \frac{1}{x} + C$$

$$4D. \int \frac{\tan x dx}{\cos^2 x}. \text{Đặt } t = \tan x \Rightarrow dt = \frac{dx}{\cos^2 x}.$$

$$\int \frac{\tan x dx}{\cos^2 x} = \int t dt = t^2 + C = \tan^2 x + C$$



5B. $\int x \sin^2 x dx$. Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \sin^2 x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x \end{cases}$

$$\begin{aligned} \int x \sin^2 x dx &= \left(\frac{1}{2}x^2 - x \sin 2x \right) - \int \left(\frac{1}{2}x - \sin 2x \right) dx = \left(\frac{1}{2}x^2 - x \sin 2x \right) - \left(\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}\cos 2x \right) + C \\ &= \frac{1}{4}x^2 - x \sin 2x - \frac{1}{2}\cos 2x + C \end{aligned}$$

6a

$$\int_1^{e^2} \frac{2\sqrt{x} + 5 - 7x}{x} dx = \int_1^{e^2} \left(\frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{5}{x} - 7 \right) dx = (4\sqrt{x} + 5\ln|x| - 7x) \Big|_1^{e^2} = 4\sqrt{e} - 7e + 8$$

7C

8A

9B $\int_1^e \frac{\sqrt{2+\ln x}}{2x} dx$. Đặt $t = \sqrt{2+\ln x} \Rightarrow t^2 = 2+\ln x \Rightarrow t dt = \frac{1}{2x} dx$

$$I = \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{3}$$

Câu 10 Tính $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx$

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2x) dx = \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4}$$

A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi^2}{3}$ D. $\frac{\pi}{3}$



Câu 11 Tính $J = \int_{-2}^2 |x^2 - 1| dx$

A. 3 B. 4 C. 9 D. $\frac{9}{2}$

Xét dấu $x^2 - 1$ trên đoạn $[-2; 2]$

x	-2	-1	1	2	
x^2-1	+	0	-	0	+

$$I = \int_{-2}^2 |x^2 - 1| dx = \int_{-2}^{-1} (x^2 - 1) dx + \int_{-1}^1 (1 - x^2) dx + \int_1^2 (x^2 - 1) dx$$

$$= \left(\frac{x^3}{3} - x \right) \Big|_{-2}^{-1} + \left(x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^1 + \left(\frac{x^3}{3} - x \right) \Big|_1^2 = 4.$$

Câu 12 Tính $\int_1^e x \ln x dx$

A. $\frac{1-e^2}{2}$

B. $\frac{e^2+1}{2}$

C. $\frac{e^2-1}{2}$

D. $\frac{-e^2-1}{2}$

Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$

$$\int_1^e x \ln x dx = \frac{x^2}{2} \ln x \Big|_1^e - \frac{1}{2} \int_1^e x dx = \frac{e^2}{2} - \frac{x^2}{4} \Big|_1^e = \frac{e^2+1}{4}$$



Câu 13: Tính $I = \int_0^{\sqrt{5}} x\sqrt{x^2 + 4} dx$

A. $\frac{19}{3}$

B. 1

C. $-\frac{19}{3}$

D. $-\frac{28}{3}$

$$I = \int_0^{\sqrt{5}} x\sqrt{x^2 + 4} dx$$

Đặt $u = \sqrt{x^2 + 4} \Rightarrow u^2 = x^2 + 4$

$\Rightarrow 2udu = 2xdx \Rightarrow udx = xdx$ Đổi cận: $x=0 \Rightarrow u=2$

$$x = \sqrt{5} \Rightarrow u = 3 \quad I = \int_2^3 u^2 du \quad I = \left. \frac{u^3}{3} \right|_2^3 = \frac{19}{3} \Rightarrow \text{CHỌN A}$$

Câu 14: Tính: $K = \int_0^1 x^2 e^{2x} dx$

A. $K = \frac{e^2}{4}$

B. $K = \frac{e^2 - 1}{4}$

C. $K = \frac{e^2 + 1}{4}$

D. $K = \frac{1}{4}$

Đặt $\begin{cases} u = x^2 \\ dv = e^{2x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2xdx \\ v = \frac{1}{2} e^{2x} \end{cases}$

$$K = (x^2 \cdot \frac{1}{2} e^{2x})_0^1 - \int_0^1 x e^{2x} dx = \frac{1}{2} e^2 - L$$



$$\begin{cases} u = x \\ dv = e^{2x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{2} e^{2x} \end{cases}$$

$$L = (x \frac{1}{2} e^{2x})_0^1 - \int_0^1 \frac{1}{2} e^{2x} dx = 2 \Rightarrow \text{CHỌN C}$$

$$\frac{1}{2} e^2 - (\frac{1}{4} e^2 - \frac{1}{4}) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} e^2$$

Câu 15: Tính: $I = \int_1^3 \frac{3 + \ln x}{(x+1)^2} dx$

A. $I = \frac{3}{4}(1 - \ln 3) - \ln 2$ B. $I = \frac{3}{4}(1 - \ln 3) + \ln 2$ C. $I = \frac{3}{4}(1 + \ln 3) + \ln 2$ D.

$$I = \frac{3}{4}(1 + \ln 3) - \ln 2$$

$$I = \int_1^3 \frac{3 + \ln x}{(x+1)^2} dx = 3 \int_1^3 \frac{dx}{(x+1)^2} + \int_1^3 \frac{\ln x}{(x+1)^2} dx$$

$$I_1 = 3 \int_1^3 \frac{dx}{(x+1)^2} = \frac{-3}{(x+1)} \Big|_1^3 = \frac{3}{4}$$

$$I_2 = \int_1^3 \frac{\ln x}{(x+1)^2} dx$$

Đặt $u = \ln x \Rightarrow du = \frac{dx}{x}$

$dv = \frac{dx}{(x+1)^2}$. Chọn $v = \frac{-1}{x+1}$

$$I_2 = -\frac{\ln x}{x+1} \Big|_1^3 + \int_1^3 \frac{dx}{x(x+1)} = -\frac{\ln 3}{4} + \int_1^3 \frac{dx}{x} - \int_1^3 \frac{dx}{x+1} = -\frac{\ln 3}{4} + \ln \frac{3}{2}$$

Vậy: $I = \frac{3}{4}(1 + \ln 3) - \ln 2$



Câu 16: Tính: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (e^{\sin x} + x) \cdot \cos x dx$.

A. $e + \frac{\pi}{2} - 2$

B. $e + \frac{\pi}{2} + 2$

C. $e - \frac{\pi}{2} + 2$

D. $e - \frac{\pi}{2} - 2$

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} \cos x dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \cos x dx$$

$$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} \cos x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} d(\sin x) = e^{\sin x} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = e - 1 \quad I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \cos x dx = x \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = \frac{\pi}{2} + \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - 1$$

$$I = I_1 + I_2 = e + \frac{\pi}{2} - 2$$

Câu 17 Tính $\int_0^2 \sqrt{4 - x^2} dx$,

A. $\frac{\pi^2 + 1}{2}$

B. $\frac{\pi^2 - 1}{2}$

C. $\frac{\pi}{2}$

D. π

Đặt $x = 2 \sin t$, $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$. Khi $x = 0$ thì $t = 0$. Khi $x = 2$ thì $t = \frac{\pi}{2}$.

$$x = 2 \sin t \Rightarrow dx = 2 \cos t dt$$

$$\int_0^2 \sqrt{4 - x^2} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{4 - 4 \sin^2 t} \cdot 2 \cos t dt = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt = \pi.$$



Câu 18 Tính, $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$

A. $\frac{\pi^2 + 1}{2}$

B. $\frac{\pi}{2}$

C. $\frac{\pi}{4}$

D. π

Đặt $x = \tan t$, $t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Khi $x = 0$ thì $t = 0$, khi $x = 1$ thì $t = \frac{\pi}{4}$.

Ta có $x = \tan t \Rightarrow dx = \frac{dt}{\cos^2 t}$.

$$\Rightarrow \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{1+\tan^2 t} \cdot \frac{dt}{\cos^2 t} = \int_0^{\frac{\pi}{4}} dt = t \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{4}.$$

Câu 19: Số đo diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^3 - x$ và $y = 3x$ bằng :

A. 4

B. 8

C. 16

D. 32

Phương trình HĐGD : $x^3 - x = 3x \Leftrightarrow x = 0 ; x = -2 ; x = 2$

$$S = \int_{-2}^2 |(x^3 - x) - 3x| dx = \int_{-2}^2 |x^3 - 4x| dx = \int_{-2}^0 |x^3 - 4x| dx + \int_0^2 |x^3 - 4x| dx =$$

$$\left| \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx \right| + \left| \int_0^2 (x^3 - 4x) dx \right| = \left| \left[\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right]_{-2}^0 \right| + \left| \left[\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right]_0^2 \right| = 8$$

ĐA: B

Câu 20: Số đo diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{x}{x+1}$; $y = 0$; $x = 0$; $x = 1$ bằng:

A. $2\ln 2$

B. $1 - \ln 2$

C. $2 + \ln 2$

D. 2

$$S = \int_0^1 \left| \frac{x}{x+1} \right| dx = \int_0^1 \left| 1 - \frac{1}{x+1} \right| dx = \left| \int_0^1 \left(1 - \frac{1}{x+1} \right) dx \right| = \left| [x - \ln(x+1)]_0^1 \right| = 1 - \ln 2$$

ĐA : B

Câu 21: Số đo diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y = x^3 + x^2 - 2x$ và trục hoành bằng:



A. $\frac{37}{12}$

B. $\frac{12}{37}$

C. 37

D. 12

Câu 21: Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 - 2x$ và trục hoành.

$$x^3 + x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = -2; x = 0; x = 1$$

$$S = \int_{-2}^1 |x^3 + x^2 - 2x| dx = \left| \int_{-2}^0 (x^3 + x^2 - 2x) dx \right| + \left| \int_0^1 (x^3 + x^2 - 2x) dx \right|$$

$$I_1 = \int_{-2}^0 (x^3 + x^2 - 2x) dx = \left(\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - x^2 \right) \Big|_{-2}^0 = \frac{8}{3}$$

$$I_2 = \int_0^1 (x^3 + x^2 - 2x) dx = \left(\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - x^2 \right) \Big|_0^1 = -\frac{5}{12}$$

$$S = \left| \frac{8}{3} \right| + \left| -\frac{5}{12} \right| = \frac{37}{12}$$

ĐA: A

Câu 22. Số đo diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$; $y = e^{-x}$; $x = 1$ bằng:

A. $1 + \frac{2}{e}$

B. $2e$

C. $e + 1$

D. $e + \frac{1}{e} - 2$

Câu 22: Phương trình HĐGD : $e^x = e^{-x} \Leftrightarrow x = 0$

$$S = \int_0^1 |e^x - e^{-x}| dx = \left| \int_0^1 (e^x - e^{-x}) dx \right| = \left| [e^x + e^{-x}]_0^1 \right| = e + \frac{1}{e} - 2$$

ĐA: D

Câu 23: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x} - 1$, trục Ox; đường thẳng $x = 1$; $x = 4$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox bằng:



A. $\frac{2\pi}{3}$

B. 2π

C. $\frac{7\pi}{6}$

D. $\frac{\pi}{6}$

Câu 23: $V = \pi \int_1^4 (\sqrt{x} - 1)^2 dx = \pi \int_1^4 (x - 2\sqrt{x} + 1) dx = \pi \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + x \right) \Big|_1^4 = \frac{7\pi}{6}$

Đ A : C

Câu 24: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \sin^2 x$; $y = 0$; $x = 0$; $x = \pi$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox bằng:

A. $\frac{\pi^2}{8}$

B. $\frac{\pi^2}{4}$

C. $\frac{\pi^2}{2}$

D. $\frac{3\pi^2}{8}$

Câu 24: $V = \pi \int_0^\pi (\sin^2 x)^2 dx = \pi \int_0^\pi \sin^4 x dx = \frac{\pi}{8} \int_0^\pi (3 - 2\cos 2x + \cos 4x) dx$
 $= \frac{\pi}{8} (3x - \sin 2x + \frac{1}{2} \sin 4x) \Big|_0^\pi = \frac{3\pi^2}{8}$

Đ A : D

Câu 25: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường: $y = \frac{2}{x}$; $y = 1$; $y = 4$; $x = 0$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục Oy bằng:

A. π

B. 2π

C. 3π

D. 5π

Câu 25: $y = 2/x \Leftrightarrow x = 2/y$

$$V = \pi \int_1^4 \left(\frac{2}{y}\right)^2 dy = 4\pi \int_1^4 \frac{1}{y^2} dy = -4\pi \left(\frac{1}{y}\right) \Big|_1^4 = 3\pi$$

Đ A : C

PHẦN 7 :

Câu 1. (Nhận biết) Đẳng thức nào sau đây là **sai**?

A. $\left(\int f(x) dx \right)' = f(x) + C$.

B. $\left(\int f(x) dx \right)' = f(x)$.

C. $\left(\int f(t) dt \right)' = f(t)$.

D. $\int [f(x)]' dx = f(x) + C$.

LỜI GIẢI

DIỄN GIẢNG NHIỀU



	HS nhầm qua họ nguyên hàm phải cộng thêm số C → Chọn câu B
	HS nghĩ nguyên hàm chỉ có ẩn số là x → Chọn câu C
	HS quên tính chất 1 của nguyên hàm → Chọn câu D

Câu 2. (Nhận biết) Cho $F(x), G(x)$ lần lượt là một nguyên hàm của $f(x), g(x)$ trên tập $K \subset \mathbb{R}$ và $k, h \in \mathbb{R}$. Kết luận nào sau đây là **sai**?

- A. $\int [f(x) \pm g(x)] dx = F(x) \pm G(x) + C$. B. $\int [kf(x) \pm hg(x)] dx = kF(x) \pm hG(x) + C$.
- C. $\int f(x).g(x) dx = F(x).G(x) + C$. D. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$.

LỜI GIẢI	DIỄN GIẢNG NHIỀU
	HS quên tính chất 2 của nguyên hàm → Chọn câu A
	HS không biết kết hợp tính chất 2 và 3 → Chọn câu B
	HS nghĩ nguyên hàm phải cộng thêm số C → Chọn câu D

Câu 3. (Thông hiểu) Biết $\int f(y) dy = x^2 + xy + C$, thì $f(y)$ bằng

- A. x B. xy . C. y . D. $2x + y$.

LỜI GIẢI	DIỄN GIẢNG NHIỀU
Công thức nguyên hàm theo ẩn y, x xem là 1 hằng số giống số C	HS nhầm qua ẩn x → Chọn câu B
	HS nhầm qua ẩn x → Chọn câu C
	HS lấy nguyên hàm theo ẩn x → Chọn câu D

Câu 4. (Nhận biết) Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào **sai**?

- A. $\int [f(x)]' dx = f(x) + C$ B. $\int u(x)v'(x) dx = u(x).v(x) + \int v(x).u'(x) dx$
- C. $\left(\int f(x) dx\right)' = f(x)$ D. $\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI	DIỄN GIẢNG NHIỀU
Đáp án B	A. Hs chọn vì có thể nhớ nhầm công thức
A. Đúng (T/c1)	C. Hs chọn vì nghĩ theo họ nguyên hàm thì phải cộng hằng số C
B. Sai	



C. Đúng (theo đ.nghĩa nguyên hàm) $\left(\int f(x)dx\right)' = (F(x) + C)' = f(x)$ D. Đúng (t/c 3)	D. Hs chọn vì quên công thức
--	------------------------------

Câu 5. (Nhận biết) Hàm số $f(x) = e^{3x}$ có nguyên hàm là hàm số nào sau đây?

- A. $y = e^{3x} + C$ B. $y = 3e^{3x} + C$ C. $y = \frac{1}{3}e^{3x} + C$ D. $y = (3e)^x + C$

LỜI GIẢI TÓM TẮT	DIỄN GIẢNG NHIỀU
	- A: HS nhầm lẫn $\int e^x dx = e^x + C$ - B: HS nhầm với công thức đạo hàm

Câu 6. (Thông hiểu) Hàm số nào sau đây không phải là nguyên hàm của hàm số $y = e^{-x}$

- A. $-\frac{1}{e^x} + c$ B. $\frac{1}{e^x} + c$ C. $-e^{-x} + c$ D. $\frac{e^x - 1}{e^x} - 1 + c$

ĐÁP ÁN	DIỄN GIẢNG NHIỀU
$\int e^{-x} dx = -e^{-x} + c$	C) Theo công thức chọn C là nguyên hàm của hàm số $y = e^{-x}$, A, D là biến đổi của C

Câu 7. (thông hiểu) Hàm số $F(x) = e^x - \cot x + C$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nào?

- A. $f(x) = e^x + \frac{1}{\sin^2 x}$ B. $f(x) = e^x - \frac{1}{\sin^2 x}$
- C. $f(x) = e^x - \frac{1}{\cos^2 x}$ D. $f(x) = e^x + \frac{1}{\sin^2 x}$

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI	DIỄN GIẢNG NHIỀU
Ta có: $f(x) = F'(x) = (e^x - \cot x + C)'$	B. Hs nhớ nhầm $(\cot x)' = \frac{1}{\sin^2 x}$



$\Rightarrow f(x) = e^x + \frac{1}{\sin^2 x}$ Đáp án A	C. Hs nhớ nhầm $(\cot x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ D. Hs nhớ nhầm $(\cot x)' = -\frac{1}{\cos^2 x}$
--	---

Câu 8. (vận dụng thấp) Tìm hàm số $F(x)$ biết rằng $F'(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2$ và $F(-1) = 3$

A. $F(x) = x^4 - x^3 + 2x + 5$

B. $F(x) = x^4 - x^3 + 2x - 5$

C. $F(x) = x^4 - x^3 + 2x + 3$

D. $F(x) = 12x^2 - 6x - 15$

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI	DIỄN GIẢNG NHIỀU
Đáp án C $F(x) = \int f(x)dx = \int (4x^3 - 3x^2 + 2)dx$ $= x^4 - x^3 + 2x + C$ $F(-1) = 3 \Rightarrow C = 3 \Rightarrow F(x) = x^4 - x^3 + 2x + 3$	A. Tìm C sai B. Tìm C sai D. Nhầm: $\int x^\alpha dx = \alpha \cdot x^{\alpha-1} + C$

Câu 9. (Thông hiểu) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3\sin x + \frac{2}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ là:

A. $G(x) = 3\cos x - \frac{2}{x^2} + C$

B. $G(x) = 3\cos x + 2\ln x + C$

C. $G(x) = -3\cos x + 2\ln x + C$

D. $G(x) = -3\cos x - \frac{2}{x^2} + C$

ĐÁP ÁN	DIỄN GIẢNG NHIỀU
$G(x) = -3\cos x + 2\ln x + C$	Đáp án A: Nhầm giữa đạo hàm và nguyên hàm Đáp án B: Nhầm nguyên hàm sinx Đáp án D: Nhầm nguyên hàm $\frac{2}{x}$ với đạo hàm

Câu 10. (Thông hiểu) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x \cdot \cos x$ ta có:



$$A. \int f(x).dx = \frac{1}{3} \sin 3x. \sin x + C$$

$$B. \int f(x).dx = -\frac{1}{4} \sin 2x - \frac{1}{8} \sin 4x + C$$

C.

$$\int f(x).dx = \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{8} \sin 4x + C$$

$$D. \int f(x).dx = \frac{1}{4} \sin 2x - \frac{1}{8} \sin 4x + C$$

LỜI GIẢI TÓM TẮT	DIỄN GIẢNG NHIỀU
$f(x) = \frac{1}{2} (\cos 2x + \cos 4x)$ $\Rightarrow \int f(x).dx =$ $\int \left(\frac{1}{2} (\cos 2x + \cos 4x)\right) dx = \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{8} \sin 4x + C$	- A: HS không biến đổi tích thành tổng tìm luôn nguyên hàm - B: sai dấu khi tìm nguyên hàm - D: Sử dụng công thức biến đổi sai dấu

Câu 11. (Vận dụng cao)

Hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2 - x - 6}$ có nguyên hàm là:

$$A. \ln|x^2 - x - 6| + C$$

$$B. \ln|x - 3| - \ln|x + 2| + C$$

$$C. -\frac{1}{5} (\ln|x - 3| - \ln|x + 2|) + C$$

$$D. \frac{1}{5} (\ln|x - 3| - \ln|x + 2|) + C$$

	DIỄN GIẢNG NHIỀU
$f(x) = \frac{1}{x^2 - x - 6} = \frac{1}{5} \left(\frac{1}{x - 3} - \frac{1}{x + 2} \right)$ $\Rightarrow$ Nguyên hàm của $f(x)$ là: $\frac{1}{5} (\ln x - 3 - \ln x + 2) + C$	- A: HS nhầm lẫn với công thức $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$ - B: Tìm sai hệ số - C: HS tìm sai dấu

Câu 12. (Nhận biết) Gọi $F(x)$, $G(x)$ lần lượt là nguyên hàm của hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

$$A. \int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$$

$$B. \int_a^b k.f(x) dx = k[F(b) - F(a)]$$

$$C. \int_a^b f(x) dx - \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx$$

$$D. \int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx$$

47

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI	DIỄN GIẢNG NHIỀU
------------------------	------------------

Đáp án B A. sai B. Đúng vì $\int_a^b k \cdot f(x)dx = k \int_a^b f(x)dx = k \cdot F(x) \Big _a^b = k[F(b) - F(a)]$ C. Sai D. Sai	A. Hs chọn vì không thuộc công thức C. Hs chọn vì nhớ nhầm công thức D. Hs chọn vì nhớ nhầm công thức
---	---

Câu 13. (Thông hiểu) Biết $\int_1^2 f(x)dx = 2$ và $\int_1^3 f(x)dx = 3$. Hỏi $\int_3^2 f(x)dx$ bằng bao nhiêu?

- A. -1 B. $\frac{5}{2}$ C. 1 D. 3

ĐÁP ÁN	DIỄN GIẢI CHI TIẾT
A. $\int_3^2 f(x)dx = -(\int_1^3 f(x)dx - \int_1^2 f(x)dx) = -1$	Đáp án B: sai khi cộng chia trung bình Đáp án C: không chú ý cận đề bài yêu cầu

Câu 14. (Thông hiểu) Giả sử $\int_0^1 f(x)dx = 2$; $\int_1^4 f(x)dx = 3$; $\int_0^4 g(x)dx = 4$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $\int_0^4 f(x)dx < \int_0^4 g(x)dx$. B. $\int_0^4 [f(x) - g(x)]dx = 1$.
C. $\int_0^4 f(x)dx = 5$ D. $\int_0^4 f(x)dx > \int_0^4 g(x)dx$.

Câu 15. (Thông hiểu) Giả sử $\int_0^9 f(x)dx = 37$ và $\int_9^0 g(x)dx = 16$. Khi đó, $I = \int_0^9 [2f(x) + 3g(x)]dx$ bằng

- A. I = 122 B. I = 58 C. I = 143 D. I = 26

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI	DIỄN GIẢI CHI TIẾT
------------------------	--------------------



Đáp án D $I = 2 \int_0^9 f(x) dx + 3 \int_0^9 g(x) dx = 2.37 + 3.(-16) = 26$	$A. I = 2 \int_0^9 f(x) dx + 3 \int_0^9 g(x) dx = 2.37 + 3.16 = 122$ $B. I = 2 \int_0^9 f(x) dx + \int_0^9 g(x) dx = 2.37 - 16 = 58$ $C. I = 2 \int_0^9 f(x) dx + \int_0^9 g(x) dx = 2.16 + 3.37 = 143$
--	---

Câu 16. (thông hiểu) Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} \cos^2 x \cdot \sin x dx$.

A. $I = -\frac{2}{3}$

B. $I = \frac{3}{2}$

C. $I = \frac{2}{3}$

D. $I = 0$

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI	DIỄN GIẢNG NHIỀU
Đáp án C Sử dụng MTCT $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \cdot \sin x dx = \frac{2}{3}$ Hoặc Đặt $u = \cos x \Rightarrow du = -\sin x dx$ $\Rightarrow I = \int_{-1}^1 u^2 du = \left(\frac{1}{3} u^3 \right) \Big _{-1}^1 = \frac{2}{3}$	A. $u = \cos x \Rightarrow du = -\sin x dx$ $\Rightarrow I = \int_1^{-1} u^2 du = \left(\frac{1}{3} u^3 \right) \Big _1^{-1} = -\frac{2}{3}$ B. Hs đọc sai kết quả D. $u = \cos x \Rightarrow du = -\sin x dx$ $\Rightarrow I = \int_{-1}^1 u^2 du = \left(\frac{1}{3} u^3 \right) \Big _{-1}^1 = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 0$

Câu 17. (vận dụng) Cho $\int_1^a \frac{x+1}{x} dx = e$, giá trị $a > 1$ thỏa mãn đẳng thức nào sau đây:

A. $a + \ln a - 1 = e$

B. $a^2 + \ln a - 1 = e$

C. $-\frac{1}{a^2} + 1 = e$

D. $\ln a = e$

ĐÁP ÁN	DIỄN GIẢNG NHIỀU
--------	------------------



$\int_1^a \frac{x+1}{x} dx = (x + \ln x)_1^a = a + \ln a - 1$ Theo đề bài: $a + \ln a - 1 = e$	Đáp án B: sai khi viết $\frac{x+1}{x} = x + \frac{1}{x}$ Đáp án C: Nhầm đạo hàm với nguyên hàm Đáp án D: sai khi nhầm nguyên hàm của 1 bằng 0.
--	--

Câu 18. (Vận dụng)

$$\int_0^a \sin x \cdot \cos x \cdot dx = \frac{1}{4} \text{ khi đó giá trị của } a = ?$$

A. $a = \frac{\pi}{2}$

B. $a = \frac{\pi}{6}$

C. $a = \frac{\pi}{4}$

D. Không tồn tại a

LỜI GIẢI TÓM TẮT	DIỄN GIẢNG NHIỀU
$\int_0^a \sin x \cdot \cos x \cdot dx = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \int_0^a \frac{1}{2} \sin 2x \cdot dx = \frac{1}{4}$ $\Leftrightarrow -\frac{1}{4} \cos 2x \Big _0^a = \frac{1}{4} \Leftrightarrow -\frac{1}{4} \cos 2a + \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$ $\Leftrightarrow \cos 2a = 0 \Leftrightarrow a = \frac{\pi}{4}$	- A: Thế cận vào sai dẫn đến sai - D: Tìm nguyên hàm sai dấu dẫn đến $\cos 2a = 2$ nên không tồn tại A

Câu 19. (Vận dụng) Biết rằng tích phân $\int_0^1 (2x+1)e^x dx = a + b.e$, tích ab bằng

A. 1.

B. -1.

C. -15.

D. 20.

LỜI GIẢI	DIỄN GIẢNG NHIỀU
Đặt: $u = (2x+1) \Rightarrow du = 2dx$ $dv = e^x dx \Rightarrow v = e^x$	$\int_0^1 (2x+1)e^x dx = \left((2x+1)e^x \right) \Big _0^1 + 2 \int_0^1 e^x dx \rightarrow \text{Chọn câu C}$



$\int_0^1 (2x+1)e^x dx = \left((2x+1)e^x \right) \Big _0^1 - 2 \int_0^1 e^x dx$ $= (2x+1)e^x \Big _0^1 - 2e^x \Big _0^1$ $= e + 1$	B, D chọn ngẫu nhiên
---	----------------------

Câu 20. (Vận dụng thấp) $\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \ln c$. Giá trị của c là

A. 9

B. 3

C. 81

D. 8

ĐÁP ÁN	DIỄN GIẢI NHIỀU
$\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \frac{1}{2} \ln 2x-1 \Big _1^5 = \frac{1}{2} \ln 9 = 3$	A) Quên $\frac{1}{a}$ trong công thức B) Đem $\frac{1}{a}$ vào làm lũy thừa bị sai C) Đem $\sqrt{9}=3$ làm lũy thừa của 2

Câu 21. (vận dụng cao) Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cdot e^{\sin x} dx$. Một học sinh giải như sau:

* Bước 1: Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$.

$$\text{Đổi cận: } \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1 \\ x = 0 \Rightarrow t = 0 \end{cases} \Rightarrow I = 2 \int_0^1 t \cdot e^t dt = 2K$$

$$\text{* Bước 2: Đặt } \begin{cases} u = t \\ dv = e^t dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dt \\ v = e^t \end{cases}$$

$$\text{* Bước 3: } K = \int_0^1 t \cdot e^t dt = t \cdot e^t \Big|_0^1 - \int_0^1 e^t dt = e - e^t \Big|_0^1 = 1$$



$$\Rightarrow I = 2 \int_0^1 t.e^t dt = 2$$

Hỏi bài giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở đâu?

A. Bài giải trên sai từ bước 1

B Bài giải trên sai từ bước 2

C. Bài giải trên sai từ bước 3

D. Bài giải trên hoàn toàn đúng

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI	DIỄN GIẢNG NHIỀU
Đáp án D $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin x \cos x.e^{\sin x} dx$ nên bước 1 đúng bước 2 đúng bước 3 đúng Vậy bài giải đúng hoàn toàn	A. Hs chọn vì $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin x \cos x.e^{\sin x} dx$ Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$ Hoặc Vì $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos x.e^{\sin x} dx$ Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx \Rightarrow I = \int_0^1 t.e^t dt$ B. Hs nhớ nhầm cách đặt $\begin{cases} u = e^t \\ dv = t dt \end{cases}$ C. $K = \int_0^1 t.e^t dt = t.e^t \Big _0^1 + \int_0^1 e^t dt = e + e^t \Big _0^1 = 2e - 1$

Câu 22. (Nhận biết) Công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox, đường thẳng $x=a$, $x=b$ ($a < b$) là:

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$

B. $S = \int_a^b f(x) dx$

C. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$

D. $S = \int_b^a |f(x)| dx$

ĐÁP ÁN	DIỄN GIẢNG NHIỀU
--------	------------------



A. $S = \int_a^b f(x) dx$	Đáp án B: học sinh thiếu dấu giá trị tuyệt đối Đáp án C: nhầm công thức tính thể tích Đáp án D: sai vị trí cận
-----------------------------	---

Câu 23. : (Vận dụng)

Nếu gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $x=0$, $x=3$, $y=0$, $y=x-1$ thì khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $S = \frac{3}{2}$. B. $S = \frac{1}{2}$. C. $S = 2$. D. $S = \frac{5}{2}$.

LỜI GIẢI TÓM TẮT	DIỄN GIẢNG NHIỀU
Phương trình: $x-1=0 \Leftrightarrow x=1 \in [0;3]$ $S = \int_0^3 x-1 dx = \left \int_0^1 (x-1) dx \right + \left \int_1^3 (x-1) dx \right $ $= \left \left(\frac{x^2}{2} - x \right) \Big _0^1 \right + \left \left(\frac{x^2}{2} - x \right) \Big _1^3 \right = \left -\frac{1}{2} \right + 2 = \frac{5}{2}$	- A: HS $S = \int_0^3 x-1 dx = \left \int_0^3 (x-1) dx \right = \dots = \frac{3}{2}$ - B: HS chỉ tính trên đoạn $[0;1]$ - C: HS chỉ tính trên đoạn $[1;3]$

Câu 24. (Vận dụng thấp) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2x$, trục tung, trục hoành, đường thẳng $x = \frac{3}{2}$?

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{9}{64}$ C. $\frac{23}{64}$ D. 0

ĐÁP ÁN	DIỄN GIẢNG NHIỀU
Giải phương trình hoành độ giao điểm ra 3 nghiệm 0, 1, 2 (loại 2) $S_{hp} = \int_0^{\frac{3}{2}} x^3 - 3x^2 + 2x dx$ =	A) Giải phương trình hoành độ giao điểm ra 3 nghiệm 0, 1, 2 chọn cận từ 0 đến 2 B) Quên dấu giá trị tuyệt đối D) Chọn cận từ 0 đến 2 nhưng quên dấu giá trị tuyệt đối



$\left \left(\frac{x^4}{4} - x^3 + x^2 \right) \right \Big _0^1 + \left \left(\frac{x^4}{4} - x^3 + x^2 \right) \right \Big _{\frac{3}{2}}^1$ $= \frac{23}{64}$	
---	--

Câu 25. (vận dụng thấp) Diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$, hai trục tọa độ và đường thẳng $x = 2$ là

A. $S = \frac{19}{2}$ (đvdt) B. $S = \frac{5}{2}$ (đvdt) C. $S = \frac{1}{3}$ (đvdt) D. $S = \frac{9}{2}$ (đvdt)

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI	DIỄN GIẢNG NHIỀU
Đáp án B Ta có: $S = \int_0^2 -x^3 + 3x^2 - 2 dx = \frac{5}{2}$	A. $S = \int_0^1 (-x^3 + 3x^2 - 2) dx = \frac{19}{2}$ C. $S = \int_0^1 -x^3 + 3x^2 - 2 dx - \int_1^2 -x^3 + 3x^2 - 2 dx = \frac{1}{3}$ D. $S = \int_1^2 -x^3 + 3x^2 - 2 dx = \frac{13}{12}$

Câu 26. (Vận dụng) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ và đường thẳng $x - y + 1 = 0$.

A. 8 (đvdt). B. 4 (đvdt). C. 6 (đvdt). D. 0 (đvdt).

LỜI GIẢI	DIỄN GIẢNG NHIỀU
$x^3 - 3x^2 + 4 = x + 1$ $\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$ $\Leftrightarrow x = -1, x = 3, x = 1$ $S = \int_{-1}^3 x^3 - 3x^2 - x + 3 dx = 8$	Tính cận sai $\rightarrow$ chọn câu B $S = \int_1^3 x^3 - 3x^2 - x + 3 dx \rightarrow$ Chọn câu C $S = \int_{-1}^3 (x^3 - 3x^2 - x + 3) dx \rightarrow$ Chọn câu D



Câu 27. (Thông hiểu) Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$, trục Ox, 2 đường thẳng $x = 0$, $x = 1$. Thể tích khối tròn xoay khi quay hình đó xung quanh trục hoành được cho bởi công thức

A. $\pi \int_0^1 e^{2x} dx$

B. $\int_0^1 e^{2x} dx$

C. $\pi \left(\int_0^1 e^x dx \right)^2$

D. $\left(\pi \int_0^1 e^x dx \right)^2$

ĐÁP ÁN	DIỄN GIẢNG NHIỀU
$V = \pi \int_0^1 e^{2x} dx$	B) Quên π C) Sử dụng dấu bình phương sai vị trí D) Sử dụng dấu bình phương sai vị trí

Câu 28. (Thông hiểu)

Nếu gọi V là thể của khối tròn xoay có được khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = 0, x = \frac{\pi}{4}, y = 0, y = \sin x$ xung quanh trục Ox thì khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $V = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \right)$.

B. $V = \frac{\pi}{2} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)$.

C. $V = \frac{\pi}{2} \left(\frac{\pi}{4} - 1 \right)$.

D. $V = \frac{\pi}{2} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \right)$.

LỜI GIẢI TÓM TẮT	DIỄN GIẢNG NHIỀU
$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x dx = \frac{\pi}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 - \cos 2x) dx$ $= \frac{\pi}{2} \left(x - \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big _0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{2} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \right)$	- A: HS áp dụng công thức sai - B: HS dùng công thức hạ bậc sai dấu - C: HS tìm nguyên hàm sai

Câu 29. (Vận dụng) Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi $y = x^2$ và $y = x + 2$ quanh trục Ox là

A. $\frac{72\pi}{5}$ (đvtt). B. $\frac{81\pi}{10}$ (đvtt).

C. $\frac{81\pi}{5}$ (đvtt).

D. $\frac{72\pi}{10}$ (đvtt).



LỜI GIẢI	DIỄN GIẢNG NHIỀU
$x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1, x = 2$ $V = \pi \int_{-1}^2 f^2(x) - g^2(x) dx = \pi \int_{-1}^2 x^4 - (x-2)^2 dx$ $= \frac{72\pi}{5}$	$V = \pi \int_{-1}^2 (f(x) - g(x))^2 dx = \pi \int_{-1}^2 (x^2 - x - 2)^2 dx$ → Chọn câu B $V = \frac{1}{2} \pi \int_{-1}^2 (f(x) - g(x))^2 dx = \frac{1}{2} \pi \int_{-1}^2 (x^2 - x - 2)^2 dx$ → Chọn câu C $V = \frac{1}{2} \pi \int_{-1}^2 f^2(x) - g^2(x) dx = \frac{1}{2} \pi \int_{-1}^2 x^4 - (x-2)^2 dx$ → Chọn câu D

Câu 30. (vận dụng cao) Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi $y = 2x - x^2$, $y = 0$. Tính thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay (H) xung quanh trục Ox ta được $V = \pi \left(\frac{a}{b} + 1 \right)$. Khi đó

A. $a = 1, b = 15$ B. $a = -7, b = 15$

C. $a = 241, b = 15$

D. $a = 16, b = 15$

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI	DIỄN GIẢNG NHIỀU
Đáp án A $2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$ $V_{Ox} = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx = \pi \frac{16}{15}$ $\Rightarrow \pi \frac{16}{15} = \pi \left(\frac{a}{b} + 1 \right) \Rightarrow a = 1, b = 15$	B. $V_{Ox} = \pi \int_0^1 (2x - x^2)^2 dx = \pi \frac{8}{15} = \pi \left(\frac{-7}{15} + 1 \right)$ C. $V_{Ox} = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx = \pi \int_0^2 (4x^2 + x^4) dx$ $= \pi \frac{256}{15} = \pi \left(\frac{241}{15} + 1 \right)$ D. $V_{Ox} = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx = \pi \frac{16}{15}$



Câu 1: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$ là

A. $F(x) = -\frac{1}{2}\cos 2x + C$ B. $F(x) = \cos 2x + C$ C. $F(x) = \frac{1}{2}\cos 2x + C$ D. $F(x) = -\cos 2x + C$

Câu 2: Nếu $\int f(x) dx = e^x + \sin x + C$ thì $f(x)$ bằng:

A. $e^x + \sin x$ B. $e^x - \sin x$ C. $e^x - \cos x$ D. $e^x + \cos x$

Câu 3: $\int (x^2 + \frac{3}{x} - 2\sqrt{x}) dx$

A. $\frac{x^3}{3} + 3\ln|x| + \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$ B. $\frac{x^3}{3} - 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$
C. $\frac{x^3}{3} + 3\ln x - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$ D. $\frac{x^3}{3} + 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$

Câu 4: $\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \ln K$. Giá trị của K là :

A. 3 B. 8 C. 81 D. 9

Câu 5: Tìm khẳng định sai trong các khẳng định sau:

A. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = 1$ B. $\int_0^1 (1+x)^2 dx = 0$ C. $\int_0^1 \sin(1-x) dx = \int_0^1 \sin x dx$ D. $\int_0^1 x^{2016} (1-x) dx = \frac{1}{4770306}$

Câu 6: $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x}} =$

A. $\frac{C}{\sqrt{1-x}}$ B. $-2\sqrt{1-x} + C$ C. $\frac{2}{\sqrt{1-x}} + C$ D. $C\sqrt{1-x}$

Câu 7: $\int (2x+3)^3 dx =$

A. $\frac{1}{2} \cdot \frac{(2x+3)^4}{4} + C$ B. $\frac{(2x+3)^4}{4} + C$ C. $\frac{1}{3} \cdot \frac{(2x+3)^4}{4} + C$ D. $\frac{1}{2} \cdot \frac{(2x+3)^3}{3} + C$

Câu 8: Hàm số $F(x) = e^{x^2}$ là nguyên hàm của hàm số nào?

A. $f(x) = \frac{e^{x^2}}{2x}$ B. $f(x) = e^{2x}$ C. $f(x) = 2x.e^{x^2}$ D. $f(x) = x^2 e^{x^2} - 1$

Câu 9: Họ nguyên hàm của hàm số : $y = f(x) = \frac{2x}{(x^2 + 9)^2}$ là:

A. $-\frac{1}{5(x^2 + 9)^5} + C$ **B.** $-\frac{1}{3(x^2 + 9)^3} + C$ C. $-\frac{4}{(x^2 + 9)^5} + C$ D. $-\frac{1}{(x^2 + 9)^3} + C$

Câu 10: Cho hình phẳng (S) giới hạn bởi Ox, Oy, $y = 3x + 2$. Tính thể tích của khối tròn xoay khi quay (S) quanh Oy là :

A. $\frac{8}{3}\pi$ **B.** $\frac{4}{3}\pi$ C. $\frac{2}{3}\pi$ D. $\frac{16}{3}\pi$

Câu 11: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x.\sqrt{1+x^2}$ là :

A. $F(x) = \frac{1}{3}(\sqrt{1+x^2})^3$ B. $F(x) = \frac{1}{3}(\sqrt{1+x^2})^2$ C. $F(x) = \frac{x^2}{2}(\sqrt{1+x^2})^2$ D. $F(x) = \frac{1}{2}(\sqrt{1+x^2})^2$

Câu 12: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa điều kiện: $f(x) = 2x - 3\cos x, F(\frac{\pi}{2}) = 3$

A. $F(x) = x^2 - 3\sin x + 6 + \frac{\pi^2}{4}$ B. $F(x) = x^2 - 3\sin x + 6 + \frac{\pi^2}{4}$
C. $F(x) = x^2 - 3\sin x + \frac{\pi^2}{4}$ **D.** $F(x) = x^2 - 3\sin x + 6 - \frac{\pi^2}{4}$

Câu 13: Tính : $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \tan x dx$ là :

A. $\ln \frac{2\sqrt{3}}{3}$ B. $-\ln \frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $\ln \frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\ln \frac{1}{2}$

Câu 14: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi: $y = -x^2 + 4x - 3$, $x = 0$, $x = 3$ và trục Ox là

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{10}{3}$ **D.** $\frac{8}{3}$

Câu 15: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường cong: $y = x^2 + 2x$ và $y = x + 6$



A. $\frac{95}{6}$

B. $\frac{265}{6}$

C. $\frac{125}{6}$

D. $\frac{65}{6}$



Câu 16: $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x} =$

- A. $-1+C$ **B.** $\tan x - \cot x + C$ C. $-\tan x + \cot x + C$ D. $-\frac{1}{\cos x} - \frac{1}{\sin x} + C$

Câu 17: $\int \frac{2x}{(x^2+9)^4} dx =$

- A. $-\frac{1}{5(x^2+9)^5} + C$ **B.** $-\frac{1}{3(x^2+9)^3} + C$ C. $-\frac{4}{(x^2+9)^5} + C$ D. $-\frac{1}{(x^2+9)^3} + C$

Câu 18: Họ nguyên hàm của hàm số: $y = \sin^3 x \cdot \cos x$ là:

- A. $\tan^3 x + C$ B. $-\cos^2 x + C$ C. $\frac{1}{3} \cos^3 x + C$ **D.** $\frac{1}{4} \sin^4 x + C$

Câu 19: $\int \sin x \cos 2x dx =$

- A. $-\frac{1}{2} \cos 3x + \frac{1}{2} \cos x + C$ **B.** $-\frac{1}{6} \cos 3x + \frac{1}{2} \cos x + C$
C. $\frac{1}{6} \sin 3x + \frac{1}{2} \sin x + C$ D. $\frac{1}{2} \cos 3x + \frac{1}{2} \cos x + C$

Câu 20: Nguyên hàm $\int x \cos x dx =$

- A. $x \sin x + \cos x + C$ B. $x \sin x - \cos x + C$ **C.** $x \sin x + \cos x + C$ D. $x \sin x - \cos x$

Câu 21: Nguyên hàm của (với C hằng số) là $\int \frac{-2x}{1-x^2} dx$

- A. $\frac{1+x}{1-x} + C$ B. $\frac{x}{1-x} + C$ C. $\frac{1}{1-x} + C$ **D.** $\ln|1-x^2| + C$

Câu 22: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$ là

- A.** $F(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x + C$ B. $F(x) = \cos 2x + C$



C. $F(x) = \frac{1}{2} \cos 2x + C$

D. $F(x) = -\cos 2x + C$

Câu 23: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

(I): $\int \sin^2 x \, dx = \frac{\sin^3 x}{3} + C$

(II): $\int \frac{4x+2}{x^2+x+3} \, dx = 2 \ln(x^2+x+3) + C$

(III): $\int 3^x (2^x + 3^{-x}) \, dx = \frac{6^x}{\ln 6} + x + C$

A. (III)

B. (I)

C. Cả 3 đều sai.

D. (II)

Câu 24: Nguyên hàm của hàm số: $y = \sin^3 x \cdot \cos x$ là:

A. $\frac{1}{4} \cos^4 x + C$

B. $\frac{1}{4} \sin^4 x + C$

C. $-\cos^2 x + C$

D. $\frac{1}{3} \sin^3 x + C$

Câu 25: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $y = \frac{\sin 2x}{\sin^2 x + 3}$ khi $F(0) = 0$ là

A. $\ln|1 + \sin^2 x|$

B. $\frac{\ln|2 + \sin^2 x|}{3}$

C. $\ln|\cos^2 x|$

D. $\ln\left|1 + \frac{\sin^2 x}{3}\right|$

Câu 26: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{-x} \cos x$ là

A. $F(x) = \frac{1}{2} e^{-x} (\sin x - \cos x) + C$

B. $F(x) = \frac{1}{2} e^{-x} (\sin x + \cos x) + C$

C. $F(x) = -\frac{1}{2} e^{-x} (\sin x + \cos x) + C$

D. $F(x) = -\frac{1}{2} e^{-x} (\sin x - \cos x) + C$

Câu 27: Một nguyên hàm của hàm số: $y = \cos 5x \cdot \cos x$ là:

A. $F(x) = \cos 6x$

B. $F(x) = \sin 6x$

C. $-\frac{1}{2} \left(\frac{\sin 6x}{6} + \frac{\sin 4x}{4} \right)$ D. $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{6} \sin 6x + \frac{1}{4} \sin 4x \right)$



Câu 28: Cho hình phẳng (S) giới hạn bởi ox, oy, $y=3x+2$. Thể tích khối tròn xoay khi quay (S) xung quanh oy là:

- A. $\frac{8}{3}\pi$ **B.** $\frac{4}{3}\pi$ C. $\frac{2}{3}\pi$ **D.** $\frac{16}{3}\pi$

Câu 29: Cho hình phẳng (S) giới hạn bởi ox, $y=\sqrt{1-x^2}$. Thể tích khối tròn xoay khi quay (S) xung quanh oy là:

- A. $\frac{3}{2}\pi$ **B.** $\frac{4}{2}\pi$ C. $\frac{3}{4}\pi$ **D.** $\frac{2}{3}\pi$

Câu 30: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) : $y=x^3+3$, tiếp tuyến của (P) tại điểm $x=2$ và trục oy là:

- A. $\frac{2}{3}$ **B.** 8 **C.** $\frac{4}{3}$ **D.** $\frac{8}{3}$

PHẦN 9 :

Câu 1. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3\sin x + 1$ là

- A. $-3\cos x + x + c$ B. $3\cos x + x + c$ C. $-\cos x + c$ D. $-\cos x + x + c$

Câu 2. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$

- A. $\frac{2^x}{\ln 2} + c$ B. $2^x \ln 2 + c$ C. $2^x + C$ D. $\frac{2^x}{\ln 2}$

Câu 3. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 3x$

- A. $-\frac{1}{3}\cos 3x + C$ B. $3\cos 3x + C$ C. $\frac{1}{3}\cos 3x + C$ D. $-\cos 3x + C$

Câu 4: Tìm nguyên hàm của hàm số: $f(x) = 2017^x$

- A. $\int f(x).dx = 2017^x \cdot \ln 2016 + C$ B. $\int f(x).dx = 2017^{x+1} + C$
C. $\int f(x).dx = 2017^x + C$ D. $\int f(x).dx = \frac{2017^x}{\ln 2017} + C$

Câu 5. Tính nguyên hàm $f(x) = \frac{5+2x^4}{x^2}$.



$$A. \frac{2x^3}{3} - \frac{5}{x} + C$$

$$B. 12x^4 - \frac{10}{x^3} + C$$

$$C. \frac{2x^3}{3} + \frac{5}{x} + C$$

$$D. \frac{2x^3}{3} + 5x + C$$

Câu 6. Tìm nguyên hàm: $\int (2 + e^{3x})^2 dx$

$$A. 4x - \frac{4}{3}e^{3x} + \frac{1}{6}e^{6x} + C$$

$$B. 4x + \frac{4}{3}e^{3x} + \frac{1}{6}e^{6x} + C$$

$$C. 4x + \frac{4x}{3}e^{3x} + \frac{1}{6}e^{6x} + C$$

$$D. 12e^{3x} + 6e^{6x} + C$$

Câu 7: Tìm nguyên hàm của hàm số: $f(x) = 2^{2x} \cdot 3^x \cdot 7^x$

$$A. \int f(x).dx = \frac{84^x}{\ln 84} + C$$

$$B. \int f(x).dx = \frac{2^{2x} \cdot 3^x \cdot 7^x}{\ln 4 \cdot \ln 3 \cdot \ln 7} + C$$

$$C. \int f(x).dx = 84^x + C$$

$$D. \int f(x).dx = 84^x \cdot \ln 84 + C$$

Câu 8: Tìm nguyên hàm của hàm số: $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 1}$ là:

$$A. \int f(x).dx = \frac{x^2}{2} + 3x - 6\ln|x + 1| + C \quad B. \int f(x).dx = \frac{x^2}{2} - 3x + 6\ln|x + 1| + C$$

$$C. \int f(x).dx = \frac{x^2}{2} + 3x + 6\ln|x + 1| + C \quad D. \int f(x).dx = \frac{x^2}{2} + 3x - 6\ln|x + 1| + C$$

Câu 9. Nguyên hàm $\int x \cos x dx$

$$A. x \sin x + \cos x + C$$

$$B. \frac{x^2}{2} \cdot x \sin x + C$$

$$C. x \sin x - \cos x + C$$

$$D. -\frac{x^2}{2} \cdot x \sin x + C$$

Câu 10. Tìm nguyên hàm: $\int (2 + e^{3x})^2 dx$

$$A. 4x - \frac{4}{3}e^{3x} + \frac{1}{6}e^{6x} + C$$

$$B. 4x + \frac{4}{3}e^{3x} + \frac{1}{6}e^{6x} + C$$

$$C. 4x + \frac{4x}{3}e^{3x} + \frac{1}{6}e^{6x} + C$$

$$D. 12e^{3x} + 6e^{6x} + C$$

Câu 11. Tính $\int \sin^2 2x dx$



A. $\frac{1}{2}x + \frac{1}{8}\sin 4x + C$ B. $\frac{1}{2}x - 2\sin 4x + C$ C. $\frac{1}{2}x - \frac{1}{8}\sin 4x + C$ D. $-\frac{1}{8}\sin 4x + C$

TÍCH PHÂN

Câu 12: Tìm khẳng định sai trong các khẳng định sau:

A. $\int_0^1 2x^2 dx = 2 \int_0^1 x^2 dx$ B. $\int_0^1 \frac{x-2}{3} dx = \frac{1}{3} \int_0^1 (x-2) dx$

C. $\int_0^1 (2x-1) dx = 2 \int_0^1 (x-1) dx$ D. $\int_1^2 x \frac{1}{x} dx = \int_1^2 dx$

Câu 13: Giả sử $A = \int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \ln K$. Khi đó giá trị của K là:

A. 3 B. 4 C. 81 D. 9

Câu 14: Biết $\int_0^b (2x-4) dx = 0$. Khi đó giá trị của b là:

A. $b = -2$ hoặc $b = 2$ B. $b = 2\sqrt{2}$ hoặc $b = -2\sqrt{2}$
C. $b = 0$ hoặc $b = -4$ D. $b = 0$ hoặc $b = 4$

Câu 15: Cho biết $\int_a^d f(x) dx = 5$, $\int_b^d f(x) dx = 2$ và $a < d < b$. Khi đó tích phân $A = \int_a^b f(x) dx$ bằng:

A. -3 B. 7 C. 3 D. 10

Câu 16: Biến đổi $\int_0^3 \frac{x}{1+\sqrt{1+x}} dx$ thành $\int_1^2 f(t) dt$ với $t = \sqrt{1+x}$. Khi đó $f(t)$ là hàm nào trong các hàm sau:

A. $f(t) = 2t^2 - 2t$ B. $f(t) = 2t^2 + 2t$ C. $f(t) = t^2 - t$ D. $f(t) = t^2 + t$

Câu 17: Biết $\int_0^a \sin x \cos x dx = \frac{1}{4}$. Khi đó giá trị của a là:

A. $x = \arcsin(-\frac{1}{4})$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$



Câu 18: Cho tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin^2 x} \sin x \cos^3 x dx$. Nếu đổi biến số $t = \sin^2 x$ thì:

- A. $\frac{1}{2} \left[\int_0^1 e^t dt + \int_0^1 te^t dt \right]$ B. $\frac{1}{2} \left[\int_0^1 e^t dt - \int_0^1 te^t dt \right]$
 C. $2 \left[\int_0^1 e^t dt + \int_0^1 te^t dt \right]$ D. $2 \left[\int_0^1 e^t dt - \int_0^1 te^t dt \right]$

Câu 19: Tìm khẳng định sai trong các khẳng định sau:

- A. $\int_0^1 2x^2 dx = 2 \int_0^1 x^2 dx$ B. $\int_0^1 \frac{x-2}{3} dx = \frac{1}{3} \int_0^1 (x-2) dx$
 C. $\int_0^1 (2x-1) dx = 2 \int_0^1 (x-1) dx$ D. $\int_1^2 x \frac{1}{x} dx = \int_1^2 dx$

Câu 20: Cho biết $\int_2^5 f(x) dx = 3$, $\int_2^5 g(x) dx = 9$. Khi đó tích phân $A = \int_2^5 [f(x) - g(x)] dx$ bằng:

- A. - 6 B. $\frac{1}{3}$ C. 6 D. 3

Câu 21: Cho tích phân $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2-1} dx$ và $u = \sqrt{x^2-1}$. Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau:

- A. $I = \frac{2}{3} \sqrt{27}$ B. $2 \int_0^3 u^2 du$ C. $2 \int_1^2 u^2 du$ D. $I = \frac{2}{3} u^3 \Big|_0^3$

Câu 22: Cho biết $\int_a^d f(x) dx = 5$, $\int_b^d f(x) dx = 2$ và $a < d < b$. Khi đó tích phân $A = \int_a^b f(x) dx$ bằng:

- A. - 3 B. 7 C. 3 D. 10

Câu 23: Tính tích phân: $I = \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx$



A. $-\frac{1}{2}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. $-\frac{7}{8}$ D. $\frac{1}{2}$

ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

Câu 24: Công thức diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a; x = b$ là

A. $S = \int_a^b f(x)dx$ B. $S = \pi \int_a^b f^2(x)dx$ C. $S = \int_a^b |f(x)|dx$ D. $S = \left| \int_a^b f(x)dx \right|$

Câu 25: Công thức diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a; x = b$ là

A. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)|dx$ B. $S = \int_a^b |f(x) + g(x)|dx$ C. $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)]dx \right|$ D. $S = \left| \int_a^b [f(x) + g(x)]dx \right|$

Câu 26: Diện tích hình phẳng giới hạn đường cong $y = -x^3 + 3x - 2$ và đường thẳng $y = -x - 2$ là

A. $S = 4$ B. $S = 40$ C. $S = 2$ D. $S = 8$

Câu 27: Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra bởi hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = \cos x, y = 0, x = 0; x = \frac{\pi}{2}$ quay quanh trục Ox là

A. $\frac{\pi^2}{4}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. π D. 1

Câu 28: Diện tích hình phẳng giới hạn đường cong $y = \frac{2x-1}{x+1}; y = 0$ và $x = 0; x = 1$ là

A. $3\ln 2 - 2$ B. $3\ln \frac{9}{8}$ C. $2 - 3\ln 2$ D. $2 + \ln 2$

Câu 29: Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra bởi hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = \ln x, y = 0, x = e$ quay quanh trục Ox là

A. $e - 2$ B. π C. $\pi(e - 2)$ D. $\pi(e - 1)$

Câu 30: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = x^2 + 1$, tiếp tuyến với đường thẳng này tại điểm M(2,5) và trục Oy là

a. $\frac{4}{3}$ b. $\frac{8}{3}$ c. 9 d. $\frac{14}{3}$



TRẢ LỜI

Câu 1. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3\sin x + 1$ là

A. $-3\cos x + x + c$ B. $3\cos x + x + c$ C. $-\cos x + c$ D. $-\cos x + x + c$

Giải

+ Chọn A đúng

+ Chọn B sai vì nhầm công thức đạo hàm $\cos x$ là $\sin x$

+ Chọn C sai. Vì nhầm lấy đạo hàm của 1 là 0

+ Chọn D sai. Quên còn hệ số 3

Câu 2. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$

A. $\frac{2^x}{\ln 2} + c$ B. $2^x \ln 2 + c$ C. $2^x + C$ D. $\frac{2^x}{\ln 2}$

Giải

+ Chọn A đúng

+ Chọn B sai vì công thức đạo hàm

+ Chọn C sai, nhầm công thức nguyên hàm của e^x

+ Chọn D sai, vì chỉ tìm 1 nguyên hàm

Câu 3. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 3x$

A. $-\frac{1}{3}\cos 3x + C$ B. $3\cos 3x + C$ C. $\frac{1}{3}\cos 3x + C$ D. $-\cos 3x + C$

Giải

+ Chọn A đúng

Câu 4: Tìm nguyên hàm của hàm số: $f(x) = 2017^x$



$$A. \int f(x).dx = 2017^x \cdot \ln 2016 + C$$

$$B. \int f(x).dx = 2017^{x+1} + C$$

$$C. \int f(x).dx = 2017^x + C$$

$$D. \int f(x).dx = \frac{2017^x}{\ln 2017} + C$$

Câu 5. Tính nguyên hàm $f(x) = \frac{5+2x^4}{x^2}$.

$$A. \frac{2x^3}{3} - \frac{5}{x} + C$$

$$B. 12x^4 - \frac{10}{x^3} + C$$

$$C. \frac{2x^3}{3} + \frac{5}{x} + C$$

$$D. \frac{2x^3}{3} + 5x + C$$

Giải

+ Chọn A đúng

+ Chọn B sai. Tính đạo hàm của f(x)

+ Chọn C sai. Tính sai nguyên hàm của $\frac{5}{x^2}$

+ Chọn D sai. Chia đa thức sai

$$f(x) = \frac{5+2x^4}{x^2} = 5 + 2x^2$$

Câu 6. Tìm nguyên hàm: $\int (2 + e^{3x})^2 dx$

$$A. 4x - \frac{4}{3}e^{3x} + \frac{1}{6}e^{6x} + C$$

$$B. 4x + \frac{4}{3}e^{3x} + \frac{1}{6}e^{6x} + C$$

$$C. 4x + \frac{4x}{3}e^{3x} + \frac{1}{6}e^{6x} + C$$

$$D. 12e^{3x} + 6e^{6x} + C$$

Giải

+ Chọn A sai, khai triển hằng đẳng thức sai dấu

+ Chọn B đúng

+ Chọn C sai, tính nguyên hàm của 4 nhân nguyên hàm của e^{3x}



+ Chọn D sai, nhầm công thức nguyên hàm với công thức đạo hàm

Câu 7: Tìm nguyên hàm của hàm số: $f(x) = 2^{2x} \cdot 3^x \cdot 7^x$

A. $\int f(x).dx = \frac{84^x}{\ln 84} + C$ B. $\int f(x).dx = \frac{2^{2x} \cdot 3^x \cdot 7^x}{\ln 4 \cdot \ln 3 \cdot \ln 7} + C$
C. $\int f(x).dx = 84^x + C$ D. $\int f(x).dx = 84^x \cdot \ln 84 + C$

HD: $\int f(x).dx = \int 2^{2x} \cdot 3^x \cdot 7^x .dx = \int 84^x dx = \frac{84^x}{\ln 84} + C$

Câu 8: Tìm nguyên hàm của hàm số: $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 1}$ là:

A. $\int f(x).dx = \frac{x^2}{2} + 3x - 6\ln|x + 1| + C$ B. $\int f(x).dx = \frac{x^2}{2} - 3x + 6\ln|x + 1| + C$
C. $\int f(x).dx = \frac{x^2}{2} + 3x + 6\ln|x + 1| + C$ D. $\int f(x).dx = \frac{x^2}{2} + 3x - 6\ln|x + 1| + C$

HD: B. $\int \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 1} dx = \int (x - 3 + \frac{6}{x + 1}) dx = \frac{x^2}{2} - 3x + 6\ln|x + 1| + C$

Câu 9. Nguyên hàm $\int x \cos x dx$

A. $x \sin x + \cos x + C$ B. $\frac{x^2}{2} \cdot x \sin x + C$ C. $x \sin x - \cos x + C$ D. $-\frac{x^2}{2} \cdot x \sin x + C$

Giải

+ Chọn A đúng

+ Chọn B sai, tách thành tích của 2 nguyên hàm

+ Chọn C sai. Tính sai nguyên hàm của $\sin x$

$$\int x \cos x dx = x \sin x - \int \sin x dx = x \sin x - \cos x + C$$

+ Chọn D sai. Tách thành tích của 2 nguyên hàm và tính sai nguyên hàm của $\cos x$

Mức 4

Câu 10. Tìm nguyên hàm: $\int (2 + e^{3x})^2 dx$



$$A. 4x - \frac{4}{3}e^{3x} + \frac{1}{6}e^{6x} + C$$

$$B. 4x + \frac{4}{3}e^{3x} + \frac{1}{6}e^{6x} + C$$

$$C. 4x + \frac{4x}{3}e^{3x} + \frac{1}{6}e^{6x} + C$$

$$D. 12e^{3x} + 6e^{6x} + C$$

Câu 11. Tính $\int \sin^2 2x dx$

$$A. \frac{1}{2}x + \frac{1}{8}\sin 4x + C$$

$$B. \frac{1}{2}x - 2\sin 4x + C$$

$$C. \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}\sin 4x + C$$

$$D. -\frac{1}{8}\sin 4x + C$$

Giải

+ Chọn A sai. Công thức hạ bậc sai

$$\sin^2 2x = \frac{1 + \cos 4x}{2} \quad \left(\sin^2 2x = \frac{1 - \cos 4x}{2} \right)$$

+ Chọn B sai. Công thức nguyên hàm sai

$$\int \cos 4x = \frac{1}{4}\sin 4x$$

+ Chọn C đúng

+ Chọn D sai. Công thức nguyên hàm của $\frac{1}{2}$ sai

Câu 12: Tìm khẳng định sai trong các khẳng định sau:

$$A. \int_0^1 2x^2 dx = 2 \int_0^1 x^2 dx$$

$$B. \int_0^1 \frac{x-2}{3} dx = \frac{1}{3} \int_0^1 (x-2) dx$$

$$C. \int_0^1 (2x-1) dx = 2 \int_0^1 (x-1) dx$$

$$D. \int_1^2 x \frac{1}{x} dx = \int_1^2 dx$$

Câu 13: Giả sử $A = \int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \ln K$. Khi đó giá trị của K là:

A. 3

B. 4

C. 81

D. 9

Giải



Ta có $A = \int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \frac{1}{2} \ln|2x-1| \Big|_1^5 = \frac{1}{2} \ln 9$ Suy ra $\ln K = \frac{1}{2} \ln 9 \Rightarrow K = 3$

Câu A đúng

Câu B sai vì đúng công thức nhưng sai kết quả (nhầm $\ln 5 - \ln 1 = \ln 4$)

Câu C sai vì tính sai công thức tích phân (nhân u')

Câu D sai vì tính tích phân sai công thức (quên chia u')

Câu 14: Biết $\int_0^b (2x-4)dx = 0$. Khi đó giá trị của b là:

A. $b = -2$ hoặc $b = 2$

B. $b = 2\sqrt{2}$ hoặc $b = -2\sqrt{2}$

C. $b = 0$ hoặc $b = -4$

D. $b = 0$ hoặc $b = 4$

Giải

Ta có $I = \int_0^b (2x-4)dx = (x^2-4x) \Big|_0^b = b^2-4b$ Khi đó $b^2-4b=0 \Rightarrow \begin{cases} b=0 \\ b=4 \end{cases}$

Câu D đúng

Câu A sai vì nhận dạng ptr bậc hai sai (khuyết b)

$$I = \int_0^b (2x-4)dx = (x^2-4x) \Big|_0^b = b^2-8$$

Câu B sai vì tính tích phân sai công thức

Câu C sai vì tính tích phân nhầm dấu +

Câu 15: Cho biết $\int_a^d f(x)dx = 5, \int_b^d f(x)dx = 2$ và $a < d < b$. Khi đó tích phân $A = \int_a^b f(x)dx$ bằng:

A. - 3

B. 7

C. 3

D. 10

Giải



Ta có $A = \int_a^b f(x)dx = \int_a^d f(x)dx + \int_d^b f(x)dx = \int_a^d f(x)dx - \int_b^d f(x)dx = 3$

Câu C đúng

Câu A lấy hiệu 2 tích phân $(\int_d^b f(x)dx - \int_a^d f(x)dx)$

Câu B sai vì áp dụng sai công thức (không đổi cận)

Câu D vì lấy tích 2 tích phân

Câu 16 : Biến đổi $\int_0^3 \frac{x}{1+\sqrt{1+x}} dx$ thành $\int_1^2 f(t)dt$ với $t = \sqrt{1+x}$. Khi đó $f(t)$ là hàm nào trong các hàm sau:

A. $f(t) = 2t^2 - 2t$ B. $f(t) = 2t^2 + 2t$ C. $f(t) = t^2 - t$ D. $f(t) = t^2 + t$

Giải

Với $t = \sqrt{1+x}$ Ta có $A = \int_0^3 \frac{x}{1+\sqrt{1+x}} dx = \int_1^2 \frac{(t^2-1)2tdt}{1+t} = \int_1^2 (2t^2 - 2t)dt$

Câu A đúng

Câu B sai vì sai dấu

Câu C, D sai vì tính nguyên hàm sai và chuyển từ biến x sang t bị sai

Câu 17: Biết $\int_0^a \sin x \cos x dx = \frac{1}{4}$. Khi đó giá trị của a là:

A. $x = \arcsin(-\frac{1}{4})$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$

Giải

Ta có $\int_0^a \sin x \cos x dx = \frac{1}{2} \int_0^a \sin 2x dx = -\frac{1}{4} \cos 2x \Big|_0^a = -\frac{1}{4} (\cos 2a - 1)$

Mà $-\frac{1}{4} (\cos 2a - 1) = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos 2a = 0 \Rightarrow a = \frac{\pi}{4}$

Câu B đúng



Câu A, C, D sai vì sai công thức nguyên hàm

Câu 18: Cho tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin^2 x} \sin x \cos^3 x dx$. Nếu đổi biến số $t = \sin^2 x$ thì:

B. $\frac{1}{2} \left[\int_0^1 e^t dt + \int_0^1 te^t dt \right]$ B. $\frac{1}{2} \left[\int_0^1 e^t dt - \int_0^1 te^t dt \right]$
 C. $2 \left[\int_0^1 e^t dt + \int_0^1 te^t dt \right]$ D. $2 \left[\int_0^1 e^t dt - \int_0^1 te^t dt \right]$

Giải

Với $t = \sin^2 x$ Ta có $A = \frac{1}{2} \int_0^1 e^t (1-t) dt = \frac{1}{2} \left[\int_0^1 e^t dt - \int_0^1 te^t dt \right]$

Câu B đúng

Câu A sai vì lấy nguyên hàm sai dấu

Câu C, D sai vì sai công thức nguyên hàm và bị sai dấu

Câu 19: Tìm khẳng định sai trong các khẳng định sau:

A. $\int_0^1 2x^2 dx = 2 \int_0^1 x^2 dx$ B. $\int_0^1 \frac{x-2}{3} dx = \frac{1}{3} \int_0^1 (x-2) dx$
 C. $\int_0^1 (2x-1) dx = 2 \int_0^1 (x-1) dx$ D. $\int_1^2 x \frac{1}{x} dx = \int_1^2 dx$

Câu 20: Cho biết $\int_2^5 f(x) dx = 3, \int_2^5 g(x) dx = 9$. Khi đó tích phân $A = \int_2^5 [f(x) - g(x)] dx$ bằng:

A. - 6 B. $\frac{1}{3}$ C. 6 D. 3

Câu 21: Cho tích phân $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2-1} dx$ và $u = \sqrt{x^2-1}$. Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau:



A. $I = \frac{2}{3}\sqrt{27}$

B. $2\int_0^3 u^2 du$

C. $2\int_1^2 u^2 du$

D. $I = \frac{2}{3}u^3 \Big|_0^3$

Giải

Với $u = \sqrt{x^2 - 1}$ Ta có $I = 2\int_0^3 u^2 du = \frac{2}{3}u^3 \Big|_0^3 = \frac{2}{3}\sqrt{27}$

Câu C sai vì chưa đổi cận

Câu 22: Cho biết $\int_a^d f(x)dx = 5$, $\int_b^d f(x)dx = 2$ và $a < d < b$. Khi đó tích phân $A = \int_a^b f(x)dx$ bằng:

A. - 3

B. 7

C. 3

D. 10

Giải

Ta có $A = \int_a^b f(x)dx = \int_a^d f(x)dx + \int_d^b f(x)dx = \int_a^d f(x)dx - \int_b^d f(x)dx = 3$

Câu C đúng

Câu A lấy hiệu 2 tích phân $(\int_d^b f(x)dx - \int_d^d f(x)dx)$

Câu B sai vì áp dụng sai công thức (không đổi cận)

Câu D vì lấy tích 2 tích phân

Câu 23: Tính tích phân: $I = \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx$

A. $-\frac{1}{2}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. $-\frac{7}{8}$ D. $\frac{1}{2}$

Phân tích:

A. Sai vì học sinh quên dấu “-” trong công thức.

$$I = \left(\frac{1}{x} \right) \Big|_1^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{1} = -\frac{1}{2}$$



B. Sai vì học sinh quên đổi dấu trong lúc tính cận.

$$I = \left(-\frac{1}{x} \right) \Big|_1^2 = -\frac{1}{2} - \frac{1}{1} = -\frac{3}{2}$$

C. Sai vì học sinh áp dụng sai công thức.

$$I = \left(\frac{1}{x^3} \right) \Big|_1^2 = \frac{1}{8} - \frac{1}{1} = -\frac{7}{8}$$

D. Đúng

Câu 24: Công thức diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a; x = b$ là

$$A. S = \int_a^b f(x) dx \quad B. S = \pi \int_a^b f^2(x) dx \quad C. S = \int_a^b |f(x)| dx \quad D. S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$$

Đáp án đúng C

Nếu thiếu trị tuyệt đối chọn A

Nhớ nhầm công thức thể tích chọn B

Đặt trị tuyệt đối ra ngoài chọn D

Câu 25: Công thức diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a; x = b$ là

$$A. S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx \quad B. S = \int_a^b |f(x) + g(x)| dx \quad C. S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right| \quad D. S = \left| \int_a^b [f(x) + g(x)] dx \right|$$

Đáp án đúng A

Nhớ nhầm dấu + chọn B

Đặt trị tuyệt đối ra ngoài chọn C

Nhớ nhầm dấu + và đặt trị tuyệt đối ra ngoài chọn D

Câu 26: Diện tích hình phẳng giới hạn đường cong $y = -x^3 + 3x - 2$ và đường thẳng $y = -x - 2$ là

$$A. S = 4 \quad B. S = 40 \quad C. S = 2 \quad D. S = 8$$

Giải



Phương trình hoành độ giao điểm $-x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = -2, x = 2$

$$S = \int_{-2}^2 |-x^3 + 4x| dx = 8$$

Đáp án đúng D

Giải sai nghiệm $x = 0, x = 4$ chọn B

Giải sai nghiệm $x = 0, x = 2$ chọn A

Nếu áp dụng $S = \int_0^2 |-x^3 + 2x| dx$ chọn C

Câu 27: Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra bởi hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = \cos x, y = 0, x = 0; x = \frac{\pi}{2}$ quay quanh trục Ox là

A. $\frac{\pi^2}{4}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. π D. 1

Giải

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x)^2 dx = \frac{\pi^2}{4}$$

Đáp án đúng A

Thiếu π chọn B

Thiếu bình phương chọn C

Thiếu cả hai chọn D

Câu 28: Diện tích hình phẳng giới hạn đường cong $y = \frac{2x-1}{x+1}; y = 0$ và $x = 0; x = 1$ là

A. $3\ln 2 - 2$ B. $3\ln \frac{9}{8}$ C. $2 - 3\ln 2$ D. $2 + \ln 2$

Giải



$$S = \int_0^1 \left| \frac{2x-1}{x+1} \right| dx = \int_0^{\frac{1}{2}} \left| \frac{2x-1}{x+1} \right| dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 \left| \frac{2x-1}{x+1} \right| dx = 3 \ln \frac{9}{8}$$

Đáp án đúng B

Không tách cận chọn A

Không tách cận, không hiểu trị tuyệt đối chọn C

Nguyên hàm sai chọn D

Câu 29: Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra bởi hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = \ln x$, $y = 0$, $x = e$ quay quanh trục Ox là

A. $e-2$ B. π C. $\pi(e-2)$ D. $\pi(e-1)$

Giải

$$\ln x = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

$$V = \pi \int_1^e (\ln x)^2 dx = \pi(e-2)$$

Đáp án đúng C

Công thức thiếu π chọn A

Thiếu bình phương chọn B

Giải thiếu 2 chọn D

Câu 30: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = x^2 + 1$, tiếp tuyến với đường thẳng này tại điểm $M(2,5)$ và trục Oy là

a. $\frac{4}{3}$ b. $\frac{8}{3}$ c. 9 d. $\frac{14}{3}$

Giải

Tiếp tuyến tại M: $y = 4x - 3$

$$\text{Pt hđđ: } x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow x = 2$$



$$S = \int_0^2 |x^2 - 4x + 4| dx = \frac{8}{3}$$

PHẦN 10 :

Phần nhân biết

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x^2 + 1$ là:

- A. $2x^3 + x + C$ B. $\frac{2x^3}{3} + x + C$ C. $\frac{x^3}{3} + x + C$ D. $\frac{x^3}{3} + 1 + C$

Câu 2: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là:

- A. $\cos x + C$ B. $\cos x + 1 + C$ C. $-\cos x + C$ D. $\tan x + C$

Câu 3: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$ là:

- A. $\cot x + C$ B. $\cos x + C$ C. $-\tan x + C$ D. $\tan x + C$

Câu 4: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 - \frac{3}{x^2} + 2^x$ là:

- A. $\frac{x^4}{4} - 3\ln x^2 + 2^x \cdot \ln 2 + C$ B. $\frac{x^3}{3} + \frac{1}{x^3} + 2^x + C$
C. $\frac{x^4}{4} + \frac{3}{x} + \frac{2^x}{\ln 2} + C$ D. $\frac{x^4}{4} + \frac{3}{x} + 2^x \cdot \ln 2 + C$

Câu 5: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin(2x+1)$ là:

- A. $-\frac{1}{2}\cos(2x+1) + C$ B. $\frac{1}{2}\cos(2x+1) + C$ C. $2\cos(2x+1) + C$ D. $-2\cos(2x+1) + C$

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x=a$ và $x=b$ được xác định bởi công thức:

- A. $\int_a^b f(x) dx$ B. $\left| \int_a^b f(x) dx \right|$ C. $\int_b^a f(x) dx$ D. $\int_a^b |f(x)| dx$

Câu 7: Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị 2 hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ và đường thẳng $x = a$, $x = b$ có diện tích S được tính bởi công thức

- A. $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$ B. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$



$$C. S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx \quad D. S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

Câu 8: Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi ta cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục Ox, $x=a$, $x=b$ ($a < b$) quay quanh trục Ox được tính bởi công thức

$$A. V = \int_a^b f^2(x) dx \quad B. V = \pi \int_a^b f^2(x) dx \quad C. V = \int_a^b [\pi f(x)]^2 dx \quad D. V = \pi \int_b^a f^2(x) dx$$

Câu 9: Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x-1}$, trục hoành, $x=2$ và $x=5$ quanh trục Ox bằng:

$$A. \int_2^5 \sqrt{x-1} dx \quad B. \int_2^5 (x-1) dx \quad C. \pi \int_2^5 (x-1) dx \quad D. \pi^2 \int_2^5 (x-1) dx$$

Câu 10: Công thức nào sau đây dùng để tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=2^x$, $y=2$, $x=0$, $x=1$ cho kết quả sai?

$$A. S = \int_0^1 (2 - 2^x) dx \quad B. S = \int_0^1 (2^x - 2) dx \quad C. S = \left| \int_0^1 (2^x - 2) dx \right| \quad D. S = \int_1^0 (2^x - 2) dx$$

Giải thích

Công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=2^x$, $y=2$, $x=0$, $x=1$ là $S = \int_0^1 |2 - 2^x| dx = L$

$$+ x \in (0;1): 2^x < 2 \Rightarrow |2 - 2^x| = 2 - 2^x \quad .A \text{ đúng}$$

$$+ x \in (0;1): 2^x < 2 \Rightarrow |2 - 2^x| = -(2^x - 2) \quad .B \text{ sai}$$

$$+ x \in (0;1): 2^x < 2 \Rightarrow 2^x - 2 < 0 \Rightarrow \int_0^1 (2^x - 2) dx = -L \Rightarrow \left| \int_0^1 (2^x - 2) dx \right| = L \quad .C \text{ đúng}$$

$$+ x \in (0;1): 2^x < 2 \Rightarrow 2^x - 2 < 0 \Rightarrow \int_0^1 (2^x - 2) dx = -L \Rightarrow \int_1^0 (2^x - 2) dx = -\int_0^1 (2^x - 2) dx = L \quad .D \text{ đúng}$$

Phần thông hiểu

Câu 1) Cho biết $\int_1^2 f(x) dx = -4$; $\int_1^5 f(x) dx = 6$. Khi đó $\int_2^5 f(x) dx$ có kết quả là :

$$A. 2 \quad B. -10 \quad C. 10 \quad D. 7$$

Giải thích:

$$\int_1^2 f(x) dx + \int_2^5 f(x) dx = \int_1^5 f(x) dx \Leftrightarrow \int_2^5 f(x) dx = \int_1^5 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx = 10$$

Câu 2) Giả sử $\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \ln c$. Khi đó giá trị của c là:



- A. 81 B. 9 C. 8 D. 3

Giải thích:

$$\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \ln c \Leftrightarrow c = e^{\int_1^5 \frac{dx}{2x-1}} = 3$$

Câu3) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $y = x^3$ và $y = x^5$ bằng:

- A. 0 B. -4 C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{12}$

Giải thích:

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm : } x^3 = x^5 \Leftrightarrow x^3(1-x^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

$$\text{Diện tích hình phẳng là: } \int_{-1}^1 |x^3 - x^5| dx = \frac{1}{6}$$

Câu4) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $y = x + \sin x$ và $y = x$ với $0 \leq x \leq 2\pi$ bằng:

- A. -4 B. 4 C. 0 D. 1

Giải thích:

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm : } x + \sin x = x \Leftrightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pi \\ x = 2\pi \end{cases} \quad (0 \leq x \leq 2\pi)$$

$$\text{Diện tích hình phẳng là: } \int_0^{2\pi} |\sin x| dx = 4$$

Câu5) Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$ và $y = x$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A. 0 B. $-\pi$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{30}$

Giải thích:



Phương trình hoành độ giao điểm : $\sqrt{x} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$

Thể tích khối tròn xoay là: $\pi \int_0^1 (\sqrt{x} - x)^2 dx = \frac{\pi}{30}$

Câu 6: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 - \frac{3}{x^2} + 2^x$ là:

A. $\frac{x^4}{4} - 3\ln x^2 + 2^x \cdot \ln 2 + C$ **B.** $\frac{x^3}{3} + \frac{1}{x^3} + 2^x + C$

C. $\frac{x^4}{4} + \frac{3}{x} + \frac{2^x}{\ln 2} + C$ **D.** $\frac{x^4}{4} + \frac{3}{x} + 2^x \cdot \ln 2 + C$

Đáp án: C

Câu A, B, D học sinh có thể hiểu sai công thức giữa nguyên hàm và đạo hàm.

Câu 7: Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{x-1}$ và $F(2)=1$. Khi đó $F(3)$ bằng bao nhiêu:

A. $\ln 2 + 1$ **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\ln \frac{3}{2}$ **D.** $\ln 2$

Đáp án: A

Câu 8: Một nguyên hàm của $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{x+1}$ là

A. $\frac{x^2}{2} + 3x - 6\ln|x+1|$ **B.** $\frac{x^2}{2} - 3x - 6\ln|x+1|$

C. $\frac{x^2}{2} - 3x + 6\ln|x+1|$ **D.** $\frac{x^2}{2} + 3x + 6\ln|x+1|$

Đáp án : C

Câu A, B, D là đáp án nhiều khi các em chia đa thức sai

Câu 9 : $\int \frac{(x^2 - 1)^2}{x^3} dx$ bằng:



A. $\frac{x^3}{3} - 2\ln|x| + \frac{1}{2x^2} + C$

B. $\frac{x^3}{3} - 2\ln|x| - \frac{1}{x^2} + C$

C. $\frac{x^3}{3} - 2\ln|x| - \frac{1}{2x^2} + C$

D. $\frac{x^3}{3} - 2\ln|x| - \frac{1}{3x^2} + C$

Đáp án: C

Câu 10: Một nguyên hàm của hàm số: $f(x) = x\sqrt{1+x^2}$ là:

A. $F(x) = \frac{1}{2}(\sqrt{1+x^2})^2$

B. $F(x) = \frac{1}{3}(\sqrt{1+x^2})^3$

C. $F(x) = \frac{x^2}{2}(\sqrt{1+x^2})^2$

D. $F(x) = \frac{1}{3}(\sqrt{1+x^2})^2$

Đáp án: B

Phần vận dụng thấp

Câu 1: Cho $f(x) = \frac{4m}{\pi} + \sin^2 x$. Tìm tham số m để nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)$ thỏa $F(0)=1, F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\pi}{8}$

a/ $m = \frac{-5}{4}$

b/ $m = \frac{1}{4}$

c/ $m = \frac{-3}{4}$

d/ $m = \frac{-1}{4}$

Lời giải: $F(x) = \frac{4m}{\pi}x + \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x + C$

Sử dụng điều kiện được: $F(0) = C = 1; F\left(\frac{\pi}{8}\right) = m - \frac{1}{4} + C = 0$ nên giải hệ được $m = -\frac{3}{4}$

Đáp án: c/

Phân tích đáp án nhiễu:

Lấy sai đạo hàm $F(x) = \frac{4m}{\pi}x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2x + C$ nên giải ra được đáp án a/

Giải thiếu thế $C=1$ nên được đáp án b/

Lấy sai đạo hàm và thiếu thế $C=1$ nên được đáp án d/

Câu 2: Giả sử $I = \int_0^{\pi/4} \sin 3x \sin 2x dx = (a+b)\sqrt{2}$. Khi đó, giá trị $a+b$ là:

a/ $\frac{6}{5}$

b/ $\frac{3}{10}$

c/ $-\frac{3}{10}$

d/ $\frac{1}{2}$



Lời giải: $I = -\frac{1}{2} \int_0^{\pi/4} (\cos 5x - \cos x) dx = \frac{-1}{2} \left(\frac{1}{5} \sin 5x - \sin x \right) \Big|_0^{\pi/4} = \frac{3}{10} \sqrt{2}$ Đáp án: b/

Phân tích đáp án nhiễu:

Lấy sai đạo hàm $I = -\frac{1}{2} \int_0^{\pi/4} (\cos 5x - \cos x) dx = \frac{-1}{2} \left(-\frac{1}{5} \sin 5x + \sin x \right) \Big|_0^{\pi/4} = \frac{-3}{10} \sqrt{2}$ nên chọn c/

Lấy sai đạo hàm $I = -\frac{1}{2} \int_0^{\pi/4} (\cos 5x - \cos x) dx = \frac{-1}{2} (\sin 5x - \sin x) \Big|_0^{\pi/4} = \frac{1}{2} \sqrt{2}$ nên chọn d/

Áp dụng sai công thức: $I = -2 \int_0^{\pi/4} (\cos 5x - \cos x) dx = -2 \left(\frac{1}{5} \sin 5x - \sin x \right) \Big|_0^{\pi/4} = \frac{6}{5} \sqrt{2}$ nên chọn a/

Câu 3: Tích phân $J = \int_0^{\pi/2} e^{\sin^2 x} \sin x \cdot \cos^3 x \cdot dx$ có giá trị bằng với tích phân nào sau đây?

a/ $I = \frac{1}{2} \int_0^1 e^t (1-t) dt$

b/ $I = \frac{-1}{2} \left[\int_0^1 e^t dt + \int_0^1 te^t dt \right]$

c/ $I = \frac{-1}{2} \int_0^1 e^t (1-t) dt$

d/ $I = \frac{1}{2} \left[\int_0^1 e^t dt + \int_0^1 te^t dt \right]$

Lời giải: Đặt $t = \sin^2 x \Rightarrow dt = 2 \sin x \cdot \cos x dx$. Đổi cận được $t=0, t=1$

Nên $J = \int_0^1 e^t (1-t) \frac{dt}{2}$. Đáp án a/

Phân tích đáp án nhiễu:

Tính sai đạo hàm $(\sin x)' = -\cos x$ nên được $dx = \frac{-1}{2} dt$ do đó chọn c/

Do áp dụng sai công thức $\cos^2 x = 1 + \sin^2 x$ nên được đáp án d/

Vừa sai đạo hàm, vừa sai công thức nên được đáp án b/

Câu 4: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{3x^2 + 5x - 1}{x - 2}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = -1$ bằng $a \ln \frac{2}{3} + b$. Khi

đó, $a + 2b$ là:

a/ 2

b/ 40

c/ $\frac{61}{2}$

d/ -2

Lời giải: $S = \int_{-1}^0 \left(3x + 11 + \frac{21}{x-2} \right) dx = \left(\frac{3}{2} x^2 + 11x + 21 \ln |x-2| \right) \Big|_{-1}^0 = 21 \ln \frac{2}{3} + \frac{19}{2}$ nên $a + 2b = 40$. Đáp án: b/

Phân tích đáp án nhiễu:



Tính toán sai $S = \int_{-1}^0 \left(3x + 11 - \frac{21}{x-2} \right) dx = \left(\frac{3}{2}x^2 + 11x - 21\ln|x-2| \right) \Big|_{-1}^0 = -21\ln\frac{2}{3} + \frac{19}{2}$ do đó $a + 2b = -2$ nên

chọn d/

$$S = \int_{-1}^0 \left(3x + 11 + \frac{21}{x-2} \right) dx = \left(\frac{3}{2}x^2 + 11x + 21\ln|x-2| \right) \Big|_{-1}^0 = 21\ln\frac{2}{3} + \frac{19}{2} \text{ mà tính } a + b = \frac{61}{2} \text{ nên chọn c/}$$

$$\text{Giải: } S = \int_{-1}^0 \left(3x + 11 + \frac{21}{x-2} \right) dx = \left(\frac{3}{2}x^2 + 11x + 21\ln|x-2| \right) \Big|_{-1}^0 = 21\ln 2 + 21\ln 3 + \frac{3}{2} - 11 = 21\ln\frac{2}{3} - \frac{19}{2} \text{ nên}$$

$a + 2b = 2$ chọn đáp án a/

Câu 5: Thể tích của vật thể tròn xoay tạo bởi hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x^3 \ln x}$, $x = 1$, $x = e$ khi quay quanh trục Ox có dạng $V = \pi \frac{3e^a + 1}{b}$. Hãy chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau?

a/ $ab = 64$

b/ $a = \log_2 b$

c/ $a + b = 18$

d/ $2a - b = -8$

Lời giải: $V = \pi \int_1^e x^3 \ln x dx = \pi \left(\frac{1}{4} x^4 \ln x \Big|_1^e - \frac{1}{16} x^4 \Big|_1^e \right) = \pi \frac{3e^4 + 1}{16}$ nên $a=4$, $b=16$ do đó chọn c/

Bài giải hạn chế bấm máy tính, cần áp dụng tính phân từng phần, xác định a, b và chọn đáp án đúng.

Phần vận dụng cao

Câu 1. $\int 2^{2x} \cdot 3^x \cdot 7^x dx$ bằng :

A. $\frac{2^{2x} \cdot 3^x \cdot 7^x}{\ln 4 \cdot \ln 3 \cdot \ln 7} + C$

B. $\frac{84^x}{\ln 84} + C$

C. $84^x \ln 84 + C$

D. $48x^2 + C$

Giải thích

Đáp án A sai do hs hiểu nhầm tính chất nguyên hàm

Đáp án A sai là do hs nhầm với công thức tính đạo hàm

Đáp án C sai do hs không thuộc công thức lũy thừa.

Câu 2. Cho a, b là hai số dương. Gọi H là hình phẳng nằm trong góc phần tư thứ hai, giới hạn bởi parabol $y = ax^2$ và đường thẳng $y = -bx$. Thể tích khối tròn xoay tạo được khi quay H xung quanh trục hoành là một số không phụ thuộc vào giá trị của a và b thỏa mãn điều kiện sau:

A. $b^4 = 2a^6$

B. $b^3 = 2a^5$

C. $b^5 = 2a^3$

D. $b^4 = 2a^2$

Giải thích



Ta có
$$V = \pi \int_{\frac{-b}{a}}^0 (-bx)^2 dx - \pi \int_{\frac{-b}{a}}^0 (ax^2)^2 dx = \frac{2\pi b^5}{15a^3}$$

Câu D sai do học sinh tính tổng hai bài và không lấy NH và thế cận vào.

Câu B sai do giải PT hoành độ giao điểm ra sai nghiệm là $-a/b$

Câu A sai do học sinh tính tổng hai bài và không lấy NH và thế cận vào và qui đồng mẫu số sai.

Câu 3. Một ô tô đang chạy với vận tốc 20m/s thì người lái đạp phanh. Sau khi đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -40t + 20(\text{m/s})$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

- A. $0(\text{m})$ B. $5(\text{m})$ C. $20(\text{m})$ D. -40

Giải thích

Câu A sai là do thế vận tốc vào phương trình và tìm ra t

Câu C sai là do thế $t = 0$ vào phương trình.

Câu D sai là hiểu tìm quãng đường là tính đạo hàm.

Câu 4. Tính diện tích S của hình phẳng H giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, trục hoành, và đường thẳng $y = x - 2$ được kết quả là:

- A. $\frac{16}{3}$ B. 2 C. 4 D. $\frac{10}{3}$

Giải thích

Câu A, B, C sai là do học lấy đôi một tính kết quả mà không có vẽ hình để phân chia bài và cận

Câu 5. Tính diện tích S của hình phẳng H nằm trong phần tư thứ nhất và được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 8x$, $y = x$, và đường thẳng $y = x^3$ được kết quả là:

- A. 12 B. $15,75$ C. $6,75$ D. 4

PHẦN 11 :

Câu 1. Hãy chọn mệnh đề đúng dưới đây:

A. $\int f(x).g(x)dx = \int f(x)dx.\int g(x)dx$



$$B. \int \frac{f(x)}{g(x)} dx = \frac{\int f(x) dx}{\int g(x) dx}$$

$$C. \int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$$

$$D. \int f(x) dx = F(x) + C.$$

Câu 2. Hãy chọn mệnh đề đúng dưới đây:

A. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $\frac{1}{F(x)}$ là một nguyên hàm của $\frac{1}{f(x)}$.

B. Nếu $\int f(x) dx = F(x) + C$ thì $\int f(u(x)) \cdot u'(x) dx = F(u(x)) + C$.

C. Nếu $f(x) > g(x) \forall x \in \mathbb{R}$ thì $\int f(x) dx > \int g(x) dx$.

D. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ cùng là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì ta có $F(x) + G(x) = C$ (hằng số).

Câu 3. Câu nào sau đây đúng?

$$A. \int \cos^2 x dx = \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{2} \sin 2x \right) + C$$

$$B. \int (1 + \cot^2 x) dx = \cot x + C$$

$$C. \int \frac{1}{\sqrt{2x}} dx = 2\sqrt{2x} + C$$

$$D. \int \frac{x-1}{x^2} dx = \ln|x| - \frac{1}{x} + C.$$

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x^4 + 3}{x^2}$. Khi đó nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là:

$$A. \frac{2x^3}{3} + \frac{3}{2x} + C$$

$$B. \frac{2x^3}{3} + \frac{3}{x} + C$$

$$C. 2x^3 - \frac{3}{x} + C$$

$$D. \frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} + C.$$

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = 2^x - 4^x$. Khi đó nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là:

$$A. \frac{2^x}{\ln 2} - \frac{(2^x)^2}{\ln 2} + C$$

$$B. \frac{2^x}{\ln 2} (1 - 2^{x-1}) + C$$



$$C. \frac{2^x}{\ln 2} \left(1 - \frac{4^x}{\ln 2} \right) + C$$

$$D. \frac{2^x}{2 \ln 2} (1 - 2^x) + C.$$

Câu 6. Hàm số $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$ có nguyên hàm là:

$$A. x - \frac{1}{x^2} + C$$

$$B. x + \frac{1}{x^2} + C$$

$$C. x - \ln|x| + C$$

$$D. x + \ln|x| + C.$$

Câu 7. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = -\frac{4}{\cos^2 x}$ là:

$$A. -4(1 + \tan^2 x) + C$$

$$B. 4 \tan x + C$$

$$C. -4 \cot x + C$$

$$D. -4 \tan x + C.$$

Câu 8. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x(x-3)^2$ là:

$$A. \frac{1}{4}x^4 - 6x^3 + 9x^2 + C$$

$$B. \frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + \frac{9}{2}x^2 + C$$

$$C. \frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + 9x^2 + C$$

$$D. x^4 - 2x^3 + \frac{9}{2}x^2 + C.$$

Câu 9. Hàm số $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x}}$ có nguyên hàm là:

$$A. \frac{2}{3}x\sqrt{x} + \sqrt{x} + C$$

$$B. \frac{3}{2}x\sqrt{x} + 2\sqrt{x} + C$$

$$C. \frac{3}{2}x\sqrt{x} + \sqrt{x} + C$$

$$D. 2\sqrt{x} \left(\frac{1}{3}x + 1 \right) + C.$$

Câu 10. Hàm số $f(x) = \frac{e^{2x} + 1}{e^{2x}}$ có nguyên hàm là:

$$A. x - \frac{1}{2e^{2x}} + C$$

$$B. x - \frac{1}{2}e^{2x} + C$$

$$C. x + \frac{1}{2e^{2x}} + C$$

$$D. x + \frac{1}{2}e^{-2x} + C.$$



A. $-x \cos x + \sin x + C$

B. $x \sin x + \cos x + C$

C. $x \cos x - \sin x + C$

D. $-x \sin x - \cos x + C$.

Câu 17. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x.e^{-x}$ là:

A. $F(x) = -(x-1)e^{-x}$

B. $F(x) = (x-1)e^{-x}$

C. $F(x) = -(x+1)e^{-x}$

D. $F(x) = (x+1)e^{-x}$.

Câu 18. Nếu $f(x) = \frac{1}{x-4}$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa $F(0) = 1$ thì $F(x)$ là:

A. $\ln|x-4| + 1$

B. $\ln|x-4| + 1 + \ln 4$

C. $\ln|x-4| + 1 - \ln 4$

D. $\frac{1}{4} \ln|x-4| + 1 - \frac{\ln 4}{4}$.

Câu 19. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 1 + \sqrt{x^2}$, biết rằng khi $x=1$ thì nguyên hàm đó bằng 1. Ta có kết quả nào sau đây?

A. $F(x) = x + x^2 + \frac{1}{2}$

B. $F(x) = x - x^2 - \frac{1}{2}$

C. $F(x) = x + \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2}$

D. $F(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2}$.

Câu 20. Hàm số $f(x) = \frac{1 + \ln^2 x}{x}$ có nguyên hàm là:

A. $\ln^3 x + \ln x + C$

B. $\frac{1}{3} \ln x (\ln^2 x - 3) + C$

C. $\frac{1}{3} \ln^3 x + \frac{1}{3} \ln x + C$

D. $\ln x \left(\frac{1}{3} \ln^2 x + 1 \right) + C$.

Câu 21. Hàm số $f(x) = \frac{e^{2x}}{1 + e^{2x}}$ có nguyên hàm là:

A. $\ln(1 + e^{2x}) + C$

B. $2 \ln(1 + e^{2x}) + C$

C. $\ln \sqrt{1 + e^{2x}} + C$

D. $x - \ln(1 + e^{2x}) + C$.



Câu 22. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \tan x \cdot \sin 2x$ thỏa điều kiện $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$ là:

A. $x + \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{\pi}{4}$

B. $x - \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{2} - \frac{\pi}{4}$

C. $\frac{2}{3} \cos^3 x + \frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $\sin 2x - \frac{\pi}{4}$.

Câu 23. Hàm số $F(x) = e^{x^3}$ là nguyên hàm của hàm số:

A. $3x^2 e^{x^3}$

B. $\frac{e^{x^3}}{3x^2}$

C. $\frac{1}{4} e^{x^4}$

D. $3e^{x^3}$.

Câu 24. Hàm số $F(x) = 1 + x \ln x$ là nguyên hàm của hàm số:

A. $1 + \ln x$

B. $x - \ln x$

C. $\frac{\ln x}{x}$

D. $x + \ln x$.

Câu 25. Nếu $\int f(x) dx = \frac{1}{2}(\sin 3x + \sin x) + C$ thì $f(x)$ bằng:

A. $\frac{1}{2}(3\cos 3x + \cos x)$

B. $3\cos 3x + \sin x$

C. $3\sin 3x + \cos x$

D. $\frac{1}{2}(3\sin 3x + \cos x)$.

Câu 26. Cho $f(x) = \tan^2 x$ có nguyên hàm là $F(x)$. Nếu đồ thị $y = F(x)$ cắt trục Oy tại điểm $(0; 2)$ thì $F(x)$ là:

A. $\tan x + 2$

B. $\tan x - x + 2$

C. $\cot x - 2$

D. $\cot x + x + 1$.

Câu 27. Nếu $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$ có nguyên hàm $F(x)$ thỏa $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = -1$ thì giá trị của $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng:



- A. -2 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{5}{2}$ D. $-\frac{3}{2}$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x \cdot \sin^2 x}$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$ thì

$F(x)$ là hàm số nào sau đây:

- A. $\tan x - \cot x + 1$ B. $\cot x - \tan x + 1$
C. $-(\tan x + \cot x) + 3$ D. $\tan x + \cot x - 1$.

Câu 29. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \tan^2 x$. Giá trị của $F\left(\frac{\pi}{4}\right) - F(0)$ bằng:

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $1 + \frac{\pi}{4}$
C. $1 - \frac{\pi}{4}$ D. $\sqrt{3} - \frac{\pi}{4}$.

Câu 30. Một nguyên hàm của $f(x)$ là $F(x) = \frac{x-1}{x+1}$ thì $f(x-1)$ là:

- A. $2x^2$ B. $\frac{2}{x^2}$
C. $x - 1 + \frac{2}{\ln x}$ D. $\frac{2}{(x+1)^2}$.

ĐÁP ÁN

1D	2B	3A	4D	5B	6C	7D	8B	9D	10A
11C	12B	13B	14C	15D	16A	17C	18C	19C	20D
21C	22B	23A	24A	25A	26B	27D	28A	29C	30B

TÍCH PHÂN



**ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN TÍNH DIỆN
TÍCH**

Câu 1: Cho hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$ quay quanh trục trục hoành tạo thành một khối tròn xoay. Công thức tính thể tích của khối tròn xoay nói trên:

A. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$

B. $V = \int_a^b f^2(x) dx$

C. $V = \pi \int_b^a f^2(x) dx$

D. $V = -\pi \int_a^b f^2(x) dx$

Câu 2: Cho hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = \sin x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = \pi$. Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình này quanh trục trục Ox:

A. $V = \pi \int_0^\pi \sin^3 x dx$

B. $V = \int_0^\pi \sin^2 x dx$

C. $V = \pi \int_0^\pi \sin^2 x dx$

D. $V = -\pi \int_0^\pi \sin^2 x dx$

Câu 3: Cho hình phẳng giới hạn bởi đường cong $x = f(y)$, trục tung và hai đường thẳng $y = a, y = b (a < b)$ quay quanh trục trục tung tạo thành một khối tròn xoay. Công thức tính thể tích của khối tròn xoay nói trên:

A. $V = \pi \int_a^b f^2(y) dy$

B. $V = \int_a^b f^2(y) dy$

C. $V = \pi \int_a^b f^3(y) dy$

D. $V = -\pi \int_a^b f^2(y) dy$

Câu 4: Cho hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = \sin x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = \pi$. Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình này quanh trục trục Ox:

A. $\frac{\pi}{2}$

B. $\frac{\pi^2}{2}$



C. $\frac{\pi^2}{3}$

D. $-\frac{\pi^2}{3}$

Câu 5: Cho hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = x^2 - 4x + 4$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 3$. Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình này quanh trục trục Ox :

A. $\frac{31\pi}{5}$

B. $\frac{32\pi^2}{6}$

C. $\frac{33\pi}{5}$

D. $\frac{32\pi^2}{3}$

Câu 6: Cho hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = 2 - x^2$, $y = 1$. Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình này quanh trục trục Ox :

A. $\frac{56\pi}{25}$

B. $\frac{56\pi^2}{6}$

C. $\frac{33\pi}{5}$

D. $\frac{56\pi}{15}$

Câu 7: Cho hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = 2x - x^2$, $y = x$. Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình này quanh trục trục Ox :

A. $\frac{\pi}{25}$

B. $\frac{\pi}{6}$

C. $\frac{\pi}{5}$

D. $\frac{6\pi}{5}$

Câu 8: Cho hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = 1 - x^2$, $y = 0$. Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình này quanh trục trục Ox :

A. $V = \int_{-1}^1 (1 - x^2)^2 dx$

B. $V = \pi \int_{-1}^1 (1 - x^2)^2 dx$

C. $V = \pi \int_{-1}^1 (1 - x^2) dx$

D. $V = \pi \int_{-1}^1 (1 - x^4) dx$

Câu 9: Cho hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = (1 - x)^2$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình này quanh trục trục Ox :



A. $\frac{8\sqrt{2}\pi}{3}$

B. $\frac{2\pi}{5}$

C. $\frac{5\pi}{2}$

D. 2π

Câu 10: Cho hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = x^2, x = y^2$. Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình này quanh trục trục Ox :

A. $\frac{8\pi}{3}$

B. $\frac{2\pi}{5}$

C. $\frac{\pi}{2}$

D. $\frac{3\pi}{10}$

Câu 11: Cho hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = (2x+1)^{\frac{1}{3}}, x = 0, y = 3$. Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình này quanh trục trục Oy :

A. $\frac{480\pi}{7}$

B. $\frac{481\pi}{7}$

C. $\frac{48\pi}{7}$

D. $\frac{488\pi}{7}$

Câu 12: Cho hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = x^2 + 1, x = 0$ và tiếp tuyến với $y = x^2 + 1$ tại điểm $M(1;2)$. Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình này quanh trục trục Ox :

A. $\frac{8\pi}{7}$

B. $\frac{11\pi}{15}$

C. $\frac{8\pi}{15}$

D. $\frac{4\pi}{7}$

Câu 13: Cho hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{x}, y = x$. Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình này quanh trục trục Ox :

A. 0

B. π

C. $-\pi$

D. $\frac{\pi}{6}$



Câu 14: Cho hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = \ln x, y = 0, x = e$. Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình này quanh trục trục Oy:

A. $\frac{(e^2 - 1)\pi}{2}$

B. $\frac{(e^2 + 1)\pi}{2}$

C. $\frac{(2e^2 - 1)\pi}{2}$

D. $\frac{(e^2 - 2)\pi}{2}$

Câu 15: Cho hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = x^{\frac{2}{3}}, x = 0$ và tiếp tuyến với $y = x^{\frac{2}{3}}$ tại điểm có hoành độ bằng 1. Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình này quanh trục trục Oy:

A. $\frac{5\pi}{26}$

B. $\frac{\pi}{26}$

C. $\frac{7\pi}{36}$

D. $\frac{\pi}{36}$

Câu 16: Cho hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = \frac{1}{x} - 1, y = 0, y = 2x$. Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình này quanh trục trục Ox:

A. $\frac{(5 + 6\ln 2)\pi}{3}$

B. $\frac{(1 + 6\ln 2)\pi}{3}$

C. $\frac{(5 - 6\ln 2)\pi}{3}$

D. $\frac{(5 + 6\ln 2)}{3}$

Câu 17: Cho hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = |2x - x^2|, y = 0, x = 3$. Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình này quanh trục trục Ox:

A. $\frac{3\pi}{5}$

B. $\frac{18\pi}{5}$

C. $\frac{7\pi}{5}$

D. $\frac{\pi}{5}$

Câu 18: Cho hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = |2x - x^2|, y = 0, x = 3$. Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình này quanh trục trục Oy:



A. $\frac{\pi}{6}$

B. $\frac{17\pi}{6}$

C. $\frac{7\pi}{6}$

D. $\frac{59\pi}{6}$

Câu 19: Cho hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = 2\sqrt{1-x^2}$, $y = 2(1-x)$. Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình này quanh trục trục Ox :

A. $\frac{\pi}{6}$

B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{4\pi}{3}$

D. $\frac{5\pi}{6}$

Câu 20: Cho hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = \frac{1}{x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = a$ ($a > 1$). Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình này quanh trục trục Ox :

A. $\frac{(a+1)\pi}{3}$

B. $\frac{(a-1)\pi}{a}$

C. $\frac{(a-1)\pi}{3}$

D. $\frac{(a+1)\pi}{a}$

ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN TÍNH THỂ TÍCH

Câu 1. Công thức nào diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$

A. $\int_a^b f(x)dx$

B. $\int_a^b |f(x)|dx$

C. $\pi \int_a^b f(x)dx$

D. $\pi \int_a^b f^2(x)dx$

Câu 2. Công thức nào diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$



$$A. \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$$

$$B. \int_a^b (f(x) + g(x)) dx$$

$$C. \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

$$D. \int_a^b |f(x) + g(x)| dx$$

Câu 3. Trong các tích phân sau, tích phân nào là công thức tính diện tích giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x - 2\cos x$ trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$ là

$$A. \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x - 2\cos x) dx$$

$$B. \int_0^{\frac{\pi}{2}} |\sin x - 2\cos x| dx$$

$$C. \int_0^{\frac{\pi}{2}} |\sin x| - |2\cos x| dx$$

$$D. \left| \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x - 2\cos x) dx \right|$$

Câu 4. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$ trục hoành và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 2$

$$A. S = \frac{17}{4}$$

$$B. S = 4$$

$$C. S = \frac{1}{4}$$

$$D. S = \frac{15}{4}$$

Câu 5. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = 2x^2 - 4x - 6$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -2$, $x = -4$ là:

$$A. 12$$

$$B. \frac{40}{3}$$

$$C. \frac{92}{3}$$

$$D. \frac{50}{3}$$

Câu 6. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đường thẳng $x = 0$, $x = \pi$ và hai đồ thị hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$

$$A. S = 2$$

$$B. S = 4$$

$$C. S = 0$$

$$D. S = 2\sqrt{2}$$

Câu 7. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đường thẳng $x = 0$, $x = 1$ và hai đồ thị hàm số $y = e^x$, $y = 2$

$$A. S = 2$$

$$B. S = e - 1$$

$$C. S = e + 1$$

$$D. S = 3 - e$$

Câu 8. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^3$ và $y = x^5$ là:

$$A. \frac{1}{12}$$

$$B. \frac{1}{6}$$

$$C. \frac{2}{6}$$

$$D. 0$$

Câu 9. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x + \sin x$, $y = x$ và $0 \leq x \leq 2\pi$

$$A. 3$$

$$B. 4$$

$$C. 2$$

$$D. 1$$



Câu 10. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = -3x^3 + 3x + 1$ và đường thẳng $y = 3$ là:

- B. $\frac{57}{4}$ B. $\frac{45}{4}$ C. $\frac{27}{4}$ D. $\frac{21}{4}$

Câu 11. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = (e+1)x$ và $y = (1+e^x)x$ là:

- A. $2 - \frac{e}{2}$ B. 2 C. $\frac{e}{2} - 1$ D. $\frac{3}{e} - 1$

Câu 12. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^2$, $y = \ln \frac{1}{x+1}$ và đường thẳng $x = 1$ là:

- A. $-\frac{8}{3} \ln 2 + \frac{31}{18}$ B. $\frac{8}{3} \ln 2 - \frac{31}{18}$ C. $-\frac{8}{3} \ln 2 + \frac{23}{18}$ D. $-\frac{8}{3} \ln 2 + \frac{31}{18}$

Câu 13. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và $y = x - x^2$ là:

- A. $\frac{8}{3}$ B. $\frac{33}{12}$ C. $\frac{37}{12}$ D. $\frac{5}{12}$

Câu 14. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = -2x^2 + x + 3$ và trục hoành là:

- C. $\frac{125}{24}$ B. $\frac{125}{34}$ C. $\frac{125}{14}$ D. $\frac{125}{44}$

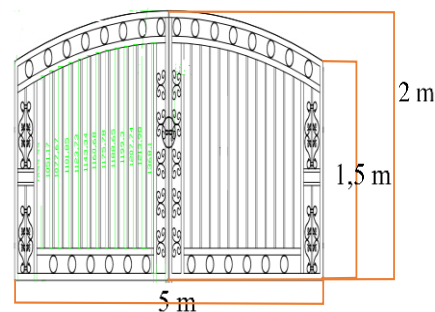
Câu 15. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = |x^2 - 4x + 3|$ và $y = x + 3$ là:

- A. $\frac{55}{6}$ B. $\frac{205}{6}$ C. $\frac{109}{6}$ D. $\frac{126}{6}$

Câu 16. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = 2 - x^2$, $y = \sqrt{1 - x^2}$ và trục hoành là:

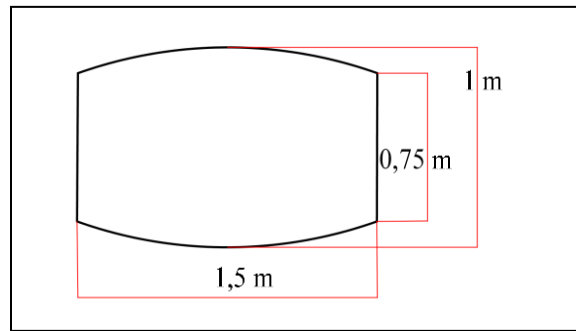
- D. $3\sqrt{2} - 2\pi$ B. $2\sqrt{2} - \frac{\pi}{2}$ C. $\frac{8\sqrt{2}}{3} - \frac{\pi}{2}$ D. $4\sqrt{2} - \pi$

Câu 17. Anh An muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước giống như hình vẽ kế bên, biết đường cong phía trên là một parabol. Giá $1m^2$ cửa rào sắt có giá là 700000 đồng. Vậy anh An phải trả bao nhiêu tiền để làm cái cửa rào sắt như vậy. (làm tròn đến chục nghìn)



A. 6420000 B. 6320000 C. 6520000 D. 66200000

Câu 18. Một quán café muốn làm cái bảng một phần của Elip có kích thước, hình giống như hình vẽ và có chất lượng Diện tích gỗ bề mặt bảng hiệu là (làm hàng phần chục)



hiệu là dạng bằng gỗ. tròn đến

- A. 2.3
B. 2.4
C. 2.5
D. 2.6

Câu 19. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^2 + 1$, tiếp tuyến của parabol đã cho tại điểm $M(2;5)$ và trục tung là:

- E. $\frac{7}{3}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{8}{3}$ D. 2

Câu 20. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị (C). Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = 1.9$ là (làm tròn đến hàng phần chục)

- A 4.1 B. 4.2 C. 4.3 D. 4.4

PHẦN 12 :

I. NHẬN BIẾT

Câu 1. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+5}$ là :

- A. $F(x) = \frac{1}{2} \ln|2x+5| + 2016$ C. $F(x) = \ln|2x+5|$
B. $F(x) = -\frac{2}{(2x+5)^2}$ D. $F(x) = -\frac{1}{(2x+5)^2}$

Câu 2. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x^3 - \frac{1}{2} + \sin 10$ là :



A. $\frac{x^4}{4} - \left(\frac{1}{2} - \sin 10\right)x$

C. $\frac{x^4}{4}$

B. $F(x) = \frac{1}{4}x^4 - \ln 2 - \cos 10$

D. $F(x) = 3x^2$

Câu 3. Hàm số $F(x) = \frac{1}{x}$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây ?

A. $f(x) = \ln|x| + 2$

B. $f(x) = -\frac{1}{x^2}$

C. 1

D. $\frac{2}{x^2}$

Câu 4. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 3^x$ là :

A. $F(x) = \frac{3^x}{\ln 3}$

B. $F(x) = \frac{3^{x+1}}{x+1}$

C. $F(x) = 3^x$

D. $F(x) = \frac{3^x}{x+1}$

Câu 5. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{3}{x} - 2\sqrt{x}$ là :

A. $F(x) = \frac{x^3}{3} + 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3}$

C. $F(x) = \frac{x^3}{3} + 3\ln x - \frac{4}{3}\sqrt{x^3}$

B. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{x^2} + \frac{4}{3}\sqrt{x^3}$

D. $F(x) = \frac{x^3}{3} + 3\ln|x| + \frac{4}{3}\sqrt{x^3}$

Câu 6. Kết quả của $\int \tan^2 x dx$ là :

A. $\tan x - x + C$

B. $\tan x - 1 + C$

C. $\cot^2 x + C$

D. $(1 + \tan^2 x)^2 + C$

Câu 8. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ là :

A. e^{2x}

B. $2e^{2x}$

C. $\frac{e^{2x+1}}{2x+1}$

D. $\frac{1}{2}e^{2x}$

Câu 9. Kết quả của $\int \sin \frac{3x}{2} dx$ là :

A. $-\frac{2}{3}\cos \frac{3x}{2} + C$

B. $\frac{2}{3}\cos \frac{3x}{2} + C$

C. $-\frac{3}{2}\cos \frac{3x}{2} + C$

D. $\frac{3}{2}\cos \frac{3x}{2} + C$

Câu 10. Tìm hàm số $f(x)$ biết $f'(x) = \sin x - \cos x$ và $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$, ta được kết quả là :



A. $f(x) = -\cos x - \sin x + \sqrt{2}$

C. $f(x) = \cos x - \sin x + \frac{\sqrt{2}}{2}$

B. $f(x) = \cos x - \sin x + \sqrt{2}$

D. $f(x) = -\cos x - \sin x - \frac{\sqrt{2}}{2}$

II. THÔNG HIỂU

Câu 11. Nguyên hàm của hàm số: $y = \sin^3 x \cdot \cos x$ là:

A. $\frac{1}{4} \sin^4 x + C$

B. $-\frac{1}{4} \sin^4 x + C$

C. $\frac{1}{4} \cos^4 x + C$

D. $-\frac{1}{4} \cos^4 x + C$

Câu 12. Một nguyên hàm của hàm số: $y = \cos 5x \cdot \cos x$ là:

A. $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{6} \sin 6x + \frac{1}{4} \sin 4x \right)$

B. $\cos 6x$

C. $F(x) = \sin 6x$

D. $-\frac{1}{2} \left(\frac{\sin 6x}{6} + \frac{\sin 4x}{4} \right)$

Câu 13. Họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ là :

A. $F(x) = \frac{1}{2} \ln(x^2+1) + C$

C. $2x + C$

B. $F(x) = \ln(x^2+1) + C$

D. $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + C$

Câu 14. Kết quả của $\int \ln x dx$ là :

A. $x \ln x - x + C$

B. $x \ln x + x + C$

C. $x \ln x + C$

D. $\frac{1}{x} + C$

Câu 15. Kết quả của $\int e^x \left(3 - \frac{2}{x^5 e^x} \right) dx$ là :

A. $3e^x + \frac{1}{2x^4} + C$

B. $-3e^x - \frac{1}{2x^4} + C$

C. $3e^x - \frac{1}{2x^4} + C$

D. $-3e^x + \frac{1}{2x^4} + C$

Câu 16. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \tan^2 x$ thỏa $F(0) = 3$ là :

A. $\tan x - x + 3$

B. $\tan x - x - 3$

C. $\tan x + x + 3$

D. $\tan x + x - 3$

Câu 17. Kết quả của $\int \frac{\cos x}{\sin^{20} x} dx$ là :



A. $-\frac{1}{19\sin^{19}x} - \frac{1}{19}$ B. $\frac{1}{19\sin^{19}x} + \frac{1}{19}$ C. $-\frac{1}{19\sin^{19}x} + \frac{1}{19}$ D. $\frac{1}{19\sin^{19}x} - \frac{1}{19}$

Câu 18. Kết quả của $\int x \sin x dx$ là

A. $-x \cos x + \sin x + C$ B. $x \cos x - \sin x + C$ C. $-x \sin x + \cos x + C$ D. $x \sin x - \cos x + C$

Câu 19. Nếu $f'(x) = \cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ và $f(0) = \frac{13}{4}$ thì :

A. $f(x) = \frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{2}\cos 2x\right) + 3$ C. $f(x) = \sin x + \frac{7}{2}$
 B. $f(x) = x - \frac{1}{2}\cos 2x + 4$ D. $f(x) = \frac{1}{2}\cos 2x + 3$

Câu 20. Hàm số $F(x) = e^{x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây ?

A. $f(x) = 2xe^{x^2}$ B. $f(x) = e^{2x}$ C. $f(x) = \frac{e^{x^2}}{2x}$ D. $\frac{x}{2}e^{x^2}$

III. VẬN DỤNG THẤP

Câu 21. Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{4+x^2}}$?

A. $F(x) = \ln\left(x - \sqrt{4+x^2}\right)$ B. $F(x) = \ln\left(x + \sqrt{4+x^2}\right)$
 C. $F(x) = 2\sqrt{4+x^2}$ D. $F(x) = x + 2\sqrt{4+x^2}$

Câu 22. Họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin^2 x$ là :

A. $F(x) = \frac{1}{2}\left(x - \frac{\sin 2x}{2}\right) + C$ B. $F(x) = \frac{1}{2}\left(x - \frac{\cos 2x}{2}\right) + C$
 C. $F(x) = \frac{1}{2}\left(x + \frac{\sin 2x}{2}\right) + C$ D. $F(x) = \frac{1}{2}(x - \sin 2x) + C$

Câu 23. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$ thỏa $F(0) = -\ln 3$ là :

A. $\ln(e^x + 2) + \ln 3$ C. $\ln(e^x + 2) + 2\ln 3$



B. $\ln(e^x + 2) - \ln 3$

D. $\ln(e^x + 2) - 2\ln 3$

Câu 24. Hàm số $F(x) = \ln|\sin x - 3\cos x|$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây ?

A. $f(x) = \frac{\cos x + 3\sin x}{\sin x - 3\cos x}$

C. $f(x) = \frac{-\cos x - 3\sin x}{\sin x - 3\cos x}$

B. $f(x) = \cos x + 3\sin x$

D. $f(x) = \frac{\sin x - 3\cos x}{\cos x + 3\sin x}$

Câu 25. Kết quả của $\int \tan x dx$ là :

A. $\cot x + C$

C. $\ln|\cos x| + C$

B. $-\ln|\cos x| + C$

D. $\ln|\sin x| + C$

IV. VẬN DỤNG CAO

Câu 26. Họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4x + 3}$ là :

A. $F(x) = \ln|x^2 - 4x + 3| + C$

C. $F(x) = \ln\left|\frac{x-3}{x-1}\right| + C$

B. $F(x) = \frac{1}{2} \ln\left|\frac{x-1}{x-3}\right| + C$

D. $F(x) = \frac{1}{2} \ln\left|\frac{x-3}{x-1}\right| + C$

Câu 27. Kết quả của $\int \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} dx$ là :

A. $\tan x \cdot \cot x + C$

C. $\frac{1}{\tan x \cdot \cot x} + C$

B. $\tan x - \cot x + C$

D. $\tan x + \cot x + C$

Câu 28. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin^2 2x \cdot \cos^3 2x$ thỏa $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ là :

A. $\frac{1}{6} \sin^3 2x + \frac{1}{10} \sin^5 2x$

C. $\frac{1}{6} \sin^3 2x + \frac{1}{10} \sin^5 2x + \frac{4}{15}$

B. $\frac{1}{6} \sin^3 2x - \frac{1}{10} \sin^5 2x$

D. $\frac{1}{6} \sin^3 2x - \frac{1}{10} \sin^5 2x + \frac{1}{15}$

Câu 29. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sin x \cdot \cos x}{\sqrt{\cos^2 x - \sin^2 x}}$ là :



A. $-\frac{1}{2}\sqrt{\cos 2x} + C$

B. $-\sqrt{\cos 2x} + C$

C. $\frac{1}{2}\sqrt{\cos 2x} + C$

D. $\sqrt{\cos 2x} + C$

Câu 30. Kết quả của $\int \frac{1}{x \cos^2(\ln x)} dx$ là :

A. $x \tan(\ln x) + C$

B. $x - \tan(\ln x) + C$

C. $x + \tan(\ln x) + C$

D. $\tan(\ln x) + C$

1A	2A	3A	4A	5A	6A	7A	8A	9A	10A
11A	12A	13A	14A	15A	16A	17A	18A	19A	20A
21A	22A	23A	24A	25A	26A	27A	28A	29A	30A

TÍCH PHÂN

I/ CẤP ĐỘ NHẬN BIẾT

Câu 1. Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ bằng

A. 1

B. -1

C. 0

D. -2

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên đoạn $[a; b]$ và $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên khoảng $(a; b)$. Kết luận nào sau đây là đúng: $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$ khi và chỉ khi

A. $F'(a) = f(a)$ và $F'(b) = f(b)$

B. $F'(a^+) = f(a)$ và $F'(b^+) = f(b)$

C. $F'(a^-) = f(a)$ và $F'(b^+) = f(b)$

D. $F'(a^+) = f(a)$ và $F'(b^-) = f(b)$



Câu 3. Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} (1 + \tan^2 x) dx$ bằng

A. $-\sqrt{3}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $\sqrt{3}$

D. 1

Câu 4. Hàm số nào sau đây không có tích phân trên đoạn $[0; 1]$

A. $f(x) = \ln(x+1)$

B. $f(x) = \ln x$

C. $f(x) = \ln(x+2)$

D. $f(x) = \ln(x+3)$

Câu 5. Kết quả của $I = \int_1^1 \frac{dx}{x}$ là

A. 0

B. -1

C. 1

D. Không tồn tại

Câu 6. Đẳng thức nào sau đây là đúng

A. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \sin x dx$

B. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin t dt$

C. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$

D. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \cos 2x dx$

Câu 7. Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \frac{x}{3} dx$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$

B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{6}$

D. $\frac{3}{2}$

Câu 8. Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot \cos x dx$ bằng



A. $\frac{1}{2}$

B. $-\frac{1}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 9. Tích phân $I = \int_0^1 \frac{dx}{x+1}$ bằng

A. $1+2\ln 2$

B. $1-\ln 2$

C. $1+\ln 2$

D. $\ln 2$

Câu 10. Tích phân $I = \int_1^2 \frac{e^x}{e^x-1} dx$ bằng

A. $\ln(e+1)$

B. $\ln(e-1)$

C. $-\ln(e+1)$

D. $\ln(e^2-1)$

II/ CẤP ĐỘ THÔNG HIỂU

Câu 11. Biết $\int_0^1 (a+1)dx = 3$. Khi đó số thực a bằng

A. -2

B. 2

C. $\frac{1}{2}$

D. $-\frac{1}{2}$

Câu 12. Cho biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (t \sin x - 2)dx = -2$. Khi đó số thực t bằng

A. $\pi+3$

B. $\pi-3$

C. π

D. $\frac{1}{2}$

Câu 13. Tích phân $I = \int_2^5 \frac{x^2-x+1}{x-1} dx$ bằng

A. $6+\ln 3$

B. $6-\ln 3$

C. $-6+\ln 3$

D. $-6-\ln 3$



Câu 14. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. Hàm số $f(x) = \frac{1}{x-2}$ có tích phân trên đoạn $[0; 2]$.

B. Hàm số $f(x) = \frac{1}{x-2}$ không có tích phân trên đoạn $[0; 1]$.

C. Nếu $f(x)$ không liên tục trên đoạn $[a; b]$ thì $f(x)$ có tích phân trên $[a; b]$.

D. Nếu $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ thì $f(x)$ có tích phân trên $[a; b]$.

Câu 15. Tích phân của $\tan x$ trên đoạn $[0; \frac{\pi}{4}]$ là

A. $-\ln \frac{1}{2}$

B. $1 + \ln \frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\ln \frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $-\ln \frac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 16. Tích phân $I = \int_{-1}^2 \frac{xdx}{x^2 + 2}$ bằng

A. $\frac{1}{2} \ln 2$

B. $2 \ln 2$

C. $\ln \frac{1}{2}$

D. $2 \ln \frac{1}{2}$

Câu 17. Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos^3 x dx$ bằng

A. $3\sqrt{3}$

B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

D. $\frac{3\sqrt{3}}{8}$

Câu 18. Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx$ bằng

A. $1 + \frac{\pi}{4}$

B. $-1 + \frac{\pi}{4}$



C. $1 - \frac{\pi}{4}$

D. 1

Câu 19. Tích phân $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ bằng

A. $\frac{\pi}{4}$

B. $\frac{\pi}{6}$

C. $\frac{\pi}{3}$

D. $\frac{\pi}{2}$

Câu 20. Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sqrt{4\sin x + 1} \cdot \cos x dx$ bằng

A. $3 + \sqrt{3}$

B. $3 - \sqrt{3}$

C. $\frac{3\sqrt{3}-1}{6}$

D. $\frac{3\sqrt{3}-1}{2}$

III/ CẤP ĐỘ VẬN DỤNG THẤP

Câu 21. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{e^{4x}-1}{e^{2x}+1}$ là

A. $\frac{1}{2}e^{2x} + x$

B. $\frac{1}{2}e^{2x} - x$

C. $2e^{2x} + x$

D. $2e^{2x} - x$

Câu 22. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x-1}$ và $F(2) = 1$. Khi đó $F(3)$ bằng

A. $\ln 2$

B. $\ln 2 + 1$

C. $\ln \frac{3}{2}$

D. $\frac{1}{2}$

Câu 23. Các số thực x sau đây thỏa mãn đẳng thức $\int_0^x (1-t)dt = 0$

A. $x = 0$ hoặc $x = -2$.

B. $x = 0$ hoặc $x = 2$.

C. $x = 0$ hoặc $x = 1$.

D. $x = 0$ hoặc $x = -1$.



Câu 24. Tích phân $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$ bằng

A. $2(1+\ln 2)$

B. $2(1-\ln 2)$

C. $1+2\ln 2$

D. $1-2\ln 2$

Câu 25. Tích phân $I = \int_0^{\ln 2} \frac{e^x dx}{\sqrt{e^x + 2}}$ bằng

A. $2+\sqrt{3}$

B. $2(\sqrt{3}-2)$

C. $2(2-\sqrt{3})$

D. $2(\sqrt{3}+2)$

IV/ CẤP ĐỘ VẬN DỤNG CAO

Câu 26. $\int 2^{2x} \cdot 3^x \cdot 7^x dx$ bằng

A. $\frac{2^{2x} \cdot 3^x \cdot 7^x}{\ln 4 \cdot \ln 3 \cdot \ln 7} + C$

B. $\frac{84^x}{\ln 84} + C$

C. $84^x \ln 84 + C$

D. $48x^2 + C$

Câu 27. Đẳng thức nào sau đây là sai

A. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x, \cos x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x, \sin x) dx$

B. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x, \cos x) dx = -\int_{\frac{\pi}{2}}^0 f(\cos x, \sin x) dx$

C. $\int_0^{\pi} f(x \sin x) dx = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} f(\sin x) dx$

D. $\int_0^{\pi} f(x \sin x) dx = \pi \int_0^{\pi} f(\sin x) dx$

Câu 28. Cho phương trình $\int_{\sqrt{2}}^t \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \frac{\pi}{12}$, ($t \geq \sqrt{2}$). Khi đó nghiệm thực t của phương trình đã cho là

A. $\frac{1}{2}$

B. $-\frac{1}{2}$

C. 2

D. -2

Câu 29. Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt[3]{\sin x}}{\sqrt[3]{\sin x} + \sqrt[3]{\cos x}} dx$ bằng



A. $\frac{\pi}{2}$

B. $\frac{\pi}{4}$

C. $\frac{\pi}{8}$

D. $\frac{\pi}{12}$

Câu 30. Tích phân $I = \int_{-1}^1 \frac{dx}{(e^x + 1)(x + 3)}$ bằng

A. $\frac{1}{2} \ln 2$

B. $\frac{1}{2} \ln 3$

1A	2D	3C	4B	5A	6B	7D	8A	9D	10A
11B	12A	13A	14D	15D	16A	17D	18C	19A	20C
21B	22B	23B	24B	25C	26B	27D	28C	29B	30A

ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

NHẬN BIẾT

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Khi đó, diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức:

A. $S = \pi \int_a^b f(x) dx$ B. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$ C. $S = \int_a^b |f(x)| dx$ D. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$

Câu 2. Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Khi đó, diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức:

A. $S = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$ B. $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$
C. $S = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ D. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$

Câu 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sin x, y = 0, x = 0, x = \pi$ bằng:

A. $\frac{6}{7} \pi$

B. 2

C. 2π

D. $\frac{6}{7}$

Câu 4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - x$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 2$ bằng:



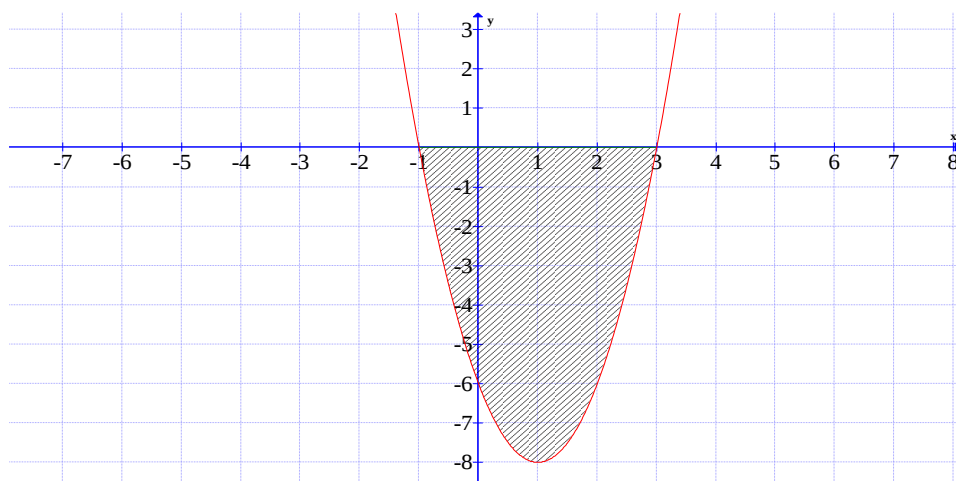
A. $\frac{2}{3}$

B. π

C. 1

D. $\frac{2}{3}\pi$

Câu 5. Cho đồ thị hàm số $y = g(x)$. Diện tích hình phẳng (phần gạch trong hình vẽ) bằng:



A. $\int_{-1}^3 g(x) dx$

B. $\int_0^3 |g(x)| dx$

C. $-\int_{-1}^3 g(x) dx$

D. $-\int_{-8}^0 g(x) dx$

THÔNG HIỂU

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$. Nếu đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại một điểm duy nhất có hoành độ $c \in (a; b)$. Khi đó, diện tích S được tính theo công thức:

A. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$

B. $S = \left| \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \right|$

C. $S = \pi \left| \int_a^c f(x) dx \right| + \pi \left| \int_c^b f(x) dx \right|$

D. $S = \left| \int_a^c f(x) dx \right| + \left| \int_c^b f(x) dx \right|$



Câu 7. Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$. Nếu phương trình $f(x) - g(x) = 0$ có một nghiệm duy nhất $c \in (a; b)$. Khi đó, diện tích S được tính theo công thức:

A. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$

B. $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$

C. $S = \left| \int_a^c f(x) dx \right| + \left| \int_c^b g(x) dx \right|$

D. $S = \left| \int_a^c [f(x) - g(x)] dx \right| + \left| \int_c^b [f(x) - g(x)] dx \right|$

Câu 8. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x$ và trục hoành bằng :

A. $\frac{4}{3}\pi$

B. $\frac{4}{3}$

C. π

D. 1

Câu 9. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^2 - x$ và $y = 3x$ bằng :

A. $\frac{32}{3}$

B. $\frac{40}{3}$

C. $\frac{32}{3}\pi$

D. $\frac{40}{3}\pi$

Câu 10. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \ln x$, trục hoành và đường thẳng $x = e$ bằng :

A. e

B. $e\pi$

C. 1

D. π

VẬN DỤNG THẤP

Câu 11. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = y^3, y = 1, x = 8$ bằng :

A. $\frac{5}{4}$

B. $\frac{7}{4}$

C. $\frac{11}{4}$

D. $\frac{17}{4}$

Câu 12. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong (C): $y = \frac{2x+1}{x+1}$, tiệm cận ngang của (C) và hai đường thẳng $x = 1, x = 3$ bằng :

A. $\ln 2$

B. $4\ln 2$

C. $1 + \ln 2$

D. 1

Câu 13. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{4-x}{x+1}, y = 0, x = 2, x = 6$ không được tính bởi công thức nào sau đây :

A. $\int_2^6 \left| \frac{4-x}{x+1} \right| dx$

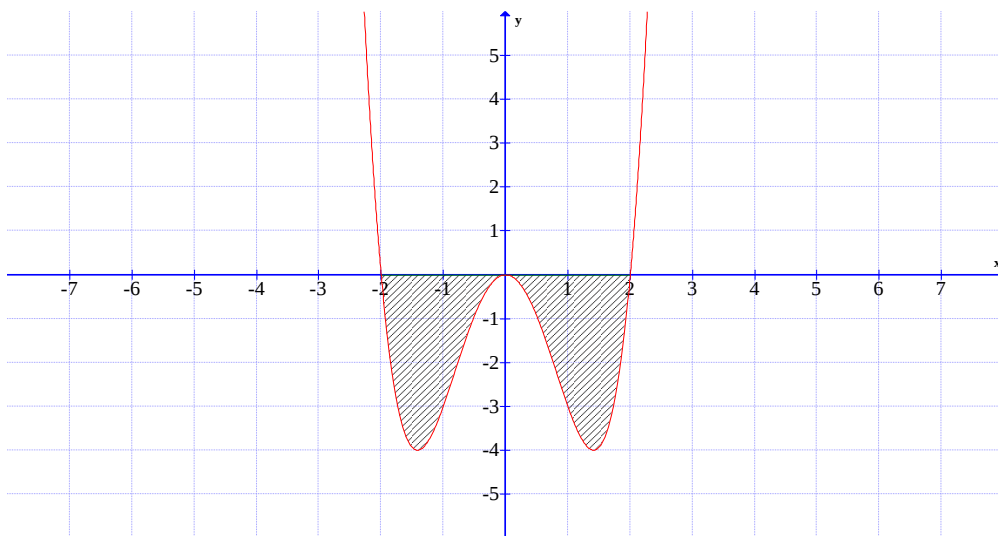
B. $\int_2^4 \frac{4-x}{x+1} dx + \int_4^6 \frac{4-x}{x+1} dx$



C. $\int_2^4 \frac{4-x}{x+1} dx - \int_4^6 \frac{4-x}{x+1} dx$

D. $\int_2^4 \frac{4-x}{x+1} dx + \int_4^6 \frac{x-4}{x+1} dx$

Câu 14. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng (phần gạch trong hình vẽ) bằng:



A. $-\int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx$

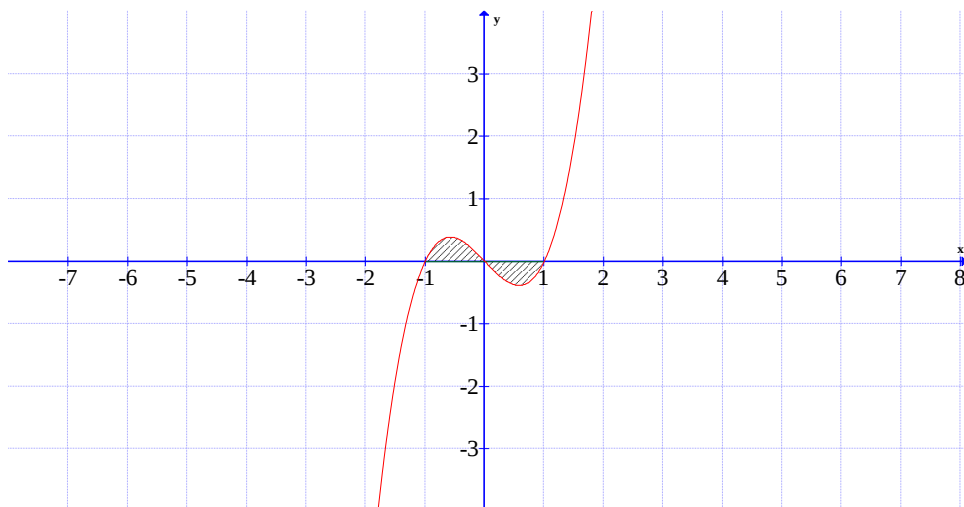
B. $\int_{-2}^2 f(x) dx$

C. $\int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^2 f(x) dx$

D. $-2 \int_0^2 f(x) dx$

Câu 15. Cho đồ thị hàm số $y = h(x)$. Diện tích hình phẳng (phần gạch trong hình vẽ) bằng:





A. $\int_{-1}^1 g(x)dx$

B. $\int_{-1}^0 h(x)dx + \int_1^0 h(x)dx$

C. $\int_{-1}^0 h(x)dx + \int_0^1 h(x)dx$

D. $-\int_{-1}^0 h(x)dx + \int_0^1 h(x)dx$

VẬN DỤNG CAO

Câu 16. Số đo diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P): $y = x^2 - 2x + 2$, tiếp tuyến của (P) tại điểm $M(3;5)$ và trục tung bằng:

- A. 9 B. 8 C. 9π D. 8π

Câu 17. Số đo diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường $xy = 4$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = 3a (a > 0)$ bằng :

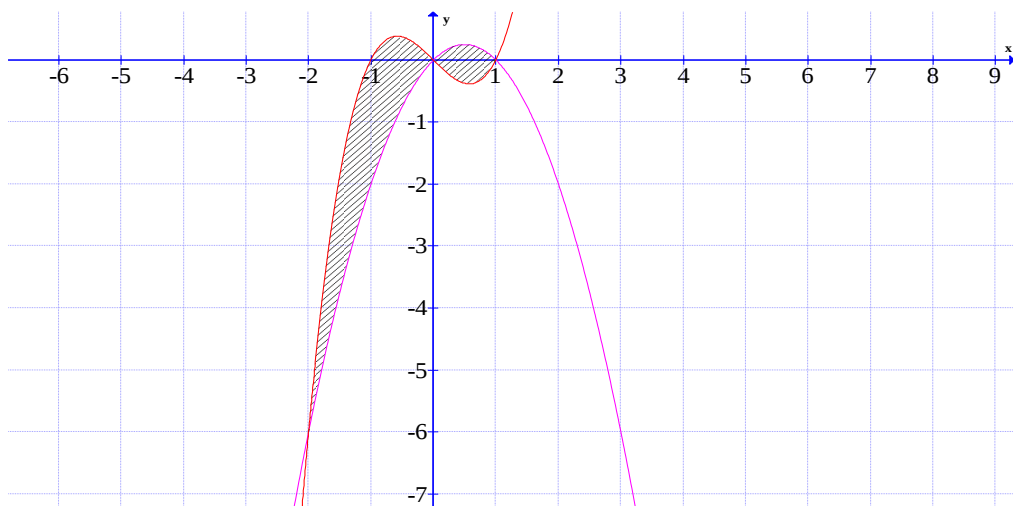
- A. $4\pi \ln 3$ B. $4 \ln 3$ C. $4 \ln 2a$ D. $4\pi \ln 2a$

Câu 18. Số đo diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x, y = 1$ và $y = \frac{x^2}{4}$ trong miền $x \geq 0, y \geq 1$ bằng :

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{2}\pi$ C. $\frac{5}{6}\pi$ D. $\frac{5}{6}$

Câu 19. Cho đồ thị hai hàm số $y = f_1(x)$ (đường vẽ màu đỏ) và $y = f_2(x)$ (đường vẽ màu hồng). Diện tích hình phẳng (phần gạch trong hình vẽ) bằng:





A. $\int_{-2}^1 [f_1(x) - f_2(x)] dx$

B. $\int_{-2}^0 [f_1(x) - f_2(x)] dx + \int_0^1 [f_1(x) - f_2(x)] dx$

C. $\int_{-1}^0 [f_1(x) - f_2(x)] dx - \int_0^1 [f_1(x) - f_2(x)] dx$

D. $\int_{-2}^0 [f_1(x) - f_2(x)] dx + \int_0^1 [f_2(x) - f_1(x)] dx$

Câu 20. Cho parabol (P): $y = x^2 + 1$ và đường thẳng (d): $y = mx + 2$. Với giá trị thực m nào dưới đây thì diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và (d) đạt giá trị nhỏ nhất

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{3}{4}$

C.1

D.0

1.C	2.D	3.B	4.C	5.C	6.D	7.D	8.B	9.A	10.C
11.D	12.A	13.B	14.D	15.B	16.A	17.B	18.D	19.D	20.D

PHẦN 13 :

NGUYỄN HÀM

Mức độ nhận biết.

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$ là:



A. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$ B. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \frac{1}{x^2} + C$ C. $x^3 - 3x^2 + \ln x + C$ D. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - \ln|x| + C$

Câu 2: Họ nguyên hàm của $f(x) = x^2 - 2x + 1$ là

A. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2 + x + C$ B. $F(x) = 2x - 2 + C$
C. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x + C$ D. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x + C$

Câu 3: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$ là :

A. $\ln x - \ln x^2 + C$ B. $\ln x - \frac{1}{x} + C$ C. $\ln|x| + \frac{1}{x} + C$ D. Kết quả khác

Câu 4: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x} - e^x$ là:

A. $\frac{1}{2}e^{2x} - e^x + C$ B. $2e^{2x} - e^x + C$ C. $e^x(e^x - x) + C$ D. Kết quả khác

Câu 5: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$ là:

A. $\frac{1}{3}\sin 3x + C$ B. $-\frac{1}{3}\sin 3x + C$ C. $-\sin 3x + C$ D. $-3\sin 3x + C$

Câu 6: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2e^x + \frac{1}{\cos^2 x}$ là:

A. $2e^x + \tan x + C$ B. $e^x(2x - \frac{e^{-x}}{\cos^2 x})$ C. $e^x + \tan x + C$ D. Kết quả khác

Câu 7: Tính $\int \sin(3x-1)dx$, kết quả là:

A. $-\frac{1}{3}\cos(3x-1) + C$ B. $\frac{1}{3}\cos(3x-1) + C$ C. $-\cos(3x-1) + C$ D. Kết quả khác

Câu 8: Tìm $\int (\cos 6x - \cos 4x)dx$ là:



A. $-\frac{1}{6}\sin 6x + \frac{1}{4}\sin 4x + C$

B. $6\sin 6x - 5\sin 4x + C$

C. $\frac{1}{6}\sin 6x - \frac{1}{4}\sin 4x + C$

D. $-6\sin 6x + \sin 4x + C$

Câu 9: Tính nguyên hàm $\int \frac{1}{2x+1} dx$ ta được kết quả sau:

A. $\frac{1}{2}\ln|2x+1| + C$

B. $-\ln|2x+1| + C$

C. $-\frac{1}{2}\ln|2x+1| + C$

D. $\ln|2x+1| + C$

Câu 10: Tính nguyên hàm $\int \frac{1}{1-2x} dx$ ta được kết quả sau:

A. $\ln|1-2x| + C$

B. $-2\ln|1-2x| + C$

C. $-\frac{1}{2}\ln|1-2x| + C$

D. $\frac{2}{(1-2x)^2} + C$

Câu 11: Công thức nguyên hàm nào sau đây **không đúng**?

A. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$

B. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \quad (\alpha \neq -1)$

C. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (0 < a \neq 1)$

D. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$

Câu 12: Tính $\int (3\cos x - 3^x) dx$, kết quả là:

A. $3\sin x - \frac{3^x}{\ln 3} + C$

B. $-3\sin x + \frac{3^x}{\ln 3} + C$

C. $3\sin x + \frac{3^x}{\ln 3} + C$

D. $-3\sin x - \frac{3^x}{\ln 3} + C$

Câu 13: Trong các hàm số sau:

(I) $f(x) = \tan^2 x + 2$

(II) $f(x) = \frac{2}{\cos^2 x}$

(III) $f(x) = \tan^2 x + 1$

Hàm số nào có một nguyên hàm là hàm số $g(x) = \tan x$

A. (I), (II), (III)

B. Chỉ (II), (III)

C. Chỉ (III)

D. Chỉ (II)



Câu 14: Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề sai

A. $\int f'(x)f^2(x)dx = \frac{f^3(x)}{3} + C$

B. $\int f(x).g(x) dx = \int f(x)dx. \int g(x)dx$

C. $\int f(x) + g(x) dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$

D. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$ (k là hằng số)

Câu 15: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x+1)^3$ là:

A. $\frac{1}{2}(2x+1)^4 + C$

B. $(2x+1)^4 + C$

C. $2(2x+1)^4 + C$

D. Kết quả khác

Câu 16: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = (1-2x)^5$ là:

A. $-\frac{1}{2}(1-2x)^6 + C$

B. $(1-2x)^6 + C$

C. $5(1-2x)^6 + C$

D. $5(1-2x)^4 + C$

Câu 17: Chọn câu khẳng định **sai**?

A. $\int \ln x dx = \frac{1}{x} + C$

B. $\int 2x dx = x^2 + C$

C. $\int \sin x dx = -\cos x + C$

D. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$

Câu 18: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + \frac{3}{x^2}$ là :

A. $x^2 - \frac{3}{x} + C$

B. $x^2 + \frac{3}{x^2} + C$

C. $x^2 + 3\ln x^2 + C$

D. Kết quả khác



Câu 19: Hàm số $F(x) = e^x + \tan x + C$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nào?

A. $f(x) = e^x - \frac{1}{\sin^2 x}$

B. $f(x) = e^x + \frac{1}{\sin^2 x}$

C. $f(x) = e^x + \frac{1}{\cos^2 x}$

D. Kết quả khác

Câu 20: Nếu $\int f(x)dx = e^x + \sin 2x + C$ thì $f(x)$ bằng

A. $e^x + \cos 2x$

B. $e^x - \cos 2x$

C. $e^x + 2\cos 2x$

D. $e^x + \frac{1}{2}\cos 2x$

Câu 21: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là nguyên hàm của $f(x) = \sin 2x$

A. $2\cos 2x$ B. $-2\cos 2x$ C. $\frac{1}{2}\cos 2x$ D. $-\frac{1}{2}\cos 2x$

Câu 22: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là nguyên hàm của $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 1$

A. $3x^2 + 6x - 2$

B. $\frac{1}{4}x^4 + x^3 - x^2 + x$

C. $\frac{1}{4}x^4 + x^3 - x^2$

D. $3x^2 - 6x - 2$

Câu 23: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{2x+2016}$

A. $\ln|2x+2016|$ B. $\frac{1}{2}\ln|2x+2016|$ C. $-\frac{1}{2}\ln|2x+2016|$ D. $2\ln|2x+2016|$

Câu 24: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là nguyên hàm của $f(x) = e^{3x+3}$

A. e^{3x+3}

B. $3e^{3x+3}$

C. $\frac{1}{3}e^{3x+3}$

D. $-3e^{3x+3}$

Câu 25: Nguyên hàm của hàm số: $J = \int \left(\frac{1}{x} + x \right) dx$ là:

A. $F(x) = \ln|x| + x^2 + C$

B. $F(x) = \ln(x) + \frac{1}{2}x^2 + C$



C. $F(x) = \ln|x| + \frac{1}{2}x^2 + C$

D. $F(x) = \ln(x) + x^2 + C.$

Câu 26. Một nguyên hàm của hàm số: $y = \cos 5x$ là:

A. $\cos 5x + C$

B. $\sin 5x + C$

C. $\frac{1}{6} \sin 6x + C$

D. $\frac{1}{5} \sin 5x + C$

Câu 27. Nguyên hàm của hàm số: $J = \int (2^x + 3^x) dx$ là:

A. $F(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{3^x}{\ln 3} + C$

B. $F(x) = \frac{-2^x}{\ln 2} + \frac{3^x}{\ln 3} + C$

C. $F(x) = \frac{2^x}{\ln 2} - \frac{3^x}{\ln 3} + C$

D. $F(x) = 2^x + 3^x + C$

Câu 28. Nguyên hàm của hàm số: $I = \int (x^2 + 3x + 1) dx$ là:

A. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + C$

B. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + x + C$

C. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 - x + C$

D. $F(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}x + C.$

Câu 29. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{2x^4 + 3}{x^2} \quad x \neq 0$ là

A. $F(x) = \frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} + C$

B. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{x} + C$

C. $F(x) = -3x^3 - \frac{3}{x} + C$

D. $F(x) = \frac{2x^3}{3} + \frac{3}{x} + C$

Câu 30. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là nguyên hàm của $f(x) = e^x + \cos x$

A. $e^x + \sin x$

B. $e^x - \sin x$

C. $-e^x + \sin x$

D. $-e^x - \sin x$

Câu 31. Tính: $P = \int (2x + 5)^5 dx$

A. $P = \frac{(2x + 5)^6}{6} + C$

B. $P = \frac{1}{2} \cdot \frac{(2x + 5)^6}{6} + C$



C. $P = \frac{(2x+5)^6}{2} + C$ D. $P = \frac{(2x+5)^6}{5} + C.$

Câu 32: Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của $\sin 2x$

A. $\sin^2 x$ B. $2\cos 2x$ C. $-2\cos 2x$ D. $2\sin x$

Câu 33. Tìm $\int \frac{dx}{3x+1}$ ta được

A. $-\frac{3}{(3x+1)^2} + C$ B. $\frac{1}{3} \ln|3x+1| + C$ C. $\ln|3x+1| + C$ D. $\ln(3x+1) + C$

Câu 34. Tìm $\int (2x+1)^5 dx$ ta được

A. $\frac{1}{12}(2x+1)^6 + C$ B. $\frac{1}{6}(2x+1)^6 + C$ C. $(2x+1)^4 + C$ D. $5(2x+1)^4 + C$

Câu 35. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 1 - x + x^2$ là

A. $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + C$ B. $-\frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + C$ C. $-1 + 2x + C$ D. $x - x^2 + x^3 + C$

Mức độ thông hiểu.

Câu 36. Một nguyên hàm của hàm số: $I = \int \sin^4 x \cos x dx$ là:

A. $I = \frac{\sin^5 x}{5} + C$ B. $I = \frac{\cos^5 x}{5} + C$ C. $I = -\frac{\sin^5 x}{5} + C$ D. $I = \sin^5 x + C$

Câu 37. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{\cos^2(2x+1)}$

A. $\frac{1}{\sin^2(2x+1)}$ B. $\frac{-1}{\sin^2(2x+1)}$ C. $\frac{1}{2} \tan(2x+1)$ D. $\frac{1}{2} \cot(2x+1)$

Câu 38. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{x-1}{x^3}$ $x \neq 0$ là



A. $F(x) = x - 3\ln|x| + \frac{3}{x} + \frac{1}{2x^2} + C$ B. $F(x) = x - 3\ln|x| - \frac{3}{x} - \frac{1}{2x^2} + C$

C. $F(x) = x - 3\ln|x| + \frac{3}{x} - \frac{1}{2x^2} + C$ D. $F(x) = x - 3\ln|x| - \frac{3}{x} + \frac{1}{2x^2} + C$

Câu 39. $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x+3}{x^2}$ $x \neq 0$, biết rằng $F(1) = 1$. $F(x)$ là biểu thức nào sau đây

A. $F(x) = 2x - \frac{3}{x} + 2$ B. $F(x) = 2\ln|x| + \frac{3}{x} + 2$

C. $F(x) = 2x + \frac{3}{x} - 4$ D. $F(x) = 2\ln|x| - \frac{3}{x} + 4$

Câu 40. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = ax + \frac{b}{x^2}$ $x \neq 0$, biết rằng $F(-1) = 1$, $F(1) = 4$, $f(1) = 0$. $F(x)$ là biểu thức nào sau đây

A. $F(x) = x^2 - \frac{1}{x} + 4$ B. $F(x) = x^2 + \frac{1}{x} + 2$

C. $F(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{x} + \frac{7}{2}$ D. $F(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} + \frac{5}{2}$

Câu 41. Hàm số $F(x) = e^{x^2}$ là nguyên hàm của hàm số

A. $f(x) = 2x.e^{x^2}$ B. $f(x) = e^{2x}$

C. $f(x) = \frac{e^{x^2}}{2x}$ D. $f(x) = x^2.e^{x^2} - 1$

Câu 42. Hàm số nào dưới đây không là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + x}{x+1}^2$



A. $\frac{x^2 + x - 1}{x + 1}$ B. $\frac{x^2 - x - 1}{x + 1}$

C. $\frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$ D. $\frac{x^2}{x + 1}$

Câu 43. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \left(\frac{x^2 + 1}{x}\right)^2$ $x \neq 0$ là

A. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + 2x + C$ B. $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + 2x + C$

C. $F(x) = \frac{\frac{x^3}{3} + x}{\frac{x^2}{2}} + C$ D. $F(x) = \left(\frac{\frac{x^3}{3} + x}{\frac{x^2}{2}}\right)^3 + C$

Câu 44. Một nguyên hàm của hàm số: $y = \sin x \cdot \cos x$ là:

A. $-\frac{1}{2}\cos 2x + C$ B. $-\cos x \cdot \sin x + C$ C. $\cos 8x + \cos 2x + C$ D. $-\frac{1}{4}\cos 2x + C$.

Câu 45. Một nguyên hàm của hàm số: $y = \cos 5x \cdot \cos x$ là:

A. $\cos 6x$ B. $\sin 6x$ C. $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{6}\sin 6x + \frac{1}{4}\sin 4x\right)$ D. $-\frac{1}{2}\left(\frac{\sin 6x}{6} + \frac{\sin 4x}{4}\right)$

Câu 46: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2\sin 3x \cos 2x$

A. $-\frac{1}{5}\cos 5x - \cos x + C$ B. $\frac{1}{5}\cos 5x + \cos x + C$

C. $5\cos 5x + \cos x + C$ D. Kết quả khác

Câu 47: Tìm hàm số $f(x)$ biết rằng $f'(x) = 2x + 1$ và $f(1) = 5$

A. $x^2 + x + 3$ B. $x^2 + x - 3$ C. $x^2 + x$ D. Kết quả khác

Câu 48: Tìm hàm số $f(x)$ biết rằng $f'(x) = 4\sqrt{x} - x$ và $f(4) = 0$



A. $\frac{8x\sqrt{x}}{3} - \frac{x^2}{2} - \frac{40}{3}$ B. $\frac{8\sqrt{x}}{3} - \frac{x^2}{2} - \frac{40}{3}$ C. $\frac{8x\sqrt{x}}{3} - \frac{x^2}{2} + \frac{40}{3}$ D. Kết quả khác

Câu 49: Nguyên hàm của hàm số $\int xe^{x^2} dx$ là

A. $xe^{x^2} + C$ B. $\frac{e^{x^2}}{2} + C$ C. $e^{x^2} + C$ D. $x + e^{x^2}$

Câu 50: Tìm hàm số $y = f(x)$ biết $f'(x) = (x^2 - x)(x+1)$ và $f(0) = 3$

A. $y = f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + 3$ B. $y = f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} - 3$
C. $y = f(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + 3$ D. $y = f(x) = 3x^2 - 1$

Câu 51: Tìm $\int (\sin x + 1)^3 \cos x dx$ là:

A. $\frac{(\cos x + 1)^4}{4} + C$ B. $\frac{\sin^4 x}{4} + C$
C. $\frac{(\sin x + 1)^4}{4} + C$ D. $4(\sin x + 1)^3 + C$

Câu 52: Tìm $\int \frac{dx}{x^2 - 3x + 2}$ là:

A. $\ln \frac{1}{x-2} - \ln \frac{1}{x-1} + C$ B. $\ln \left| \frac{x-2}{x-1} \right| + C$
C. $\ln \left| \frac{x-1}{x-2} \right| + C$ D. $\ln(x-2)(x-1) + C$

Câu 53: Tìm $\int x \cos 2x dx$ là:

A. $\frac{1}{2} x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + C$ B. $\frac{1}{2} x \sin 2x + \frac{1}{2} \cos 2x + C$
C. $\frac{x^2 \sin 2x}{4} + C$ D. $\sin 2x + C$



Câu 54: Lựa chọn phương án đúng:

A. $\int \cot x dx = \ln |\sin x| + C$

B. $\int \sin x dx = \cos x + C$

C. $\int \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{x} + C$

D. $\int \cos x dx = -\sin x + C$

Câu 55: Tính nguyên hàm $\int \sin^3 x \cos x dx$ ta được kết quả là:

A. $\sin^4 x + C$

B. $\frac{1}{4} \sin^4 x + C$

C. $-\sin^4 x + C$

D. $-\frac{1}{4} \sin^4 x + C$

Câu 56: Cho $f(x) = 3x^2 + 2x - 3$ có một nguyên hàm triệt tiêu khi $x = 1$. Nguyên hàm đó là kết quả nào sau đây?

A. $F(x) = x^3 + x^2 - 3x$

B. $F(x) = x^3 + x^2 - 3x + 1$

C. $F(x) = x^3 + x^2 - 3x + 2$

D. $F(x) = x^3 + x^2 - 3x - 1$

Câu 57. Hàm số nào sau đây không phải là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x(2+x)}{(x+1)^2}$

A. $\frac{x^2 - x - 1}{x + 1}$

B. $\frac{x^2 + x - 1}{x + 1}$

C. $\frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$

D. $\frac{x^2}{x + 1}$

Câu 58: Kết quả nào sai trong các kết quả sau:

A. $\int \frac{2^{x+1} - 5^{x-1}}{10^x} dx = \frac{1}{5 \cdot 2^x \cdot \ln 2} + \frac{1}{5^x \cdot \ln 5} + C$

B. $\int \frac{\sqrt{x^4 + x^{-4} + 2}}{x^3} dx = \ln |x| - \frac{1}{4x^4} + C$

C. $\int \frac{x^2}{1-x^2} dx = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x+1}{x-1} \right| - x + C$

D. $\int \tan^2 x dx = \tan x - x + C$

Câu 59: Tìm nguyên hàm $\int \left(\sqrt[3]{x^2} + \frac{4}{x} \right) dx$

A. $\frac{5}{3} \sqrt[3]{x^5} + 4 \ln |x| + C$

B. $-\frac{3}{5} \sqrt[3]{x^5} + 4 \ln |x| + C$



C. $\frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5} - 4\ln|x| + C$

D. $\frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5} + 4\ln|x| + C$

Câu 60: Kết quả của $\int \frac{x}{1-x^2} dx$ là:

A. $\sqrt{1-x^2} + C$

B. $\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} + C$

C. $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + C$

D. $-\sqrt{1-x^2} + C$

Câu 61: Tìm nguyên hàm $\int (1 + \sin x)^2 dx$

A. $\frac{2}{3}x + 2\cos x - \frac{1}{4}\sin 2x + C$

B. $\frac{2}{3}x - 2\cos x + \frac{1}{4}\sin 2x + C$

C. $\frac{2}{3}x - 2\cos 2x - \frac{1}{4}\sin 2x + C$

D. $\frac{2}{3}x - 2\cos x - \frac{1}{4}\sin 2x + C$

Câu 62: Tính $\int \tan^2 x dx$, kết quả là:

A. $x - \tan x + C$

B. $-x + \tan x + C$

C. $-x - \tan x + C$

D. $\frac{1}{3}\tan^3 x + C$

Câu 63: Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai ?

(I) $\int \sin x \sin 3x dx = \frac{1}{4}(\sin 2x - \frac{1}{2}\sin 4x) + C$

(II) $\int \tan^2 x dx = \frac{1}{3}\tan^3 x + C$

(III) $\int \frac{x+1}{x^2+2x+3} dx = \frac{1}{2}\ln(x^2+2x+3) + C$

A. Chỉ (I) và (II)

B. Chỉ (III)

C. Chỉ (II) và (III)

D. Chỉ (II)

Câu 64. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là nguyên hàm của $f(x) = \frac{4}{1-3x} + \frac{1}{2\sqrt{x}} - 5$

A. $\frac{-4}{3}\ln|1-3x| + \sqrt{x} - 5x$

B. $\frac{4}{3}\ln|1-3x|$

C. $\frac{4}{3}\ln|1-3x| - 5x$

D. $\frac{4}{3}\ln|1-3x| + \sqrt{x}$

Câu 65. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x}$ là



A. $\sqrt{x} + C$ B. $\frac{1}{2\sqrt{x}} + C$ C. $\frac{2}{3}x\sqrt{x} + C$ D. $\frac{3}{2}x\sqrt{x} + C$

Câu 66. Hàm số $F(x) = e^x + \tan x + C$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nào ?

A. $f(x) = e^x - \frac{1}{\sin^2 x}$ B. $f(x) = e^x + \frac{1}{\sin^2 x}$

C. $f(x) = e^x - \frac{1}{\cos^2 x}$ D. $f(x) = e^x + \frac{1}{\cos^2 x}$

Câu 67. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn điều kiện $F(-1) = 3$ là

A. $x^4 - x^3 + 2x + 3$ B. $x^4 - x^3 + 2x - 4$

C. $x^4 - x^3 + 2x + 4$ D. $x^4 - x^3 + 2x - 3$

Câu 68. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2\sin 3x \cdot \cos 3x$ là

A. $\frac{1}{4}\cos 2x$ B. $-\frac{1}{6}\cos 6x$ C. $-\cos 3x \cdot \sin 3x$ D. $-\frac{1}{4}\sin 2x$

Câu 69: Một nguyên hàm của hàm số $y = x\sqrt{1+x^2}$ là:

A. $F(x) = \frac{x^2}{2}(\sqrt{1+x^2})^2$ B. $F(x) = \frac{1}{2}(\sqrt{1+x^2})^2$

C. $F(x) = \frac{1}{3}(\sqrt{1+x^2})^2$ D. $F(x) = \frac{1}{3}(\sqrt{1+x^2})^3$

Câu 70: Một nguyên hàm của hàm số $y = \sin^3 x \cdot \cos x$ là:

A. $F(x) = \frac{\sin^4 x}{4} + 1$ B. $F(x) = \frac{\sin^4 x \cos^2 x}{4 \cdot 2}$

C. $F(x) = \frac{\cos^2 x}{2} - \frac{\cos^4 x}{4}$ D. $F(x) = -\frac{\cos^2 x}{2} - \frac{\cos^4 x}{4}$

Câu 71: Một nguyên hàm của hàm số $y = 3xe^{x^2}$ là:



A. $F(x) = 3e^{x^2}$

B. $F(x) = \frac{3}{2}e^{x^2}$

C. $F(x) = \frac{3x^2}{2}e^{x^2}$

D. $F(x) = \frac{x^2}{2}e^{x^3}$

Câu 72: Một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{2\ln x}{x}$ là:

A. $F(x) = 2\ln^2 x$

B. $F(x) = \frac{\ln^2 x}{2}$

C. $F(x) = \ln^2 x$

D. $F(x) = \ln x^2$

Câu 73: Một nguyên hàm của hàm số $y = 2x(e^x - 1)$ là:

A. $F(x) = 2e^x(x-1) - x^2$

B. $F(x) = 2e^x(x-1) - 4x^2$

C. $F(x) = 2e^x(1-x) - 4x^2$

D. $F(x) = 2e^x(1-x) - x^2$

Câu 74: Một nguyên hàm của hàm số $y = x \sin 2x$ là:

A. $F(x) = \frac{x}{2} \cos 2x - \frac{1}{4} \sin 2x$

B. $F(x) = -\frac{x}{2} \cos 2x - \frac{1}{2} \sin 2x$

C. $F(x) = -\frac{x}{2} \cos 2x + \frac{1}{2} \sin 2x$

D. $F(x) = -\frac{x}{2} \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2x$

Câu 75: Một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{\ln 2x}{x^2}$ là:

A. $F(x) = -\frac{1}{x}(\ln 2x - 2)$

B. $F(x) = \frac{1}{x}(\ln 2x + 2)$

C. $F(x) = -\frac{1}{x}(\ln 2x + 2)$

D. $F(x) = -\frac{1}{x}(2 - \ln 2x)$

Câu 76: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x}$ là:

A. $\frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x}$

B. $e^{\tan x}$

C. $e^{\tan x} + \tan x$

D. $e^{\tan x} \cdot \tan x$



Câu 77: Nguyên hàm của hàm số $y = (\tan x + \cot x)^2$ là:

A. $F(x) = \frac{1}{3}(\tan x + \cot x)^3 + C$

B. $F(x) = \tan x - \cot x + C$

C. $F(x) = 2(\tan x + \cot x)\left(\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x}\right) + C$

D. $F(x) = \tan x + \cot x + C$

Câu 78: Nguyên hàm của hàm số: $y = \frac{1}{\cos^2 x \sin^2 x}$ là:

A. $\tan x \cdot \cot x + C$

B. $-\tan x - \cot x + C$

C. $\tan x - \cot x + C$

D. $\frac{1}{2} \sin \frac{x}{2} + C$

Câu 79: Nguyên hàm của hàm số: $y = \frac{1}{\sqrt[3]{(1-4x)^{10}}}$ là:

A. $\frac{-3}{7}(1-4x)^{\frac{-7}{3}} + C$

B. $\frac{12}{7}(1-4x)^{\frac{-7}{3}} + C$

C. $\frac{3}{28}(1-4x)^{\frac{-7}{3}} + C$

D. $-\frac{3}{28}(1-4x)^{\frac{-7}{3}} + C$

Câu 80: Một nguyên hàm của hàm số: $y = \frac{x^2}{7x^3+1}$ là:

A. $\ln|7x^3+1|$

B. $\frac{1}{7} \ln|7x^3+1|$

C. $\frac{1}{21} \ln|7x^3+1|$

D. $\frac{1}{14} \ln|7x^3+1|$

Câu 81: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x(2 - e^{-x})$ là:

A. $2e^x + x + C$

B. $e^x - e^{-x} + C$

C. $2e^x - x + C$

D. $2e^x + 2x + C$

Mức độ vận dụng.

Câu 82: Một nguyên hàm của hàm số: $y = \frac{\cos x}{5 \sin x - 9}$ là:

A. $\ln|5 \sin x - 9|$

B. $\frac{1}{5} \ln|5 \sin x - 9|$

C. $-\frac{1}{5} \ln|5 \sin x - 9|$

D. $5 \ln|5 \sin x - 9|$



Câu 83: Tính: $P = \int x.e^x dx$

A. $P = x.e^x + C$

B. $P = e^x + C$

C. $P = x.e^x - e^x + C$

D. $P = x.e^x + e^x + C.$

Câu 84: Tìm hàm số $f(x)$ biết rằng $f'(x) = ax + \frac{b}{x^2}$, $f'(1) = 0$, $f(1) = 4$, $f(-1) = 2$

A. $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} + \frac{5}{2}$

B. $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{x} + \frac{5}{2}$

C. $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} - \frac{5}{2}$

D. Kết quả khác

Lược giải:

Sử dụng máy tính kiểm tra từng đáp án:

- Nhập hàm số
- Dùng phím CALC để kiểm tra các điều kiện $f'(1) = 0$, $f(1) = 4$, $f(-1) = 2$
- Đáp án đúng: B

Câu 85: Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 + k}$ với $k \neq 0$?

A. $f(x) = \frac{x}{2}\sqrt{x^2 + k} + \frac{k}{2}\ln|x + \sqrt{x^2 + k}|$

B. $f(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x^2 + k} + \frac{x}{2}\ln|x + \sqrt{x^2 + k}|$

C. $f(x) = \frac{k}{2}\ln|x + \sqrt{x^2 + k}|$

D. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + k}}$

Lược giải:



$$\left(\frac{x}{2} \sqrt{x^2 + k} + \frac{k}{2} \ln |x + \sqrt{x^2 + k}| \right)' = \frac{1}{2} \sqrt{x^2 + k} + \frac{x}{2} \frac{x}{\sqrt{x^2 + k}} + \frac{k}{2} \frac{1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + k}}}{x + \sqrt{x^2 + k}} = \sqrt{x^2 + k}$$

Câu 86: Nếu $f(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-1}$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x) = \frac{10x^2 - 7x + 2}{\sqrt{2x-1}}$ trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ thì $a+b+c$ có giá trị là

A. 3

B. 0

C. 4

D. 2

Lược giải:

$$(ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-1}' = \frac{5ax^2 + (-2a + 3b)x - b + c}{\sqrt{2x-3}} = \frac{10x^2 - 7x + 2}{\sqrt{2x-3}}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \Rightarrow a + b + c = 2 \\ c = 1 \end{cases}$$

Câu 87: Xác định a, b, c sao cho $g(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-3}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x-3}}$ trong khoảng $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$

A. $a=4, b=2, c=2$

B. $a=1, b=-2, c=4$

C. $a=-2, b=1, c=4$

D. $a=4, b=-2, c=1$

Lược giải:

$$(ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-3}' = \frac{5ax^2 + (-6a + 3b)x - 3b + c}{\sqrt{2x-3}} = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x-3}}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -2 \\ c = 1 \end{cases}$$



Câu 88: Một nguyên hàm của hàm số: $f(x) = x \sin \sqrt{1+x^2}$ là:

A. $F(x) = -\sqrt{1+x^2} \cos \sqrt{1+x^2} + \sin \sqrt{1+x^2}$

B. $F(x) = -\sqrt{1+x^2} \cos \sqrt{1+x^2} - \sin \sqrt{1+x^2}$

C. $F(x) = \sqrt{1+x^2} \cos \sqrt{1+x^2} + \sin \sqrt{1+x^2}$

D. $F(x) = \sqrt{1+x^2} \cos \sqrt{1+x^2} - \sin \sqrt{1+x^2}$

Lược giải:

Đặt $I = \int (x \sin \sqrt{1+x^2}) dx$

- Dùng phương pháp đổi biến, đặt $t = \sqrt{1+x^2}$ ta được $I = \int t \sin t dt$
- Dùng phương pháp nguyên hàm từng phần, đặt $u = t$, $dv = \sin t dt$
- Ta được $I = -t \cos t - \int \cos t dt = -\sqrt{1+x^2} \cos \sqrt{1+x^2} - \sin \sqrt{1+x^2} + C$

Câu 89: Trong các hàm số sau:

(I) $f(x) = \sqrt{x^2+1}$

(II) $f(x) = \sqrt{x^2+1} + 5$

(III) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$

(IV) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} - 2$

Hàm số nào có một nguyên hàm là hàm số $F(x) = \ln|x + \sqrt{x^2+1}|$

A. Chỉ (I)

B. Chỉ (III)

C. Chỉ (II)

D. Chỉ (III) và (IV)

Lược giải:

$$\ln|x + \sqrt{x^2+1}|' = \frac{1 + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}}{x + \sqrt{x^2+1}} = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$$

Câu 90: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2$ là hàm số nào sau đây:

A. $F(x) = \frac{3}{5} x \sqrt[3]{x^2} + \frac{12}{5} \sqrt[6]{x^5} + \ln|x|$

B. $F(x) = \frac{1}{3} \left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^3$

C. $F(x) = x \sqrt[3]{x} + \sqrt{x}^2$

D. $F(x) = \frac{3}{5} x \sqrt[3]{x^2} + \ln|x| + \frac{12}{5} \sqrt[6]{x^6}$



Lược giải:

$$\left(\frac{3}{5}x\sqrt[3]{x^2} + \frac{12}{5}\sqrt[6]{x^5} + \ln|x|\right)' = \left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2$$

Câu 91: Xét các mệnh đề

(I) $F(x) = x + \cos x$ là một nguyên hàm của $f(x) = \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2}\right)^2$

(II) $F(x) = \frac{x^4}{4} + 6\sqrt{x}$ là một nguyên hàm của $f(x) = x^3 + \frac{3}{\sqrt{x}}$

(III) $F(x) = \tan x$ là một nguyên hàm của $f(x) = -\ln|\cos x|$

Mệnh đề nào sai ?

A. (I) và (II)

B. Chỉ (III)

C. Chỉ (II)

D. Chỉ (I) và (III)

Lược giải:

$$-\ln|\cos x|' = \tan x \text{ (vì } -\ln|\cos x| \text{ là một nguyên hàm của } \tan x)$$

Câu 92: Trong các mệnh đề sau đây mệnh đề nào đúng ?

(I) $\int \frac{xdx}{x^2+4} = \frac{1}{2}\ln(x^2+4) + C$

(II) $\int \cot x dx = -\frac{1}{\sin^2 x} + C$

(III) $\int e^{2\cos x} \sin x dx = -\frac{1}{2}e^{2\cos x} + C$

A. Chỉ (I)

B. Chỉ (III)

C. Chỉ (I) và (II)

D. Chỉ (I) và (III)



Lược giải:

$$\int \frac{x dx}{x^2 + 4} = \frac{1}{2} \int \frac{d(x^2 + 4)}{x^2 + 4} = \frac{1}{2} \ln(x^2 + 4) + C$$

$$\int e^{2\cos x} \sin x dx = -\frac{1}{2} \int e^{2\cos x} d(\cos x) = -\frac{1}{2} e^{2\cos x} + C$$

Câu 93: Tìm nguyên hàm $F(x) = e^{x\sqrt{2}}(a \tan^2 x + b \tan x + c)$ là một nguyên hàm của $f(x) = e^{x\sqrt{2}} \tan^3 x$ trên khoản $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

A. $F(x) = e^{x\sqrt{2}}\left(\frac{1}{2} \tan^2 x - \frac{\sqrt{2}}{2} \tan x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

B. $F(x) = e^{x\sqrt{2}}\left(\frac{1}{2} \tan^2 x - \frac{\sqrt{2}}{2} \tan x + \frac{1}{2}\right)$

C. $F(x) = e^{x\sqrt{2}}\left(\frac{1}{2} \tan^2 x + \frac{\sqrt{2}}{2} \tan x + \frac{1}{2}\right)$

D. $F(x) = e^{x\sqrt{2}}\left(\frac{1}{2} \tan^2 x - \frac{\sqrt{2}}{2} \tan x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Lược giải:

- Có thể dùng đạo hàm để kiểm tra từng đáp án.
- Hoặc tìm đạo hàm của $F(x) = e^{x\sqrt{2}}(a \tan^2 x + b \tan x + c)$ rồi đồng nhất với $f(x) = e^{x\sqrt{2}} \tan^3 x$

$$F'(x) = \sqrt{2}e^{x\sqrt{2}}(a \tan^2 x + b \tan x + c) + e^{x\sqrt{2}}[2a(1 + \tan^2 x) \tan x + b(1 + \tan^2 x)]$$

$$= e^{x\sqrt{2}}[2a \tan^3 x + (\sqrt{2}a + b) \tan^2 x + (2a + \sqrt{2}b) \tan x + b + \sqrt{2}c]$$

$F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ nên $F'(x) = f(x)$

Suy ra

$$\begin{cases} 2a = 1 \\ \sqrt{2}a + b = 0 \\ 2a + \sqrt{2}b = 0 \\ b + \sqrt{2}c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ c = \frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{Đáp án đúng: B}$$



Câu 94: Nguyên hàm của hàm số: $y = \frac{e^x}{2^x}$ là:

- A. $\frac{e^x}{2^x \ln 2} + C$ B. $\frac{e^x}{(1 - \ln 2)2^x} + C$ C. $\frac{e^x}{x \cdot 2^x} + C$ D. $\frac{e^x \ln 2}{2^x} + C$

Câu 95: Nguyên hàm của hàm số: $y = \cos^2 \frac{x}{2}$ là:

- A. $\frac{1}{2}(x + \sin x) + C$ B. $\frac{1}{2}(1 + \cos x) + C$ C. $\frac{1}{2} \cos \frac{x}{2} + C$ D. $\frac{1}{2} \sin \frac{x}{2} + C$.

Câu 96: Nguyên hàm của hàm số: $y = \cos^2 x \cdot \sin x$ là:

- A. $\frac{1}{3} \cos^3 x + C$ B. $-\cos^3 x + C$ C. $\frac{1}{3} \sin^3 x + C$ D. $-\frac{1}{3} \cos^3 x + C$.

Câu 97: Một nguyên hàm của hàm số: $y = \frac{e^x}{e^x + 2}$ là:

- A. $2 \ln(e^x + 2) + C$ B. $\ln(e^x + 2) + C$ C. $e^x \ln(e^x + 2) + C$ D. $e^{2x} + C$.

Câu 98: Tính: $P = \int \sin^3 x dx$

- A. $P = 3 \sin^2 x \cdot \cos x + C$ B. $P = -\sin x + \frac{1}{3} \sin^3 x + C$
C. $P = -\cos x + \frac{1}{3} \cos^3 x + C$ D. $P = \cos x + \frac{1}{3} \sin^3 x + C$.

Câu 99: Một nguyên hàm của hàm số: $y = \frac{x^3}{\sqrt{2-x^2}}$ là:

- A. $x\sqrt{2-x^2}$ B. $-\frac{1}{3}(x^2 + 4)\sqrt{2-x^2}$
C. $-\frac{1}{3}x^2\sqrt{2-x^2}$ D. $-\frac{1}{3}(x^2 - 4)\sqrt{2-x^2}$

TÍCH PHÂN

Mức độ nhận biết



Câu 1: Tích phân $I = \int_0^1 (3x^2 + 2x - 1)dx$ bằng:

- A. $I = 1$ B. $I = 2$ C. $I = 3$ D. Đáp án khác

Câu 2: Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ bằng:

- A. -1 B. 1 C. 2 D. 0

Câu 3: Tích phân $I = \int_0^1 (x+1)^2 dx$ bằng:

- A. $\frac{8}{3}$ B. 2 C. $\frac{7}{3}$ D. 4

Câu 4: Tích phân $I = \int_0^1 e^{x+1} dx$ bằng:

- A. $e^2 - e$ B. e^2 C. $e^2 - 1$ D. $e + 1$

Câu 5: Tích phân $I = \int_3^4 \frac{x+1}{x-2} dx$ bằng:

- A. $-1 + 3\ln 2$ B. $-2 + 3\ln 2$ C. $4\ln 2$ D. $1 + 3\ln 2$

Câu 6: Tích phân $I = \int_0^1 \frac{x+1}{x^2 + 2x + 5} dx$ bằng:

- A. $\ln \frac{8}{5}$ B. $\frac{1}{2} \ln \frac{8}{5}$ C. $2 \ln \frac{8}{5}$ D. $-2 \ln \frac{8}{5}$

Câu 7: Tích phân $I = \int_1^e \frac{1}{x} dx$ bằng:

- A. e B. 1 C. -1 D. $\frac{1}{e}$

Câu 8: Tích phân $I = \int_0^1 e^x dx$ bằng :



A. $e-1$

B. $1-e$

C. e

D. 0

Câu 9: Tích phân $I = \int_0^2 2e^{2x} dx$ bằng :

A. e^4

B. $e^4 - 1$

C. $4e^4$

D. $3e^4 - 1$

Câu 10: Tích phân $I = \int_1^2 \left(x^2 + \frac{1}{x^4} \right) dx$ bằng:

A. $\frac{19}{8}$

B. $\frac{23}{8}$

C. $\frac{21}{8}$

D. $\frac{25}{8}$

Câu 11: Tích phân $I = \int_1^e \frac{1}{x+3} dx$ bằng:

A. $\ln(e-2)$

B. $\ln(e-7)$

C. $\ln\left(\frac{3+e}{4}\right)$

D. $\ln[4(e+3)]$

Câu 12: Tích phân $I = \int_{-1}^3 (x^3 + 1) dx$ bằng:

A. 24

B. 22

C. 20

D. 18

Câu 13: Tích phân $I = \int_1^2 \frac{1}{(2x+1)^2} dx$ bằng:

A. 1

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{15}$

D. $\frac{1}{4}$

Câu 14: Tích phân $I = \int_0^1 \frac{dx}{x^2 - 5x + 6}$ bằng:

A. $I = 1$

B. $I = \ln \frac{4}{3}$

C. $I = \ln 2$

D. $I = -\ln 2$

Câu 15: Tích phân: $J = \int_0^1 \frac{xdx}{(x+1)^3}$ bằng:

A. $J = \frac{1}{8}$

B. $J = \frac{1}{4}$

C. $J = 2$

D. $J = 1$

Câu 16: Tích phân $K = \int_2^3 \frac{x}{x^2 - 1} dx$ bằng:



- A. $K = \ln 2$ B. $K = 2\ln 2$ C. $K = \ln \frac{8}{3}$ D. $K = \frac{1}{2} \ln \frac{8}{3}$

Câu 17: Tích phân $I = \int_1^{\sqrt{3}} x\sqrt{1+x^2} dx$ bằng:

- A. $\frac{4-\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{8-2\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{4+\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{8+2\sqrt{2}}{3}$

Câu 18: Tích phân $I = \int_0^1 x(1-x)^{19} dx$ bằng:

- A. $\frac{1}{420}$ B. $\frac{1}{380}$ C. $\frac{1}{342}$ D. $\frac{1}{462}$

Câu 19: Tích phân $I = \int_1^e \frac{\sqrt{2+\ln x}}{2x} dx$ bằng:

- A. $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{6}$ D. $\frac{3\sqrt{3}-2\sqrt{2}}{3}$

Câu 20: Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \tan x dx$ bằng:

- A. $\ln \frac{3}{2}$ B. $-\ln \frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\ln \frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. Đáp án khác.

Câu 21: Tích phân $\int_0^1 \frac{dx}{x-2}$ bằng:

- A. $-\ln 2$ B. $\ln 3$ C. $-\ln 3$ D. $\ln 2$

Câu 22: Tích phân $\int_0^1 \frac{2dx}{3-2x} = \ln a$. Giá trị của a bằng:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4



Câu 23. Cho tích phân $\int_0^1 \sqrt[3]{1-x} dx$, với cách đặt $t = \sqrt[3]{1-x}$ thì tích phân đã cho bằng với tích phân nào?

- A. $3 \int_0^1 t^3 dt$ B. $3 \int_0^1 t^2 dt$ C. $\int_0^1 t^3 dt$ D. $3 \int_0^1 t dt$

Câu 24. Tích phân $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$ bằng:

- A. $-\sqrt{3}$ B. 1 C. $\ln 2$ D. $\frac{1}{2}$

Câu 25. Tích phân $I = \int_0^1 \sqrt{x} dx$ có giá trị là:

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. 2

Câu 26. Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$ có giá trị là:

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. -2 D. -1

Câu 27. Tích phân $I = \int_0^1 \frac{x}{(x+1)^3} dx$ có giá trị là:

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{-1}{8}$ D. $\frac{1}{8}$

Câu 28. Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 3x \cdot \cos x dx$ có giá trị là:



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{-1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$

Câu 29. Tích phân $I = \int_0^1 \frac{x^3 + 2x^2 + 3}{x + 2} dx$ bằng:

- A. $\frac{1}{3} + 3\ln \frac{3}{2}$ B. $\frac{1}{3} - 3\ln \frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{3} + 3\ln \frac{2}{3}$ D.

Câu 30. $I = \int_0^1 (x^2 - 1)(x^2 + 1) dx$

- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{6}{5}$ C. $-\frac{4}{5}$ D. $\frac{1}{5}$

Câu 31. Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^2 x dx$ có giá trị là:

- A. $\frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{8}$ B. $\frac{\pi}{12} - \frac{\sqrt{3}}{8}$ C. $-\frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{8}$ D. $\frac{\pi}{12} - \frac{\sqrt{3}}{4}$

Câu 32. Tích phân $I = \int_1^2 [(3x^3 - x^2 - 4x + 1) - (2x^3 + x^2 - 3x - 1)] dx$ có giá trị là:

- A. $\frac{13}{12}$ B. $\frac{5}{12}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $-\frac{5}{12}$

Câu 33. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} 2 \sin^2 \frac{x}{2} dx$ bằng:

- A. $\frac{\pi}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\pi}{4} + \frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $-\frac{\pi}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $-\frac{\pi}{4} + \frac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 34. Cho tích phân $\int_0^1 \sqrt[3]{1-x} dx$, với cách đặt $t = \sqrt[3]{1-x}$ thì tích phân đã cho bằng với tích phân nào



?

A. $3\int_0^1 t^3 dt$

B. $3\int_0^1 t^2 dt$

C. $\int_0^1 t^3 dt$

D. $3\int_0^1 t dt$

Câu 35. Tích phân $\int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{2x+1}}$ bằng:

A. $\frac{1}{3}$

B. 1

C. $\ln 2$

D. $\frac{1}{2}$

Câu 36. Giá trị của $\int_0^1 3e^{3x} dx$ bằng :

A. $e^3 - 1$

B. $e^3 + 1$

C. e^3

D. $2e^3$

Câu 37. Tích Phân $\int_0^1 (x-1)^2 dx$ bằng :

A. $\frac{1}{3}$

B. 1

C. 3

D. 4

Câu 38. Tích Phân $\int_0^1 \sqrt{3x+1} dx$ bằng :

A. $\frac{14}{9}$

B. 0

C. 9

D. $\frac{14}{3}$

Câu 39. Tích Phân $\int_0^1 x\sqrt{3x+1} dx$ bằng

A. 9

B. $\frac{7}{9}$

C. 3

D. 1



Câu 40. Tích Phân $\int_0^2 \frac{5x-13}{x^2+5x-6} dx$ bằng

A. $\frac{43}{7} \ln \frac{4}{3}$

B. $\frac{43}{7} \ln \frac{3}{4}$

C. $-\frac{43}{7} \ln \frac{4}{3}$ D. $\frac{47}{3} \ln \frac{4}{3}$

Mức độ thông hiểu.

Câu 41: Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx$ bằng:

A. $I = 2$

B. $\ln 2$

C. $I = 1 - \frac{\pi}{4}$

D. $I = \frac{\pi}{3}$

Câu 42: Tích phân $L = \int_0^1 x\sqrt{1-x^2} dx$ bằng:

A. $L = -1$

B. $L = \frac{1}{4}$

C. $L = 1$

D. $L = \frac{1}{3}$

Câu 43: Tích phân $K = \int_1^2 (2x-1) \ln x dx$ bằng:

A. $K = 3 \ln 2 + \frac{1}{2}$

B. $K = \frac{1}{2}$

C. $K = 3 \ln 2$

D. $K = 2 \ln 2 - \frac{1}{2}$

Câu 44: Tích phân $L = \int_0^{\pi} x \sin x dx$ bằng:

A. $L = \pi$

B. $L = -\pi$

C. $L = -2$

D. $K = 0$

Câu 45: Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} x \cos x dx$ bằng:

A. $\frac{\pi\sqrt{3}-1}{6}$

B. $\frac{\pi\sqrt{3}-1}{2}$

C. $\frac{\pi\sqrt{3}}{6} - \frac{1}{2}$

D. $\frac{\pi-\sqrt{3}}{2}$



Câu 46: Tích phân $I = \int_0^{\ln 2} x e^{-x} dx$ bằng:

- A. $\frac{1}{2}(1 - \ln 2)$ B. $\frac{1}{2}(1 + \ln 2)$ C. $\frac{1}{2}(\ln 2 - 1)$ D. $\frac{1}{4}(1 + \ln 2)$

Câu 47: Tích phân $I = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx$ bằng:

- A. $\frac{1}{2}(1 + \ln 2)$ B. $\frac{1}{2}(1 - \ln 2)$ C. $\frac{1}{2}(\ln 2 - 1)$ D. $\frac{1}{4}(1 + \ln 2)$

Câu 48: Giả sử $\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \ln K$. Giá trị của K là:

- A. 9 B. 8 C. 81 D. 3

Câu 49: Biến đổi $\int_0^3 \frac{x}{1 + \sqrt{1+x}} dx$ thành $\int_1^2 f(t) dt$, với $t = \sqrt{1+x}$. Khi đó f(t) là hàm nào trong các hàm số sau:

- A. $f(t) = 2t^2 - 2t$ B. $f(t) = t^2 + t$ C. $f(t) = t^2 - t$ D. $f(t) = 2t^2 + 2t$

Câu 50: Đổi biến $x = 2\sin t$ tích phân $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$ trở thành:

- A. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} t dt$ B. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} dt$ C. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{t} dt$ D. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} dt$

Câu 51: Tích phân $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin^2 x}$ bằng:

- A. 4 B. 3 C. 1 D. 2

Câu 52: Cho $I = \int_1^{e^2} \frac{\cos(\ln x)}{x} dx$, ta tính được:

- A. $I = \cos 1$ B. $I = 1$ C. $I = \sin 1$ D. Một kết quả khác



Câu 53: Tích phân $I = \int_2^{2\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{x\sqrt{x^2-3}} dx$ bằng:

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. π C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$

Câu 54: Giả sử $\int_a^b f(x)dx = 2$ và $\int_c^b f(x)dx = 3$ và $a < b < c$ thì $\int_a^c f(x)dx$ bằng?

- A. 5 B. 1 C. -1 D. -5

Câu 55: Tính thể tích khối tròn xoay tạo nên do quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = (1 - x^2)$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 2$ bằng:

- A. $\frac{8\pi\sqrt{2}}{3}$ B. 2π C. $\frac{46\pi}{15}$ D. $\frac{5\pi}{2}$

Câu 56: Cho $I = \int_1^{16} \sqrt{x} dx$ và $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$. Khi đó:

- A. $I < J$ B. $I > J$ C. $I = J$ D. $I > J > 1$

Câu 57: Tích phân $I = \int_0^4 |x-2| dx$ bằng:

- A. 0 B. 2 C. 8 D. 4

Câu 58: Tích phân $I = \int_0^{\pi} x^2 \sin x dx$ bằng :

- A. $\pi^2 - 4$ B. $\pi^2 + 4$ C. $2\pi^2 - 3$ D. $2\pi^2 + 3$

Câu 59: Kết quả của $\int_1^1 \frac{dx}{x}$ là:

- A. 0 B. -1 C. $\frac{1}{2}$ D. Không tồn tại

Câu 60: Cho $\int_0^2 f(x) dx = 3$. Khi đó $\int_0^2 [4f(x) - 3] dx$ bằng:



A. 2

B. 4

C. 6

D. 8

Câu 61. Tích phân $I = \int_2^3 \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} dx$ có giá trị là:

A. $2\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2} - \sqrt{3}$ C. $2\sqrt{2} + \sqrt{3}$ D. $\sqrt{3}$

Câu 62. Tích phân $I = \int_0^1 \frac{1}{x^2+4x+3} dx$ có giá trị là:

A. $-\frac{1}{3} \ln \frac{3}{2}$ B. $\frac{1}{3} \ln \frac{3}{2}$ C. $\frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$ D. $-\frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$

Câu 63. Tích phân $I = \int_2^3 \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} dx$ có giá trị là:

A. $2\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2} - \sqrt{3}$ C. $2\sqrt{2} + \sqrt{3}$ D. $\sqrt{3}$

Câu 64. Cho $f(x) = 3x^3 - x^2 - 4x + 1$ và $g(x) = 2x^3 + x^2 - 3x - 1$. Tích phân $\int_{-1}^2 |f(x) - g(x)| dx$ bằng với tích phân:

A. $\int_{-1}^2 (x^3 - 2x^2 - x + 2) dx$ B. $\int_{-1}^1 (x^3 - 2x^2 - x + 2) dx - \int_1^2 (x^3 - 2x^2 - x + 2) dx$ C. $\int_{-1}^1 (x^3 - 2x^2 - x + 2) dx + \int_1^2 (x^3 - 2x^2 - x + 2) dx$

D. tích phân khác

Câu 65. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \cdot \cos^3 x}{\cos^2 x + 1} dx$ bằng:

A. $\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \ln 2$ B. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \ln 2$ C. $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \ln 2$ D. $\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \ln 2$ 

Câu 66. Cho tích phân $I = \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x+3}} dx$ và $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{3\sin x + 12} dx$, phát biểu nào sau đây đúng:

- A. $I > J$ B. $I = 2$ C. $J = \frac{1}{3} \ln 5$ D. $I = 2J$

Câu 67. Cho tích phân $I = \int_0^1 x^2(1+x) dx$ bằng:

- A. $\int_0^1 (x^3 + x^4) dx$ B. $\left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^1$ C. $\left(x^2 + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1$ D. 2

Câu 68. Tích phân $\int_0^a x^2 \sqrt{a^2 - x^2} dx$ ($a > 0$) bằng:

- A. $\frac{\pi \cdot a^4}{8}$ B. $\frac{\pi \cdot a^4}{16}$ C. $\frac{\pi \cdot a^3}{16}$ D. $\frac{\pi \cdot a^3}{8}$

Câu 69. Tích phân $\int_1^8 \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}} dx$ bằng:

- A. $\frac{141}{10}$ B. $\frac{142}{10}$ C. $\frac{8}{5}$ D. một kết quả khác

Câu 70. Tích phân $I = \int_1^e \frac{1 + \ln^2 x}{x} dx$ có giá trị là:

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $-\frac{4}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

Câu 71. Tích phân $I = \int_0^1 x e^{x^2+1} dx$ có giá trị là:

- A. $\frac{e^2 + e}{2}$ B. $\frac{e^2 + e}{3}$ C. $\frac{e^2 - e}{2}$ D. $\frac{e^2 - e}{3}$



Câu 72. Tích phân $I = \int_0^1 (1-x)e^x dx$ có giá trị là:

- A. $e + 2$ B. $2 - e$ C. $e - 2$ D. e

Câu 73. Tích phân $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \frac{\cos x}{2 + \sin x} dx$ có giá trị là:

- A. $\ln 3$ B. 0 C. $-\ln 2$ D. $\ln 2$

Câu 74. Tích Phân $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^3 x \cdot \cos x dx$ bằng:

- A. 6 B. 5 C. 4 D. $\frac{1}{64}$

Câu 75. Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 5$ và $\int_2^1 f(x) dx = 2$ thì $\int_0^2 f(x) dx$ bằng :

- A. 8 B. 2 C. 3 D. -3

Câu 76. Tích Phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan x dx$ là :

- A. $\ln 2$ B. $-\ln 2$ C. $\frac{1}{2} \ln 2$ D. $-\frac{1}{2} \ln 2$

Câu 77. Cho tích phân $I = \int_0^1 x(1+x) dx$ bằng:

- A. $\int_0^1 (x^2 + x^3) dx$ B. $\left(\frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1$ C. $\left(x^2 + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1$ D. 2



Câu 78. Tích Phân $I = \int_2^3 \ln(x^2 - x) dx$ là :

- A. $3\ln 3$ B. $2\ln 2$ C. $3\ln 3 - 2$ D. $2 - 3\ln 3$

Câu 79. Tích Phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cdot \cos x dx$ là :

- A. $\frac{\pi}{4} + 1$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{\pi\sqrt{2}}{8} + \frac{\sqrt{2}}{2} + 1$ D. $\frac{\pi\sqrt{2}}{8} + \frac{\sqrt{2}}{2} - 1$

Câu 80. Tích phân $I = \int_2^3 \ln[2 + x(x^2 - 3)] dx$ có giá trị là:

- A. $-4\ln 2 - 3$ B. $5\ln 5 - 4\ln 2 - 3$ C. $5\ln 5 + 4\ln 2 - 3$ D. $5\ln 5 - 4\ln 2 + 3$

Mức độ vận dụng.

Câu 81: Biết $\int_0^b (2x - 4) dx = 0$. Khi đó b nhận giá trị bằng:

- A. $b = 0$ hoặc $b = 2$ B. $b = 0$ hoặc $b = 4$

- C. $b = 1$ hoặc $b = 2$ D. $b = 1$ hoặc $b = 4$

Câu 82: Để hàm số $f(x) = a \sin \pi x + b$ thỏa mãn $f(1) = 2$ và $\int_0^1 f(x) dx = 4$ thì a, b nhận giá trị :

- A. $a = \pi, b = 0$ B. $a = \pi, b = 2$

- C. $a = 2\pi, b = 2$ D. $a = 2\pi, b = 3$



Câu 83: $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^4 x (1 + \tan^2 x)}$ bằng

- A. 1 B. 0 C. $\frac{1}{2}$ D. Không tồn tại

Câu 84: Giả sử $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \sin 2x dx = a + b \frac{\sqrt{2}}{2}$ khi đó a+b là

- A. $-\frac{1}{6}$ B. $\frac{3}{10}$ C. $-\frac{3}{10}$ D. $\frac{1}{5}$

Câu 85: Giả sử $I = \int_{-1}^0 \frac{3x^2 + 5x - 1}{x - 2} dx = a \ln \frac{2}{3} + b$. Khi đó giá trị $a + 2b$ là

- A. 30 B. 40 C. 50 D. 60

Câu 86: Tập hợp giá trị của m sao cho $\int_0^m (2x - 4) dx = 5$ là :

- A. {5} B. {5 ; -1} C. {4} D. {4 ; -1}

Câu 87: Biết rằng $\int_1^5 \frac{1}{2x-1} dx = \ln a$. Giá trị của a là :

- A. 9 B. 3 C. 27 D. 81

Câu 88: Biết tích phân $\int_0^1 x^3 \sqrt{1-x} dx = \frac{M}{N}$, với $\frac{M}{N}$ là phân số tối giản. Giá trị $M + N$ bằng:

- A. 35 B. 36 C. 37 D. 38

Câu 89: Tìm các hằng số A, B để hàm số $f(x) = A \cdot \sin \pi x + B$ thỏa các điều kiện:



$$f'(1) = 2; \int_0^2 f(x)dx = 4$$

A. $\begin{cases} A = -\frac{2}{\pi} \\ B = 2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} A = \frac{2}{\pi} \\ B = -2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} A = -\frac{\pi}{2} \\ B = 2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} A = \frac{2}{\pi} \\ B = 2 \end{cases}$

HD: $f'(x) = A \cdot \pi \cos \pi x \Rightarrow f'(1) = -A\pi$ mà $f'(1) = 2 \Rightarrow A = -\frac{2}{\pi}$

$$\int_0^2 f(x)dx = \dots = 2B \text{ mà } \int_0^2 f(x)dx = 4 \Rightarrow B = 2$$

Câu 90. Tìm $a > 0$ sao cho $\int_0^a x e^{\frac{x}{2}} dx = 4$

A. 4 B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2

HD:

Sử dụng phương pháp tích phân từng phần tính được $I = 2e^{\frac{a}{2}}(a-2) + 4$

Vì $I = 4 \Rightarrow a = 2$

Câu 91. Giá trị nào của b để $\int_0^b (2x-6)dx = 0$

A. $b = 2$ hay $b = 3$ B. $b = 0$ hay $b = 1$
C. $b = 5$ hay $b = 0$ D. $b = 1$ hay $b = 5$

Câu 92. Giá trị nào của a để $\int_0^b (4x-4)dx = 0$

A. $a = 0$ B. $a = 1$



C. $a = 2$

D. $a = -1$

Câu 93. Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 x}{1 + \cos x} dx$ có giá trị là:

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{2}$

D. 2

Câu 94. Tích phân $I = \int_0^1 \frac{1}{x^2 + x + 1} dx$ có giá trị là:

A. $\frac{\pi\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{\pi\sqrt{3}}{6}$

C. $\frac{\pi\sqrt{3}}{4}$

D. $\frac{\pi\sqrt{3}}{9}$

Câu 95. Tích phân $I = \int_0^7 \frac{1}{1 + \sqrt[3]{x+1}} dx$ có giá trị là:

A. $\frac{9}{2} + 3\ln \frac{3}{2}$

B. $\frac{9}{2} - 3\ln \frac{3}{2}$

C. $\frac{9}{2} + 3\ln \frac{2}{3}$

D. $\frac{9}{2} - 3\ln \frac{2}{3}$

ỨNG DỤNG CỦA TÍCH PHÂN

Mức độ nhận biết.

Câu 1. Thể tích của khối tròn xoay được giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quay quanh trục Ox , có công thức là:

A. $V = \int_a^b f^2 x dx$

B. $V = \pi \int_a^b f^2 x dx$



$$C. V = \pi \int_a^b f(x) dx \quad D. V = \pi \int_a^b |f(x)| dx$$

Câu 2. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$ liên tục, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức:

$$A. S = \int_a^b |f(x)| dx$$

$$B. S = \int_a^b f(x) dx$$

$$C. S = \int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx \quad D. S = \int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx$$

Câu 3. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f_1(x), y = f_2(x)$ liên tục và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức:

$$A. S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx \quad B. S = \left| \int_a^b f_1(x) - f_2(x) dx \right|$$

$$C. S = \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)] dx \quad D. S = \int_a^b f_1(x) dx - \int_a^b f_2(x) dx$$

Câu 4. Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) được giới hạn bởi các đường sau: $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ xung quanh trục Ox là:

$$A. V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$$

$$B. V = \int_a^b f^2(x) dx$$

$$C. V = \pi \int_a^b f(x) dx$$

$$D. V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx$$

Câu 5. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1, x = 3$ là :



- A. $\frac{28}{9} dvdt$ B. $\frac{28}{3} dvdt$ C. $\frac{1}{3} dvdt$ D. Tất cả đều sai.

Câu 6. Thể tích khối tròn xoay sinh ra do quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3$, trục Ox, $x = -1$, $x = 1$ một vòng quanh trục Ox là :

- A. π B. 2π C. $\frac{6\pi}{7}$ D. $\frac{2\pi}{7}$

Câu 7. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đường $y = x^2 - x + 3$ và đường thẳng $y = 2x + 1$ là :

- A. $\frac{7}{6} dvdt$ B. $-\frac{1}{6} dvdt$ C. $\frac{1}{6} dvdt$ D. $5 dvdt$

Câu 8. Thể tích của khối tròn xoay được giới hạn bởi đường $y = \sin x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = \pi$ là :

- A. $\frac{\pi^2}{4}$ B. $\frac{\pi^2}{2}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{\pi^3}{3}$

Câu 9. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = x^2 + x - 1$ và $y = x^4 + x - 1$ là :

- A. $\frac{8}{15} dvdt$ B. $\frac{7}{15} dvdt$ C. $-\frac{7}{15} dvdt$ D. $\frac{4}{15} dvdt$

Câu 10. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = 2x - x^2$ và đường thẳng $x + y = 2$ là :



A. $\frac{1}{6} dvdt$ B. $\frac{5}{2} dvdt$ C. $\frac{6}{5} dvdt$ D. $\frac{1}{2} dvdt$

Câu 11. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = \ln x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = \frac{1}{e}, x = e$ là :

A. $e + \frac{1}{e} dvdt$ B. $\frac{1}{e} dvdt$ C. $e + \frac{1}{e} dvdt$ D. $e - \frac{1}{e} dvdt$

Câu 12. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = x^3 + 3x, y = -x$ và đường thẳng $x = -2$ là :

A. $\frac{5}{99} dvdt$ B. $\frac{99}{4} dvdt$ C. $\frac{99}{5} dvdt$ D. $\frac{87}{4} dvdt$

Câu 13. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = x^3, y = 0, x = -1, x = 2$ có kết quả là:

A. $\frac{17}{4}$ B. 4 C. $\frac{15}{4}$ D. $\frac{14}{4}$

Câu 14. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = -1, y = x^4 - 2x^2 - 1$ có kết quả là

A. $\frac{6\sqrt{2}}{5}$ B. $\frac{28}{3}$ C. $\frac{16\sqrt{2}}{15}$ D. $\frac{27}{4}$

Câu 15. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = -x, y = 2x - x^2$ có kết quả là

A. 4 B. $\frac{9}{2}$ C. 5 D. $\frac{7}{2}$

Câu 16. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = x + 3, y = x^2 - 4x + 3$ có kết quả là :



A. $\frac{5^2}{6}$

B. $\frac{5^3}{6}$

C. $\frac{5^4}{6}$

D. $\frac{5^3-1}{6}$

Câu 17. Thể tích khối tròn xoay giới hạn bởi $y = 2x - x^2, y = 0$ quay quanh trục ox có kết quả là:

A. π

B. $\frac{16\pi}{15}$

C. $\frac{14\pi}{15}$

D. $\frac{13\pi}{15}$

Câu 18. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = -x^2 + 5x + 6, y = 0, x = 0, x = 2$ có kết quả là:

A. $\frac{58}{3}$

B. $\frac{56}{3}$

C. $\frac{55}{3}$

D. $\frac{52}{3}$

Câu 19. Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi parabol (P): $y = x^2 - 2x$, trục Ox và các đường thẳng $x = 1, x = 3$. Diện tích của hình phẳng (H) là :

A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{4}{3}$

C. 2

D. $\frac{8}{3}$

Câu 20. Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đường cong $y = x^2 - x + 3$ và đường thẳng $y = 2x + 1$. Diện tích của hình (H) là:

A. $\frac{23}{6}$

B. 4

C. $\frac{5}{6}$

D. $\frac{1}{6}$

Câu 21. Để tìm diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C): $y = x^3; y = 0; x = -1; x = 2$ một học sinh thực hiện theo các bước như sau:

Bước I. $S = \left| \int_{-1}^2 x^3 dx \right|$

Bước II. $S = \left| \frac{x^4}{4} \right|_{-1}^2$

Bước III. $S = \left| 4 - \frac{1}{4} \right| = \frac{15}{4}$

Cách làm trên sai từ bước nào?

A. Bước I

B. Bước II

C. Bước III

D. Không có bước nào sai.

Câu 22. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C): $y = x^3; y = 0; x = -1; x = 2$ là:



- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{17}{4}$ C. $\frac{15}{4}$ D. $\frac{19}{4}$

Câu 23. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = 3x^4 - 4x^2 + 5; Ox; x = 1; x = 2$ là:

- A. $\frac{212}{15}$ B. $\frac{213}{15}$ C. $\frac{214}{15}$ D. $\frac{43}{3}$

Câu 24. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và thỏa mãn: $0 < g(x) < f(x), \forall x \in [a; b]$.

Gọi V là thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh Ox hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường: $y = f(x), y = g(x), x = a; x = b$. Khi đó V được tính bởi công thức nào sau đây?

- A. $\pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx$ B. $\pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx$
 C. $\left\{ \pi \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right\}^2$ D. $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$

Câu 25. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = -x^2 + 6x - 5; y = 0; x = 0; x = 1$ là:

- A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{7}{3}$ C. $-\frac{7}{3}$ D. $-\frac{5}{2}$

Câu 26. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = \sin x; Ox; x = 0; x = \pi$ là:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 27. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y = \sin x; Ox; x = 0; x = \pi$. Quay (H) xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi^2}{2}$ C. π D. π^2

Câu 28. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 4; Ox$ bằng ?

- A. $\frac{32}{3}$ B. $\frac{16}{3}$ C. 12 D. $\frac{-32}{3}$



Câu 29. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 - 4x$; Ox ; $x = -3$ $x = 4$ bằng ?

- A. $\frac{119}{4}$ B. 44 C. 36 D. $\frac{201}{4}$

Câu 30. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$; $y = x + 2$ bằng ?

- A. $\frac{15}{2}$ B. $-\frac{9}{2}$ C. $\frac{9}{2}$ D. $-\frac{15}{2}$

Câu 31. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^4 - 4x^2$; Ox bằng ?

- A. 128 B. $\frac{1792}{15}$ C. $\frac{128}{15}$ D. $-\frac{128}{15}$

Câu 32. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 + 4x$; Ox ; $x = -1$ bằng ?

- A. 24 B. $\frac{9}{4}$ C. 1 D. $-\frac{9}{4}$

Câu 33. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \cos x$; Ox ; Oy ; $x = \pi$ bằng ?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. Kết quả khác

Câu 34. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 - x$; Ox bằng ?

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. 2 D. $-\frac{1}{4}$

Câu 35. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x - x^2$; Ox . Quay (H) xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích bằng ?

- A. $\frac{16}{15}$ B. $\frac{4\pi}{3}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{16\pi}{15}$

Câu 36. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \tan x$; Ox ; $x = 0$; $x = \frac{\pi}{4}$. Quay (H) xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích bằng ?

- A. $1 - \frac{\pi}{4}$ B. π^2 C. $\pi - \frac{\pi^2}{4}$ D. $\frac{\pi^2}{4} - \pi$



Câu 37. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 1 - x^2$; Ox . Quay (H) xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích bằng ?

- A. $\frac{16}{15}$ B. $\frac{16\pi}{15}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{4\pi}{3}$

Câu 38. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$; $y = 1$ và $x = 1$ là:

- A. $e - 1$ B. e C. $e + 1$ D. $1 - e$

Câu 39. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3\sqrt{x}$; $x = 4$; Ox là:

- A. $\frac{16}{3}$ B. 24 C. 72 D. 16

Câu 40. Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2$; $x = 1$; trục hoành. Quay hình (H) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:

- A. $\frac{\pi}{5}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{2\pi}{5}$

Mức độ thông hiểu.

Câu 41. Thể tích của khối tròn xoay được giới hạn bởi các đường $y = 2x + 1^{\frac{1}{3}}$, $x = 0$, $y = 3$, quay quanh trục Oy là:

- A. $\frac{50\pi}{7}$ B. $\frac{480\pi}{9}$ C. $\frac{480\pi}{7}$ D. $\frac{48\pi}{7}$

Câu 42. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = e + 1 - x$, $y = 1 + e^x - x$ là:

- A. $\frac{e}{2} - 2 \int dvdt$ B. $\frac{e}{2} - 1 \int dvdt$ C. $\frac{e}{3} - 1 \int dvdt$ D. $\frac{e}{2} + 1 \int dvdt$



Câu 43. Thể tích của khối tròn xoay được giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x \cos x + \sin^2 x}$,

$y = 0, x = 0, y = \frac{\pi}{2}$ là:

A. $\frac{\pi}{4} (3\pi - 4)$

B. $\frac{\pi}{4} (5\pi + 4)$

C. $\frac{\pi}{4} (3\pi + 4)$

D. $\frac{\pi}{5} (3\pi + 4)$

Câu 44. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = \sin 2x, y = \cos x$ và hai đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$ là:

A. $\frac{1}{4} \int_0^{\pi/2} \sin 2x \cos x dx$

B. $\frac{1}{6} \int_0^{\pi/2} \sin 2x \cos x dx$

C. $\frac{3}{2} \int_0^{\pi/2} \sin 2x \cos x dx$

D. $\frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \sin 2x \cos x dx$

Câu 45. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = x, y = \sin^2 x + x$ ($0 < x < \pi$) có kết quả là

A. π

B. $\frac{\pi}{2}$

C. 2π

D. $\frac{\pi}{3}$

Câu 46. Thể tích khối tròn xoay giới hạn bởi $y = \ln x, y = 0, x = e$ quay quanh trục ox có kết quả là:

A. πe

B. $\pi(e-1)$

C. $\pi(e-2)$

D. $\pi(e+1)$

Câu 47. Thể tích khối tròn xoay giới hạn bởi $y = \ln x, y = 0, x = 1, x = 2$ quay quanh trục ox có kết quả là:

A. $2\pi(\ln 2 - 1)^2$

B. $2\pi(\ln 2 + 1)^2$

C. $\pi(2\ln 2 + 1)^2$

D. $\pi(2\ln 2 - 1)^2$



Câu 48. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x$ và $y = x$ là :

- A. $\frac{9}{2} \, dvdt$ B. $\frac{7}{2} \, dvdt$ C. $-\frac{9}{2} \, dvdt$ D. $0 \, dvdt$

Câu 49. Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đường cong (C) : $y = x^3$, trục Ox và đường thẳng $x = \frac{3}{2}$. Diện tích của hình phẳng (H) là :

- A. $\frac{65}{64}$ B. $\frac{81}{64}$ C. $\frac{81}{4}$ D. 4

Câu 50. Thể tích vật thể quay quanh trục ox giới hạn bởi $y = x^3, y = 8, x = 3$ có kết quả là:

- A. $\frac{\pi}{7}(3^7 - 9.2^5)$ B. $\frac{\pi}{7}(3^7 - 9.2^6)$ C. $\frac{\pi}{7}(3^7 - 9.2^7)$ D. $\frac{\pi}{7}(3^7 - 9.2^8)$

Câu 51. Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đường cong (C) : $y = e^x$, trục Ox, trục Oy và đường thẳng $x = 2$. Diện tích của hình phẳng (H) là :

- A. $e + 4$ B. $e^2 - e + 2$ C. $\frac{e^2}{2} + 3$ D. $e^2 - 1$

Câu 52. Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đường cong (C) : $y = \frac{2x+1}{x+1}$, trục Ox và trục Oy.

Thể tích của khối tròn xoay khi cho hình (H) quay quanh trục Ox là :

- A. 3π B. $4\pi \ln 2$ C. $(3 - 4 \ln 2)\pi$ D. $(4 - 3 \ln 2)\pi$

Câu 53. Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đường cong (C) : $y = \ln x$, trục Ox và đường thẳng $x = e$. Diện tích của hình phẳng (H) là :



A. 1

B. $\frac{1}{e} - 1$

C. e

D. 2

Câu 54. Cho hình phẳng (H) được giới hạn đường cong $(C) : y = x^3 - 2x^2$ và trục Ox. Diện tích của hình phẳng (H) là :

A. $\frac{4}{3}$

B. $\frac{5}{3}$

C. $\frac{11}{12}$

D. $\frac{68}{3}$

Câu 55. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đường $y = \sqrt{x}$ và $y = x^2$ là :

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{5}$

D. $\frac{1}{3}$

Câu 56. Hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = x^2$ và đường thẳng $y = 4$ quay một vòng quanh trục Ox. Thể tích khối tròn xoay được sinh ra bằng :

A. $\frac{64\pi}{5}$

B. $\frac{128\pi}{5}$

C. $\frac{256\pi}{5}$

D. $\frac{152\pi}{5}$

Câu 57. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = \sin x; y = \cos x; x = 0; x = \pi$ là:

A. 2

B. 3

C. $3\sqrt{2}$

D. $2\sqrt{2}$

Câu 58. Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đường cong $(C) : y = \sin x$, trục Ox và các đường thẳng $x = 0, x = \pi$. Thể tích của khối tròn xoay khi cho hình (H) quay quanh trục Ox là :

A. 2

B. 3

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{3}{2}$

Câu 59. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = x + \sin x; y = x$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) là:



A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 60. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = \frac{x^3}{1-x^2}; y = x$ là:

A. 1 B. $1 - \ln 2$ C. $1 + \ln 2$ D. $2 - \ln 2$

Câu 61. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = 4x - x^2; Ox$ là:

A. $\frac{31}{3}$ B. $-\frac{31}{3}$ C. $\frac{32}{3}$ D. $\frac{33}{3}$

Câu 62. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y = 3x - x^2; Ox$. Quay (H) xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:

A. $\frac{81}{11}\pi$ B. $\frac{83}{11}\pi$ C. $\frac{83}{10}\pi$ D. $\frac{81}{10}\pi$

Câu 63. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = x^2 + 2x; y = x + 2$ là:

A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{7}{2}$ C. $\frac{9}{2}$ D. $\frac{11}{2}$

Câu 64. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = \frac{1}{x}; d: y = -2x + 3$ là:

A. $\frac{3}{4} - \ln 2$ B. $\frac{1}{25}$ C. $\ln 2 - \frac{3}{4}$ D. $\frac{1}{24}$

Câu 65. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = x^2; (d): x + y = 2$ là:

A. $\frac{7}{2}$ B. $\frac{9}{2}$ C. $\frac{11}{2}$ D. $\frac{13}{2}$

Câu 66. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = x^2; (d): y = \sqrt{x}$ là:

A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{5}{3}$ D. $\frac{1}{3}$



Câu 67. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y = \sqrt{x} - 1$; Ox ; $x = 4$. Quay (H) xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:

- A. $\frac{7}{6}\pi$ B. $\frac{5}{6}\pi$ C. $\frac{7}{6}\pi^2$ D. $\frac{5}{6}\pi^2$

Câu 68. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y = 3x$; $y = x$; $x = 1$. Quay (H) xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:

- A. $\frac{8\pi}{3}$ B. $\frac{8\pi^2}{3}$ C. $8\pi^2$ D. 8π

Câu 69. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = -3x^2 + 3$ với $x \geq 0$; Ox ; Oy là:

- A. -4 B. 2 C. 4 D. 44

Câu 70. Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$; $x = 4$; trục hoành. Quay hình (H) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:

- A. $\frac{15\pi}{2}$ B. $\frac{14\pi}{3}$ C. 8π D. $\frac{16\pi}{3}$

Câu 71. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$ và trục hoành là:

- A. $-\frac{27}{4}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{27}{4}$ D. 4

Câu 72. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -5x^4 + 5$ và trục hoành là:

- A. 4 B. 8 C. 3108 D. 6216

Câu 73. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^3 + 11x - 6$ và $y = 6x^2$ là:

- A. 52 B. 14 C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{2}$

Câu 74. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^3$ và $y = 4x$ là:

- A. 4 B. 8 C. 40 D. $\frac{2048}{105}$



Câu 75. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x$; $y = \frac{8}{x}$; $x = 3$ là:

- A. $5 - 8\ln 6$ B. $5 + 8\ln \frac{2}{3}$ C. 26 D. $\frac{14}{3}$

Câu 76. Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $y = x + 1$; $y = \frac{6}{x}$; $x = 1$. Quay hình (H) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:

- A. $\frac{13\pi}{6}$ B. $\frac{125\pi}{6}$ C. $\frac{35\pi}{3}$ D. 18π

Câu 77. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = m\cos x$; Ox ; $x = 0$; $x = \pi$ bằng 3π . Khi đó giá trị của m là:

- A. $m = -3$ B. $m = 3$ C. $m = -4$ D. $m = \pm 3$

Câu 78. Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $y = -x^2 + 2x$, trục hoành. Quay hình (H) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:

- A. $\frac{16\pi}{15}$ B. $\frac{4\pi}{3}$ C. $\frac{496\pi}{15}$ D. $\frac{32\pi}{15}$

Câu 79. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x - 1$; $y = \frac{6}{x}$; $x = 3$ là:

- A. $4 - 6\ln 6$ B. $4 + 6\ln \frac{2}{3}$ C. $\frac{443}{24}$ D. $\frac{25}{6}$

Câu 80. Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $y = \frac{4}{x}$ và $y = -x + 5$. Quay hình (H) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:

- A. $\frac{9\pi}{2}$ B. $\frac{15}{2} - 4\ln 4$ C. $\frac{33}{2} - 4\ln 4$ D. 9π

Mức độ vận dụng.



Câu 81. Cho (C) : $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 - 2x - 2m - \frac{1}{3}$. Giá trị $m \in \left(0; \frac{5}{6}\right)$ sao cho hình phẳng

giới hạn bởi đồ thị (C), $y = 0, x = 0, x = 2$ có diện tích bằng 4 là:

- A. $m = -\frac{1}{2}$ B. $m = \frac{1}{2}$ C. $m = \frac{3}{2}$ D. $m = -\frac{3}{2}$

Câu 82. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = ax^2, x^2 = ay$ ($a > 0$) có kết quả là

- A. a^2 B. $\frac{1}{2}a^2$ C. $\frac{1}{3}a^2$ D. $\frac{1}{4}a^2$

Câu 83. Thể tích khối tròn xoay khi cho Elip $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ quay quanh trục ox :

- A. $\frac{4}{3}\pi a^2b$ B. $\frac{4}{3}\pi ab^2$ C. $\frac{2}{3}\pi a^2b$ D. $-\frac{2}{3}\pi ab^2$

Câu 84. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = \sin^2x + \sin x + 1; y = 0; x = 0; x = \pi/2$ là:

- A. $\frac{3\pi}{4}$ B. $\frac{3\pi}{4} + 1$ C. $\frac{3\pi}{4} - 1$ D. $\frac{3}{4}$

Câu 85. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = e^x - e^{-x}; Ox; x = 1$ là:

- A. 1 B. $e + \frac{1}{e} - 1$ C. $e + \frac{1}{e}$ D. $e + \frac{1}{e} - 2$



Câu 86. Thể tích vật thể tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường

$$x = \frac{1}{4}y^2 \ (y \leq 0); \ x = -\frac{1}{2}y^2 + 3y \ (y \leq 2); \ x = 0 \text{ quay quanh Ox:}$$

- A. 32π B. 32 C. $32\pi^2$ D. 33π

Câu 87. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đường cong $(C): y = \sin^2 x$, trục Ox và các đường thẳng $x = 0, x = \pi$ bằng :

- A. π B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{4}$

Câu 88. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = 5 + |x|, y = |x^2 - 1|, x = 0, x = 1$ có kết quả là:

- A. $\frac{55}{3}$ B. $\frac{26}{3}$ C. $\frac{25}{3}$ D. $\frac{27}{3}$

Câu 89. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = |\ln x|; y = 1$ là:

- A. $e - 2e^2 + 2$ B. $e - \frac{3}{e} + 2$ C. $e^2 + 2e - 1$ D. 3

Câu 90. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường:

$$y = \sqrt{4 - \frac{x^2}{4}}; \ y = \frac{x^2}{4\sqrt{2}} \text{ là:}$$

- A. $2\pi + \frac{4}{3} dvdt$ B. $\frac{2\pi + 4}{3} dvdt$ C. $\pi + \frac{4}{3} dvdt$



D. $2\pi - \frac{4}{3} dvdt$

Câu 91. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi: $(C): y = \sqrt{x}; (d): y = x - 2; Ox$ là:

A. $\frac{10}{3}$ B. $\frac{16}{3}$ C. $\frac{122}{3}$ D. $\frac{128}{3}$

Câu 92. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi: $(C): y = \ln x; d: y = 1; Ox; Oy$ là:

A. $e - 2$ B. $e + 2$ C. $e - 1$ D. e

Câu 93. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi: $(C): y = \ln x; d_1: y = 1; d_2: y = -x + 1$ là:

A. $e - \frac{1}{2}$ B. $e - \frac{3}{2}$ C. $e + \frac{1}{2}$ D. $e + \frac{3}{2}$

Câu 94. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi: $(C): y = e^x; d: y = -x + 1; x = 1$ là:

A. e B. $e + \frac{1}{2}$ C. $e + 1$ D. $e - \frac{3}{2}$

Câu 95. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi: $(C): y = e^x; d_1: y = e; d_2: y = (1 - e)x + 1$ là:

A. $\frac{e - 1}{2}$ B. $\frac{e + 1}{2}$ C. $\frac{e + 3}{2}$ D. $\frac{e}{2}$

Câu 96. Cho đường cong $(C): y = \sqrt{x}$. Gọi d là tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(4, 2)$. Khi đó diện tích của hình phẳng giới hạn bởi: $(C); d; Ox$ là:

A. $\frac{8}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{16}{3}$ D. $\frac{22}{3}$

Câu 97. Cho đường cong $(C): y = 2 - \ln x$. Gọi d là tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(1, 2)$. Khi đó diện tích của hình phẳng giới hạn bởi: $(C); d; Ox$ là:

A. $e^2 - 3$ B. $e^2 - 1$ C. e^2 D. $e^2 - 5$



Câu 98. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = \sqrt{x}; d: y = \frac{1}{2}x$. Quay (H) xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:

- A. 8π B. $\frac{16\pi}{3}$ C. $\frac{8\pi}{3}$ D. $\frac{8\pi}{15}$

Câu 99. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = x^3; d: y = -x + 2; Ox$. Quay (H) xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:

- A. $\frac{4\pi}{21}$ B. $\frac{10\pi}{21}$ C. $\frac{\pi}{7}$ D. $\frac{\pi}{3}$

Câu 100. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = -2\sqrt{x}; d: y = \frac{1}{2}x; x = 4$. Quay (H) xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:

- A. $\frac{80\pi}{3}$ B. $\frac{112\pi}{3}$ D. $\frac{16\pi}{3}$ D. 32π

PHẦN 14 :

A. MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT: 20 câu

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$ là:

- A. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$ B. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \frac{1}{x^2} + C$ C. $x^3 - 3x^2 + \ln x + C$ D. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - \ln|x| + C$

Câu 2: Họ nguyên hàm của $f(x) = x^2 - 2x + 1$ là

- A. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2 + x + C$ B. $F(x) = 2x - 2 + C$
C. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x + C$ D. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x + C$

Câu 3: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$ là :

- A. $\ln x - \ln x^2 + C$ B. $\ln x - \frac{1}{x} + C$ C. $\ln|x| + \frac{1}{x} + C$ D. Kết quả khác

Câu 4: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x} - e^x$ là:



- A. $\frac{1}{2}e^{2x} - e^x + C$ B. $2e^{2x} - e^x + C$ C. $e^x(e^x - x) + C$ D. Kết quả khác

Câu 5: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$ là:

- A. $\frac{1}{3}\sin 3x + C$ B. $-\frac{1}{3}\sin 3x + C$ C. $-\sin 3x + C$ D. $-3\sin 3x + C$

Câu 6: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2e^x + \frac{1}{\cos^2 x}$ là:

- A. $2e^x + \tan x + C$ B. $e^x(2x - \frac{e^{-x}}{\cos^2 x})$ C. $e^x + \tan x + C$ D. Kết quả khác

Câu 7: Tính $\int \sin(3x-1)dx$, kết quả là:

- A. $-\frac{1}{3}\cos(3x-1) + C$ B. $\frac{1}{3}\cos(3x-1) + C$ C. $-\cos(3x-1) + C$ D. Kết quả khác

Câu 8: Tìm $\int (\cos 6x - \cos 4x)dx$ là:

- A. $-\frac{1}{6}\sin 6x + \frac{1}{4}\sin 4x + C$ B. $6\sin 6x - 5\sin 4x + C$
 C. $\frac{1}{6}\sin 6x - \frac{1}{4}\sin 4x + C$ D. $-6\sin 6x + \sin 4x + C$

Câu 9: Tính nguyên hàm $\int \frac{1}{2x+1}dx$ ta được kết quả sau:

- A. $\frac{1}{2}\ln|2x+1| + C$ B. $-\ln|2x+1| + C$ C. $-\frac{1}{2}\ln|2x+1| + C$ D. $\ln|2x+1| + C$

Câu 10: Tính nguyên hàm $\int \frac{1}{1-2x}dx$ ta được kết quả sau:

- A. $\ln|1-2x| + C$ B. $-2\ln|1-2x| + C$ C. $-\frac{1}{2}\ln|1-2x| + C$ D. $\frac{2}{(1-2x)^2} + C$

Câu 11: Công thức nguyên hàm nào sau đây **không đúng**?

- A. $\int \frac{1}{x}dx = \ln x + C$ B. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \quad (\alpha \neq -1)$
 C. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (0 < a \neq 1)$ D. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$

Câu 12: Tính $\int (3\cos x - 3^x)dx$, kết quả là:

- A. $3\sin x - \frac{3^x}{\ln 3} + C$ B. $-3\sin x + \frac{3^x}{\ln 3} + C$ C. $3\sin x + \frac{3^x}{\ln 3} + C$ D. $-3\sin x - \frac{3^x}{\ln 3} + C$

Câu 13: Trong các hàm số sau:

- (I) $f(x) = \tan^2 x + 2$ (II) $f(x) = \frac{2}{\cos^2 x}$ (III) $f(x) = \tan^2 x + 1$

Hàm số nào có một nguyên hàm là hàm số $g(x) = \tan x$



A. (I), (II), (III)

B. Chỉ (II), (III)

C. Chỉ (III)

D. Chỉ (II)

Câu 14: Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề sai

A. $\int f'(x) f^2(x) dx = \frac{f^3(x)}{3} + C$

B. $\int f(x) \cdot g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$

C. $\int f(x) + g(x) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$

D. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ (k là hằng số)

Câu 15: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x+1)^3$ là:

A. $\frac{1}{2}(2x+1)^4 + C$

B. $(2x+1)^4 + C$

C. $2(2x+1)^4 + C$

D. Kết quả khác

Câu 16: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = (1-2x)^5$ là:

A. $-\frac{1}{2}(1-2x)^6 + C$

B. $(1-2x)^6 + C$

C. $5(1-2x)^6 + C$

D. $5(1-2x)^4 + C$

Câu 17: Chọn câu khẳng định sai?

A. $\int \ln x dx = \frac{1}{x} + C$

B. $\int 2x dx = x^2 + C$

C. $\int \sin x dx = -\cos x + C$

D. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$

Câu 18: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + \frac{3}{x^2}$ là :

A. $x^2 - \frac{3}{x} + C$

B. $x^2 + \frac{3}{x^2} + C$

C. $x^2 + 3\ln x^2 + C$

D. Kết quả khác

Câu 19: Hàm số $F(x) = e^x + \tan x + C$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nào?

A. $f(x) = e^x - \frac{1}{\sin^2 x}$

B. $f(x) = e^x + \frac{1}{\sin^2 x}$

C. $f(x) = e^x + \frac{1}{\cos^2 x}$

D. Kết quả khác

Câu 20: Nếu $\int f(x) dx = e^x + \sin 2x + C$ thì $f(x)$ bằng

A. $e^x + \cos 2x$

B. $e^x - \cos 2x$

C. $e^x + 2\cos 2x$

D. $e^x + \frac{1}{2}\cos 2x$



Câu 21: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x^4 + 3}{x^2}$ là :

- A. $\frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} + C$ B. $\frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x^2} + C$ C. $\frac{2x^3}{3} - 3\ln x^2 + C$ D. Kết quả khác

Câu 22: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2\sin 3x \cos 2x$

- A. $-\frac{1}{5}\cos 5x - \cos x + C$ B. $\frac{1}{5}\cos 5x + \cos x + C$ C. $5\cos 5x + \cos x + C$ D. Kết quả khác

Câu 23: Tìm hàm số $f(x)$ biết rằng $f'(x) = 2x + 1$ và $f(1) = 5$

- A. $x^2 + x + 3$ B. $x^2 + x - 3$ C. $x^2 + x$ D. Kết quả khác

Câu 24: Tìm hàm số $f(x)$ biết rằng $f'(x) = 4\sqrt{x} - x$ và $f(4) = 0$

- A. $\frac{8x\sqrt{x}}{3} - \frac{x^2}{2} - \frac{40}{3}$ B. $\frac{8\sqrt{x}}{3} - \frac{x^2}{2} - \frac{40}{3}$ C. $\frac{8x\sqrt{x}}{3} - \frac{x^2}{2} + \frac{40}{3}$ D. Kết quả khác

Câu 25: Nguyên hàm của hàm số $\int xe^{x^2} dx$ là

- A. $xe^{x^2} + C$ B. $\frac{e^{x^2}}{2} + C$ C. $e^{x^2} + C$ D. $x + e^{x^2}$

Câu 26: Tìm hàm số $y = f(x)$ biết $f'(x) = (x^2 - x)(x + 1)$ và $f(0) = 3$

- A. $y = f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + 3$ B. $y = f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} - 3$
C. $y = f(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + 3$ D. $y = f(x) = 3x^2 - 1$

Câu 27: Tìm $\int (\sin x + 1)^3 \cos x dx$ là:

- A. $\frac{(\cos x + 1)^4}{4} + C$ B. $\frac{\sin^4 x}{4} + C$
C. $\frac{(\sin x + 1)^4}{4} + C$ D. $4(\sin x + 1)^3 + C$

Câu 28: Tìm $\int \frac{dx}{x^2 - 3x + 2}$ là:

- A. $\ln \frac{1}{x-2} - \ln \frac{1}{x-1} + C$ B. $\ln \left| \frac{x-2}{x-1} \right| + C$
C. $\ln \left| \frac{x-1}{x-2} \right| + C$ D. $\ln(x-2)(x-1) + C$

Câu 29: Tìm $\int x \cos 2x dx$ là:

- A. $\frac{1}{2} x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + C$ B. $\frac{1}{2} x \sin 2x + \frac{1}{2} \cos 2x + C$
C. $\frac{x^2 \sin 2x}{4} + C$ D. $\sin 2x + C$

Câu 30: Lựa chọn phương án đúng:



A. $\int \cot x dx = \ln|\sin x| + C$

B. $\int \sin x dx = \cos x + C$

C. $\int \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{x} + C$

D. $\int \cos x dx = -\sin x + C$

Câu 31: Tính nguyên hàm $\int \sin^3 x \cos x dx$ ta được kết quả là:

A. $\sin^4 x + C$

B. $\frac{1}{4} \sin^4 x + C$

C. $-\sin^4 x + C$

D. $-\frac{1}{4} \sin^4 x + C$

Câu 32: Cho $f(x) = 3x^2 + 2x - 3$ có một nguyên hàm triệt tiêu khi $x = 1$. Nguyên hàm đó là kết quả nào sau đây?

A. $F(x) = x^3 + x^2 - 3x$

B. $F(x) = x^3 + x^2 - 3x + 1$

C. $F(x) = x^3 + x^2 - 3x + 2$

D. $F(x) = x^3 + x^2 - 3x - 1$

Câu 33: Hàm số nào sau đây không phải là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x(2+x)}{(x+1)^2}$

A. $\frac{x^2 - x - 1}{x+1}$

B. $\frac{x^2 + x - 1}{x+1}$

C. $\frac{x^2 + x + 1}{x+1}$

D. $\frac{x^2}{x+1}$

Câu 34: Kết quả nào sai trong các kết quả sau:

A. $\int \frac{2^{x+1} - 5^{x-1}}{10^x} dx = \frac{1}{5 \cdot 2^x \cdot \ln 2} + \frac{1}{5^x \cdot \ln 5} + C$

B. $\int \frac{\sqrt{x^4 + x^{-4} + 2}}{x^3} dx = \ln|x| - \frac{1}{4x^4} + C$

C. $\int \frac{x^2}{1-x^2} dx = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x+1}{x-1} \right| - x + C$

D. $\int \tan^2 x dx = \tan x - x + C$

Câu 35: Tìm nguyên hàm $\int \left(\sqrt[3]{x^2} + \frac{4}{x} \right) dx$

A. $\frac{5}{3} \sqrt[3]{x^5} + 4 \ln|x| + C$

B. $-\frac{3}{5} \sqrt[3]{x^5} + 4 \ln|x| + C$

C. $\frac{3}{5} \sqrt[3]{x^5} - 4 \ln|x| + C$

D. $\frac{3}{5} \sqrt[3]{x^5} + 4 \ln|x| + C$

Câu 36: Kết quả của $\int \frac{x}{1-x^2} dx$ là:

A. $\sqrt{1-x^2} + C$

B. $\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} + C$

C. $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + C$

D. $-\sqrt{1-x^2} + C$

Câu 37: Tìm nguyên hàm $\int (1 + \sin x)^2 dx$

A. $\frac{2}{3} x + 2 \cos x - \frac{1}{4} \sin 2x + C$

B. $\frac{2}{3} x - 2 \cos x + \frac{1}{4} \sin 2x + C$

C. $\frac{2}{3} x - 2 \cos 2x - \frac{1}{4} \sin 2x + C$

D. $\frac{2}{3} x - 2 \cos x - \frac{1}{4} \sin 2x + C$

Câu 38: Tính $\int \tan^2 x dx$, kết quả là:

A. $x - \tan x + C$

B. $-x + \tan x + C$

C. $-x - \tan x + C$

D. $\frac{1}{3} \tan^3 x + C$



Câu 39: Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai ?

$$(I) \int \sin x \sin 3x dx = \frac{1}{4}(\sin 2x - \frac{1}{2} \sin 4x) + C$$

$$(II) \int \tan^2 x dx = \frac{1}{3} \tan^3 x + C$$

$$(III) \int \frac{x+1}{x^2+2x+3} dx = \frac{1}{2} \ln(x^2+2x+3) + C$$

- A. Chỉ (I) và (II) B. Chỉ (III) C. Chỉ (II) và (III) D. Chỉ (II)

Câu 40: Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của $\sin 2x$

- A. $\sin^2 x$ B. $2\cos 2x$ C. $-2\cos 2x$ D. $2\sin x$

C. MỨC ĐỘ VẬN DỤNG: 10 câu

Câu 41: Tìm hàm số $f(x)$ biết rằng $f'(x) = ax + \frac{b}{x^2}$, $f'(1) = 0$, $f(1) = 4$, $f(-1) = 2$

- A. $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} + \frac{5}{2}$ B. $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{x} + \frac{5}{2}$ C. $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} - \frac{5}{2}$ D. Kết quả khác

Lược giải:

Sử dụng máy tính kiểm tra từng đáp án:

- Nhập hàm số
- Dùng phím CALC để kiểm tra các điều kiện $f'(1) = 0$, $f(1) = 4$, $f(-1) = 2$
- Đáp án đúng: B

Câu 42: Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 + k}$ với $k \neq 0$?

A. $f(x) = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 + k} + \frac{k}{2} \ln |x + \sqrt{x^2 + k}|$

B. $f(x) = \frac{1}{2} \sqrt{x^2 + k} + \frac{x}{2} \ln |x + \sqrt{x^2 + k}|$

C. $f(x) = \frac{k}{2} \ln |x + \sqrt{x^2 + k}|$

D. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + k}}$

Lược giải:

$$\left(\frac{x}{2} \sqrt{x^2 + k} + \frac{k}{2} \ln |x + \sqrt{x^2 + k}| \right)' = \frac{1}{2} \sqrt{x^2 + k} + \frac{x}{2} \frac{x}{\sqrt{x^2 + k}} + \frac{k}{2} \frac{1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + k}}}{x + \sqrt{x^2 + k}} = \sqrt{x^2 + k}$$



Câu 43: Nếu $f(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-1}$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x) = \frac{10x^2 - 7x + 2}{\sqrt{2x-1}}$ trên khoảng

$\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ thì $a+b+c$ có giá trị là

- A. 3
C. 4
B. 0
D. 2

Lược giải:

$$(ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-1}' = \frac{5ax^2 + (-2a + 3b)x - b + c}{\sqrt{2x-3}} = \frac{10x^2 - 7x + 2}{\sqrt{2x-3}}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 2$$

Câu 44: Xác định a, b, c sao cho $g(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-3}$ là một nguyên hàm của hàm số

$$f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x-3}} \text{ trong khoảng } \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$$

- A. $a=4, b=2, c=2$
C. $a=-2, b=1, c=4$
B. $a=1, b=-2, c=4$
D. $a=4, b=-2, c=1$

Lược giải:

$$(ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-3}' = \frac{5ax^2 + (-6a + 3b)x - 3b + c}{\sqrt{2x-3}} = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x-3}}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -2 \\ c = 1 \end{cases}$$

Câu 45: Một nguyên hàm của hàm số: $f(x) = x \sin \sqrt{1+x^2}$ là:

- A. $F(x) = -\sqrt{1+x^2} \cos \sqrt{1+x^2} + \sin \sqrt{1+x^2}$
B. $F(x) = -\sqrt{1+x^2} \cos \sqrt{1+x^2} - \sin \sqrt{1+x^2}$
C. $F(x) = \sqrt{1+x^2} \cos \sqrt{1+x^2} + \sin \sqrt{1+x^2}$
D. $F(x) = \sqrt{1+x^2} \cos \sqrt{1+x^2} - \sin \sqrt{1+x^2}$

Lược giải:

$$\text{Đặt } I = \int (x \sin \sqrt{1+x^2}) dx$$

- Dùng phương pháp đổi biến, đặt $t = \sqrt{1+x^2}$ ta được $I = \int t \sin t dt$
- Dùng phương pháp nguyên hàm từng phần, đặt $u = t, dv = \sin t dt$
- Ta được $I = -t \cos t - \int \cos t dt = -\sqrt{1+x^2} \cos \sqrt{1+x^2} - \sin \sqrt{1+x^2} + C$

Câu 46: Trong các hàm số sau:



$$(I) f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$(II) f(x) = \sqrt{x^2 + 1} + 5$$

$$(III) f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$(IV) f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} - 2$$

Hàm số nào có một nguyên hàm là hàm số $F(x) = \ln|x + \sqrt{x^2 + 1}|$

A. Chỉ (I)

B. Chỉ (III)

C. Chỉ (II)

D. Chỉ (III) và (IV)

Lược giải:

$$\ln|x + \sqrt{x^2 + 1}|' = \frac{1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}}{x + \sqrt{x^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

Câu 47: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2$ là hàm số nào sau đây:

A. $F(x) = \frac{3}{5}x\sqrt[3]{x^2} + \frac{12}{5}\sqrt[6]{x^5} + \ln|x|$

B. $F(x) = \frac{1}{3}\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^3$

C. $F(x) = x\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}^2$

D. $F(x) = \frac{3}{5}x\sqrt[3]{x^2} + \ln|x| + \frac{12}{5}\sqrt[5]{x^6}$

Lược giải:

$$\left(\frac{3}{5}x\sqrt[3]{x^2} + \frac{12}{5}\sqrt[6]{x^5} + \ln|x|\right)' = \left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2$$

Câu 48: Xét các mệnh đề

(I) $F(x) = x + \cos x$ là một nguyên hàm của $f(x) = \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2}\right)^2$

(II) $F(x) = \frac{x^4}{4} + 6\sqrt{x}$ là một nguyên hàm của $f(x) = x^3 + \frac{3}{\sqrt{x}}$

(III) $F(x) = \tan x$ là một nguyên hàm của $f(x) = -\ln|\cos x|$

Mệnh đề nào sai ?

A. (I) và (II)

B. Chỉ (III)

C. Chỉ (II)

D. Chỉ (I) và (III)

Lược giải:

$$-\ln|\cos x|' = \tan x \text{ (vì } -\ln|\cos x| \text{ là một nguyên hàm của } \tan x)$$

Câu 49: Trong các mệnh đề sau đây mệnh đề nào đúng ?

(I) $\int \frac{xdx}{x^2 + 4} = \frac{1}{2}\ln(x^2 + 4) + C$

(II) $\int \cot x dx = -\frac{1}{\sin^2 x} + C$



$$(III) \int e^{2\cos x} \sin x dx = -\frac{1}{2}e^{2\cos x} + C$$

A. Chỉ (I)

B. Chỉ (III)

C. Chỉ (I) và (II)

D. Chỉ (I) và (III)

Lược giải:

$$\int \frac{x dx}{x^2 + 4} = \frac{1}{2} \int \frac{d(x^2 + 4)}{x^2 + 4} = \frac{1}{2} \ln(x^2 + 4) + C$$

$$\int e^{2\cos x} \sin x dx = -\frac{1}{2} \int e^{2\cos x} d(\cos x) = -\frac{1}{2} e^{2\cos x} + C$$

Câu 50: Tìm nguyên hàm $F(x) = e^{x\sqrt{2}}(a \tan^2 x + b \tan x + c)$ là một nguyên hàm của $f(x) = e^{x\sqrt{2}} \tan^3 x$ trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

A. $F(x) = e^{x\sqrt{2}}\left(\frac{1}{2} \tan^2 x - \frac{\sqrt{2}}{2} \tan x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

B. $F(x) = e^{x\sqrt{2}}\left(\frac{1}{2} \tan^2 x - \frac{\sqrt{2}}{2} \tan x + \frac{1}{2}\right)$

C. $F(x) = e^{x\sqrt{2}}\left(\frac{1}{2} \tan^2 x + \frac{\sqrt{2}}{2} \tan x + \frac{1}{2}\right)$

D. $F(x) = e^{x\sqrt{2}}\left(\frac{1}{2} \tan^2 x - \frac{\sqrt{2}}{2} \tan x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Lược giải:

- Có thể dùng đạo hàm để kiểm tra từng đáp án.

- Hoặc tìm đạo hàm của $F(x) = e^{x\sqrt{2}}(a \tan^2 x + b \tan x + c)$ rồi đồng nhất với $f(x) = e^{x\sqrt{2}} \tan^3 x$

$$\begin{aligned} F'(x) &= \sqrt{2}e^{x\sqrt{2}}(a \tan^2 x + b \tan x + c) + e^{x\sqrt{2}}[2a(1 + \tan^2 x) \tan x + b(1 + \tan^2 x)] \\ &= e^{x\sqrt{2}}[2a \tan^3 x + (\sqrt{2}a + b) \tan^2 x + (2a + \sqrt{2}b) \tan x + b + \sqrt{2}c] \end{aligned}$$

$F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ nên $F'(x) = f(x)$

Suy ra

$$\begin{cases} 2a = 1 \\ \sqrt{2}a + b = 0 \\ 2a + \sqrt{2}b = 0 \\ b + \sqrt{2}c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ c = \frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{Đáp án đúng: B}$$

PHẦN 15 :

NHẬN BIẾT



Câu 1. Để tìm diện tích của hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = x^3; y = 0; x = -1; x = 2$ một học sinh thực hiện theo các bước như sau:

Bước I. $S = \left| \int_{-1}^2 x^3 dx \right|$

Bước II. $S = \left| \frac{x^4}{4} \right|_{-1}^2$

Bước III. $S = \left| 4 - \frac{1}{4} \right| = \frac{15}{4}$

Cách làm trên sai từ bước nào?

A. Bước I

B. Bước II

C. Bước III

D. Không có bước nào sai.

Câu 2. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = x^3; y = 0; x = -1; x = 2$ là:

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{17}{4}$

C. $\frac{15}{4}$

D. $\frac{19}{4}$

Câu 3. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = 3x^4 - 4x^2 + 5; Ox; x = 1; x = 2$ là:

A. $\frac{212}{15}$

B. $\frac{213}{15}$

C. $\frac{214}{15}$

D. $\frac{43}{3}$

Câu 4. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và thỏa mãn: $0 < g(x) < f(x), \forall x \in [a; b]$.

Gọi V là thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh Ox hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường: $y = f(x), y = g(x), x = a; x = b$. Khi đó V được tính bởi công thức nào sau đây?

A. $\pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx$

B. $\pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx$

C. $\left\{ \pi \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right\}^2$

D. $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$

Câu 5. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = -x^2 + 6x - 5; y = 0; x = 0; x = 1$ là:

A. $\frac{5}{2}$

B. $\frac{7}{3}$

C. $-\frac{7}{3}$

D. $-\frac{5}{2}$

Câu 6. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = \sin x; Ox; x = 0; x = \pi$ là:

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4



Câu 7. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y = \sin x$; Ox ; $x = 0$; $x = \pi$. Quay (H) xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi^2}{2}$ C. π D. π^2

Câu 8. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 4$; Ox bằng ?

- A. $\frac{32}{3}$ B. $\frac{16}{3}$ C. 12 D. $-\frac{32}{3}$

Câu 9. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 - 4x$; Ox ; $x = -3$; $x = 4$ bằng ?

- A. $\frac{119}{4}$ B. 44 C. 36 D. $\frac{201}{4}$

Câu 10. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$; $y = x + 2$ bằng ?

- A. $\frac{15}{2}$ B. $-\frac{9}{2}$ C. $\frac{9}{2}$ D. $-\frac{15}{2}$

Câu 11. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^4 - 4x^2$; Ox bằng ?

- A. 128 B. $\frac{1792}{15}$ C. $\frac{128}{15}$ D. $-\frac{128}{15}$

Câu 12. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 + 4x$; Ox ; $x = -1$ bằng ?

- A. 24 B. $\frac{9}{4}$ C. 1 D. $-\frac{9}{4}$

Câu 13. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \cos x$; Ox ; Oy ; $x = \pi$ bằng ?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. Kết quả khác

Câu 14. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 - x$; Ox bằng ?

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. 2 D. $-\frac{1}{4}$

Câu 15. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x - x^2$; Ox . Quay (H) xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích bằng ?

- A. $\frac{16}{15}$ B. $\frac{4\pi}{3}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{16\pi}{15}$

Câu 16. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \tan x$; Ox ; $x = 0$; $x = \frac{\pi}{4}$. Quay (H) xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích bằng ?



A. $1 - \frac{\pi}{4}$

B. π^2

C. $\pi - \frac{\pi^2}{4}$

D. $\frac{\pi^2}{4} - \pi$

Câu 17. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 1 - x^2$; Ox . Quay (H) xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích bằng ?

A. $\frac{16}{15}$

B. $\frac{16\pi}{15}$

C. $\frac{4}{3}$

D. $\frac{4\pi}{3}$

Câu 18. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$; $y = 1$ và $x = 1$ là:

A. $e - 1$

B. e

C. $e + 1$

D. $1 - e$

Câu 19. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3\sqrt{x}$; $x = 4$; Ox là:

A. $\frac{16}{3}$

B. 24

C. 72

D. 16

Câu 20. Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2$; $x = 1$; trục hoành. Quay hình (H) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:

A. $\frac{\pi}{5}$

B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{2\pi}{3}$

D. $\frac{2\pi}{5}$

THÔNG HIỂU

Câu 1. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = 4x - x^2$; Ox là:

A. $\frac{31}{3}$

B. $-\frac{31}{3}$

C. $\frac{32}{3}$

D. $\frac{33}{3}$

Câu 2. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y = 3x - x^2$; Ox . Quay (H) xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:

A. $\frac{81}{11}\pi$

B. $\frac{83}{11}\pi$

C. $\frac{83}{10}\pi$

D. $\frac{81}{10}\pi$

Câu 3. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = x^2 + 2x$; $y = x + 2$ là:

A. $\frac{5}{2}$

B. $\frac{7}{2}$

C. $\frac{9}{2}$

D. $\frac{11}{2}$

Câu 4. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = \frac{1}{x}$; $d: y = -2x + 3$ là:



A. $\frac{3}{4} - \ln 2$ B. $\frac{1}{25}$ C. $\ln 2 - \frac{3}{4}$ D. $\frac{1}{24}$

Câu 5. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = x^2; (d): x + y = 2$ là:

A. $\frac{7}{2}$ B. $\frac{9}{2}$ C. $\frac{11}{2}$ D. $\frac{13}{2}$

Câu 6. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = x^2; (d): y = \sqrt{x}$ là:

A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{5}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

Câu 7. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y = \sqrt{x} - 1; Ox; x = 4$. Quay (H) xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:

A. $\frac{7}{6}\pi$ B. $\frac{5}{6}\pi$ C. $\frac{7}{6}\pi^2$ D. $\frac{5}{6}\pi^2$

Câu 8. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y = 3x; y = x; x = 1$. Quay (H) xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:

A. $\frac{8\pi}{3}$ B. $\frac{8\pi^2}{3}$ C. $8\pi^2$ D. 8π

Câu 9. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = -3x^2 + 3$ với $x \geq 0; Ox; Oy$ là:

A. -4 B. 2 C. 4 D. 44

Câu 10. Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}; x = 4$; trục hoành. Quay hình (H) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:

A. $\frac{15\pi}{2}$ B. $\frac{14\pi}{3}$ C. 8π D. $\frac{16\pi}{3}$

Câu 11. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$ và trục hoành là:

A. $-\frac{27}{4}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{27}{4}$ D. 4

Câu 12. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -5x^4 + 5$ và trục hoành là:

A. 4 B. 8 C. 3108 D. 6216

Câu 13. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^3 + 11x - 6$ và $y = 6x^2$ là:

A. 52 B. 14 C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{2}$



Câu 14. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^3$ và $y = 4x$ là:

- A. 4 B. 8 C. 40 D. $\frac{2048}{105}$

Câu 15. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x$; $y = \frac{8}{x}$; $x = 3$ là:

- A. $5 - 8\ln 6$ B. $5 + 8\ln \frac{2}{3}$ C. 26 D. $\frac{14}{3}$

Câu 16. Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $y = x + 1$; $y = \frac{6}{x}$; $x = 1$. Quay hình (H) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:

- A. $\frac{13\pi}{6}$ B. $\frac{125\pi}{6}$ C. $\frac{35\pi}{3}$ D. 18π

Câu 17. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = m\cos x$; Ox ; $x = 0$; $x = \pi$ bằng 3π . Khi đó giá trị của m là:

- A. $m = -3$ B. $m = 3$ C. $m = -4$ D. $m = \pm 3$

Câu 18. Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $y = -x^2 + 2x$, trục hoành. Quay hình (H) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:

- A. $\frac{16\pi}{15}$ B. $\frac{4\pi}{3}$ C. $\frac{496\pi}{15}$ D. $\frac{32\pi}{15}$

Câu 19. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x - 1$; $y = \frac{6}{x}$; $x = 3$ là:

- A. $4 - 6\ln 6$ B. $4 + 6\ln \frac{2}{3}$ C. $\frac{443}{24}$ D. $\frac{25}{6}$

Câu 20. Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $y = \frac{4}{x}$ và $y = -x + 5$. Quay hình (H) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:

- A. $\frac{9\pi}{2}$ B. $\frac{15}{2} - 4\ln 4$ C. $\frac{33}{2} - 4\ln 4$ D. 9π

VẬN DỤNG

Câu 1. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi: $(C): y = \sqrt{x}$; $(d): y = x - 2$; Ox là:



- A. $\frac{10}{3}$ B. $\frac{16}{3}$ C. $\frac{122}{3}$ D. $\frac{128}{3}$

Câu 2. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi: $(C): y = \ln x; d: y = 1; Ox; Oy$ là:

- A. $e - 2$ B. $e + 2$ C. $e - 1$ D. e

Câu 3. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi: $(C): y = \ln x; d_1: y = 1; d_2: y = -x + 1$ là:

- A. $e - \frac{1}{2}$ B. $e - \frac{3}{2}$ C. $e + \frac{1}{2}$ D. $e + \frac{3}{2}$

Câu 4. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi: $(C): y = e^x; d: y = -x + 1; x = 1$ là:

- A. e B. $e + \frac{1}{2}$ C. $e + 1$ D. $e - \frac{3}{2}$

Câu 5. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi: $(C): y = e^x; d_1: y = e; d_2: y = (1 - e)x + 1$ là:

- A. $\frac{e - 1}{2}$ B. $\frac{e + 1}{2}$ C. $\frac{e + 3}{2}$ D. $\frac{e}{2}$

Câu 6. Cho đường cong $(C): y = \sqrt{x}$. Gọi d là tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(4, 2)$. Khi đó diện tích của hình phẳng giới hạn bởi: $(C); d; Ox$ là:

- A. $\frac{8}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{16}{3}$ D. $\frac{22}{3}$

Câu 7. Cho đường cong $(C): y = 2 - \ln x$. Gọi d là tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(1, 2)$. Khi đó diện tích của hình phẳng giới hạn bởi: $(C); d; Ox$ là:

- A. $e^2 - 3$ B. $e^2 - 1$ C. e^2 D. $e^2 - 5$

Câu 8. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = \sqrt{x}; d: y = \frac{1}{2}x$. Quay (H) xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:

- A. 8π B. $\frac{16\pi}{3}$ C. $\frac{8\pi}{3}$ D. $\frac{8\pi}{15}$

Câu 9. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = x^3; d: y = -x + 2; Ox$. Quay (H) xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:

- A. $\frac{4\pi}{21}$ B. $\frac{10\pi}{21}$ C. $\frac{\pi}{7}$ D. $\frac{\pi}{3}$



Câu 10. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = -2\sqrt{x}; d: y = \frac{1}{2}x; x = 4$. Quay (H) xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:

A. $\frac{80\pi}{3}$

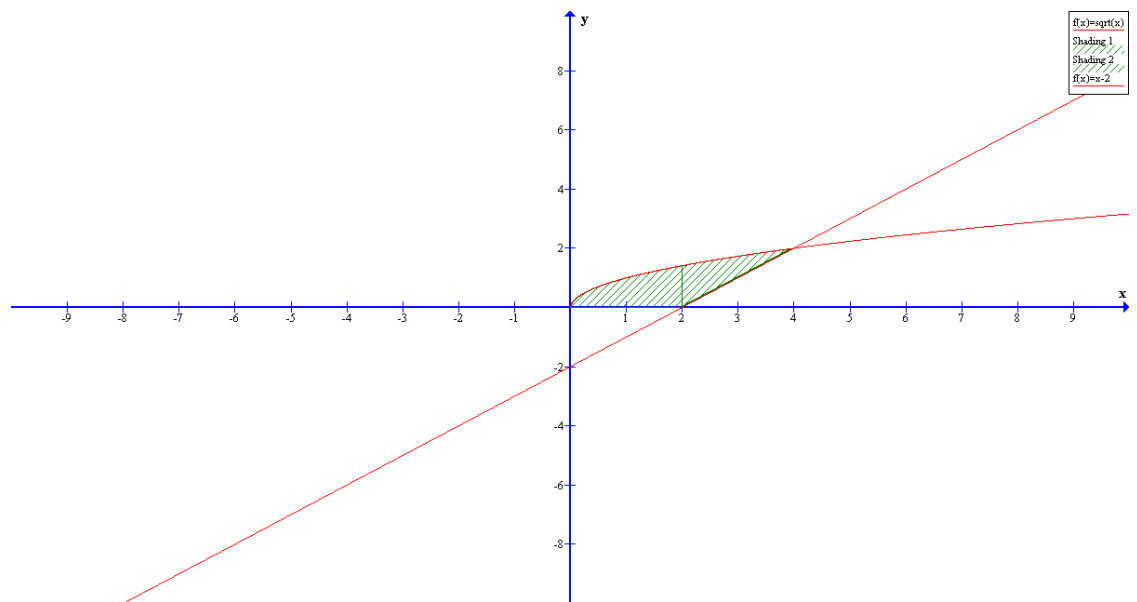
B. $\frac{112\pi}{3}$

D. $\frac{16\pi}{3}$

D. 32π

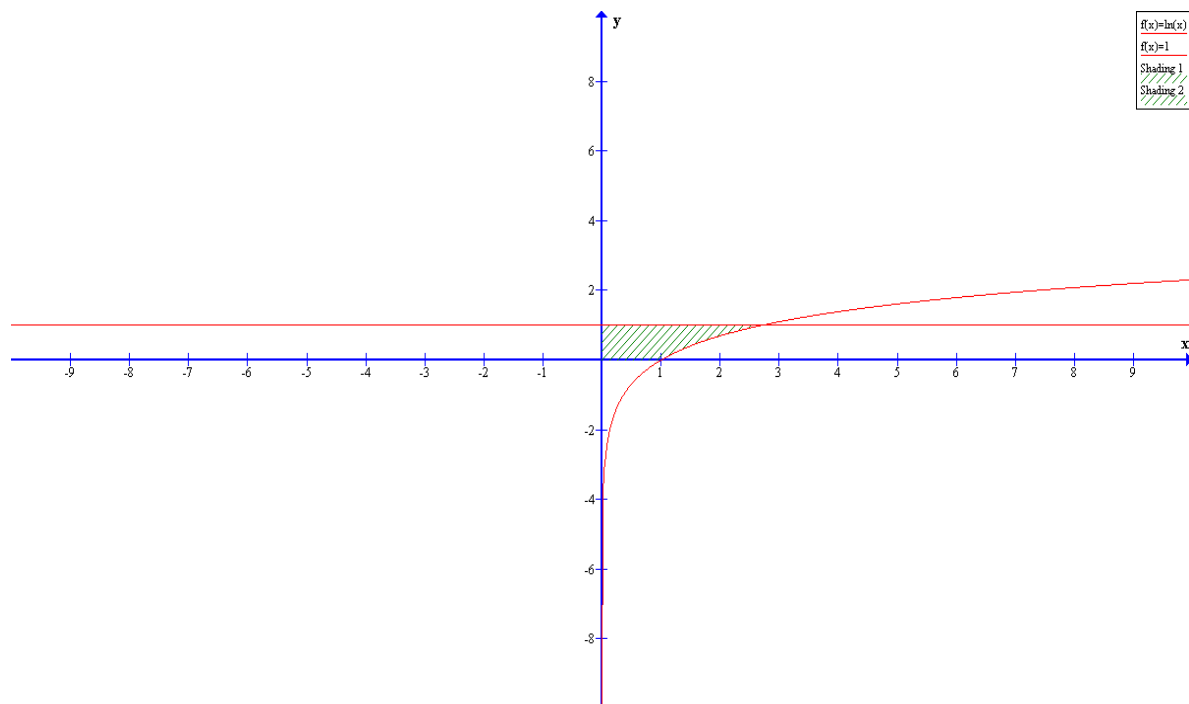
LƯỢC GIẢI CÂU HỎI VẬN DỤNG

Câu 1.



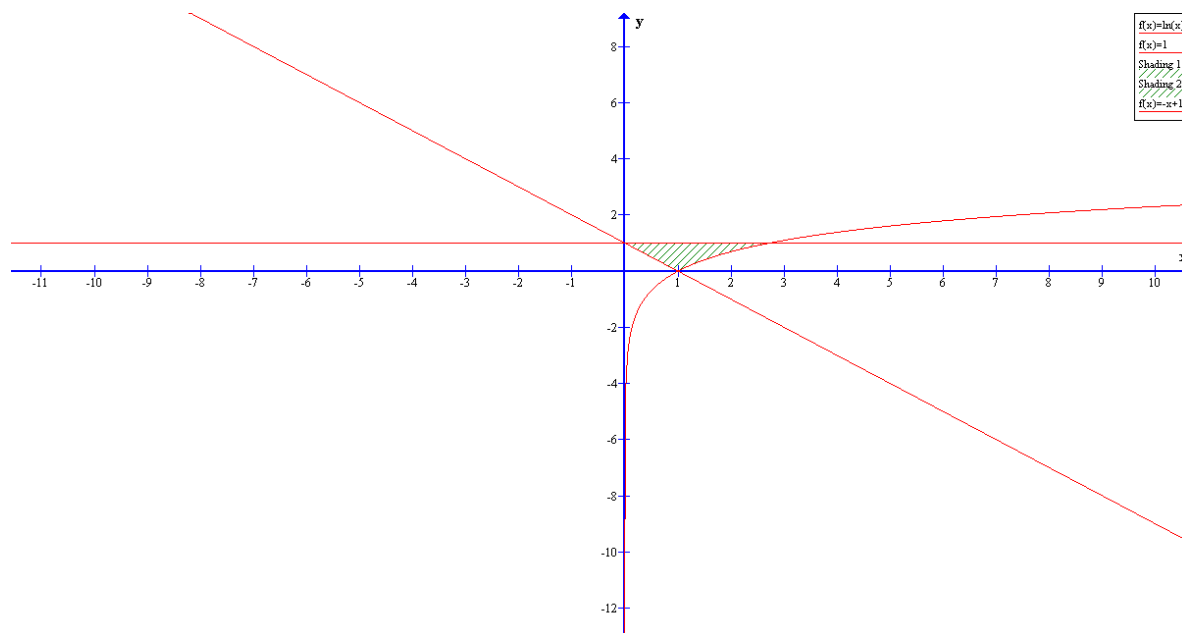
$$S = \int_0^2 \sqrt{x} dx + \int_2^4 [\sqrt{x} - (x - 2)] dx = \frac{10}{3} \text{ hoặc } S = \int_0^4 \sqrt{x} dx - 1 = \frac{10}{3}$$

Câu 2.



$$S = 1 + \int_1^e (1 - \ln x) dx = e - 1$$

Câu 3.

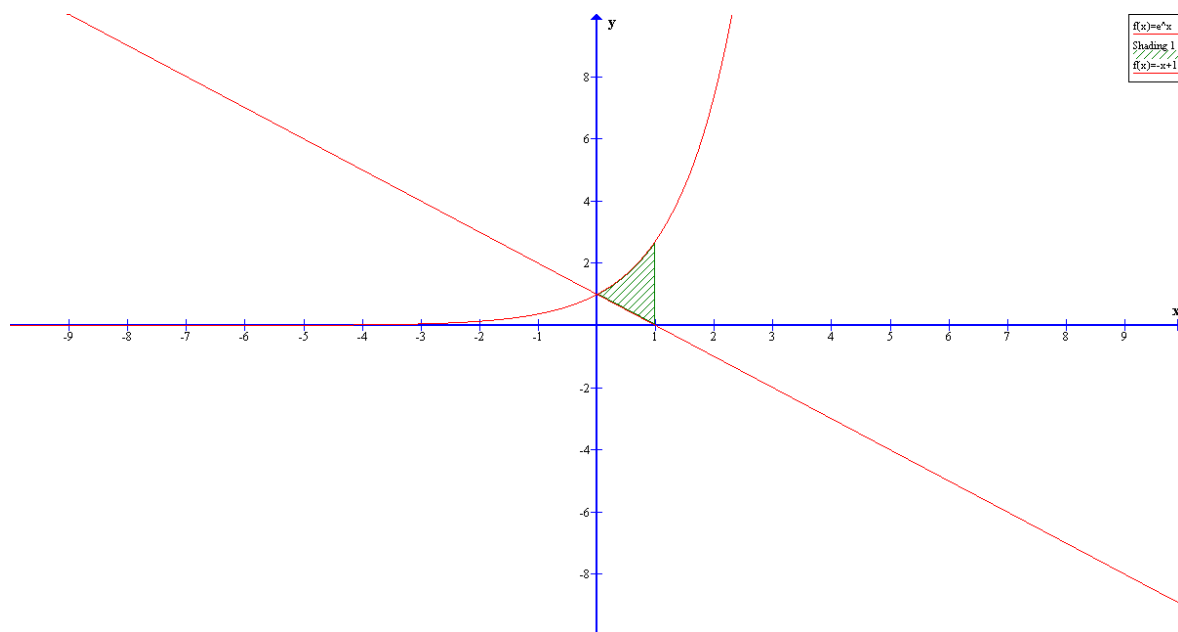


$$S = \frac{1}{2} + \int_1^e (1 - \ln x) dx = e - \frac{3}{2}$$

Câu 4.

Chứng minh PT $e^x = -x + 1$ có nghiệm duy nhất $x = 0$.



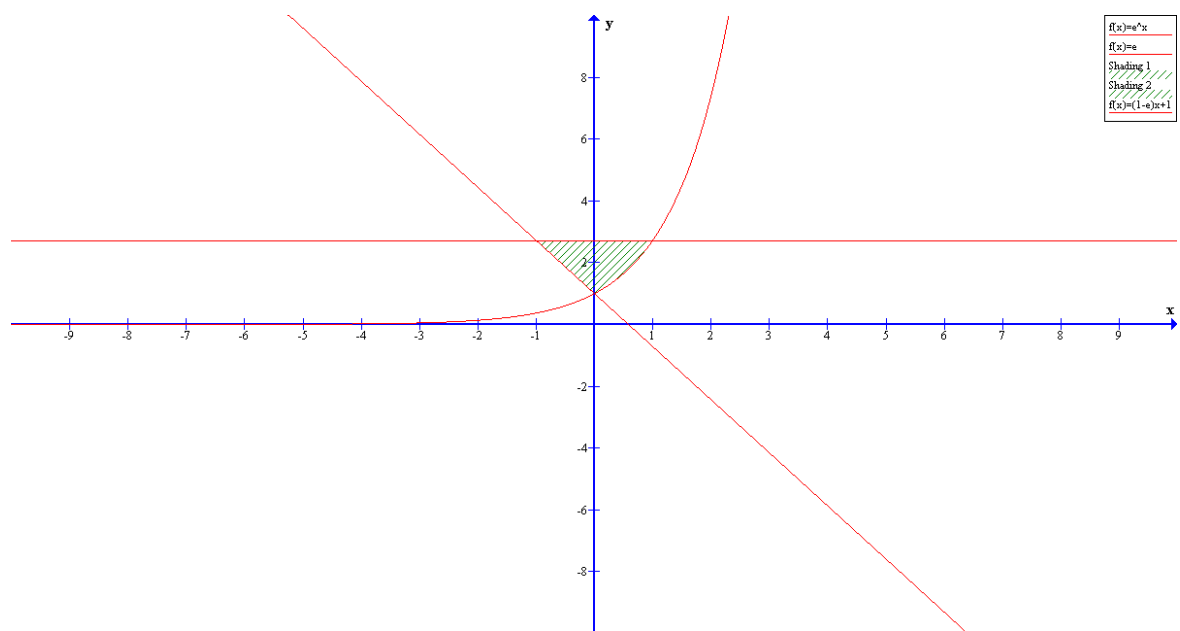


$$S = \int_0^1 [e^x - (-x + 1)] dx = e - \frac{3}{2}$$

Câu 5.

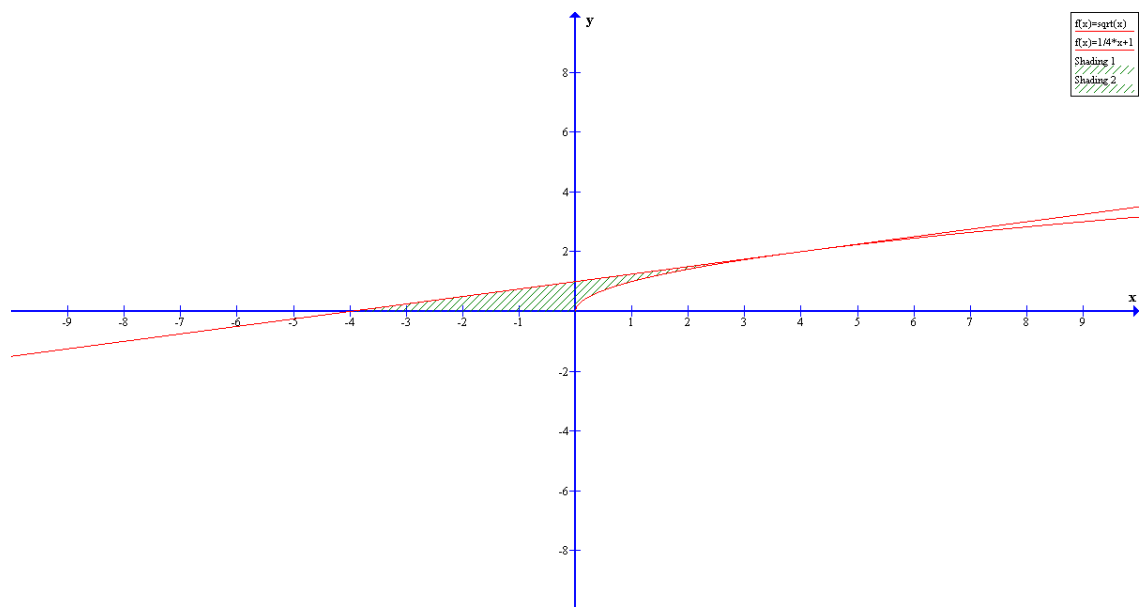
$$S = \int_{-1}^0 [e - (1 - e)x - 1] dx + \int_0^1 (e - e^x) dx = \frac{e+1}{2}$$





Câu 6.





Phương trình của d: $y = \frac{1}{4}x + 1$.

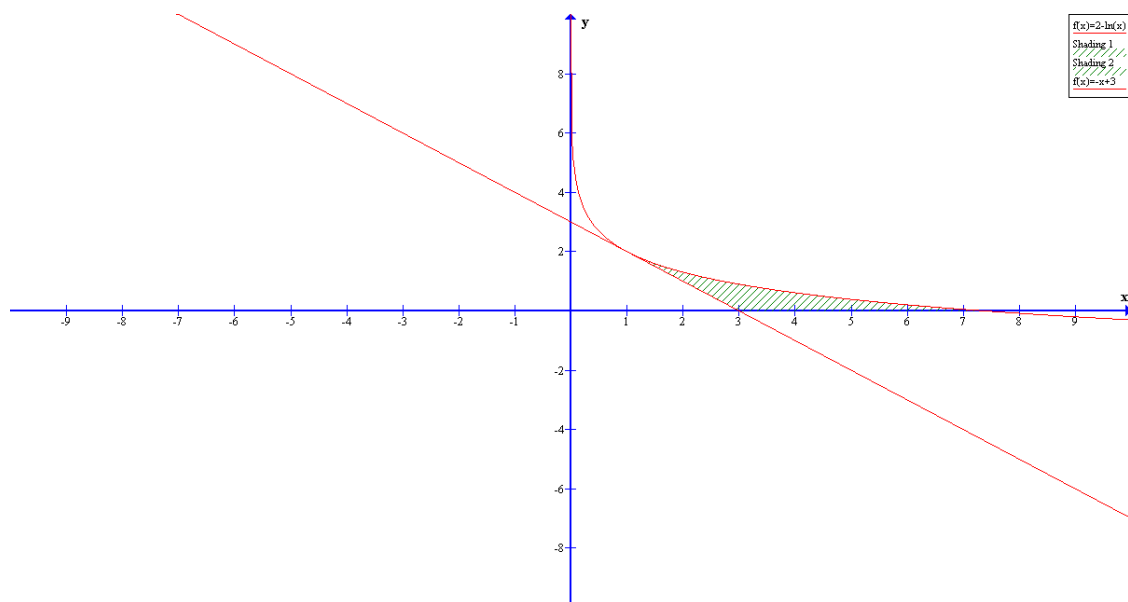
$$S = 2 + \int_0^4 \left(\frac{1}{4}x + 1 - \sqrt{x} \right) dx = \frac{8}{3}.$$

Câu 7.

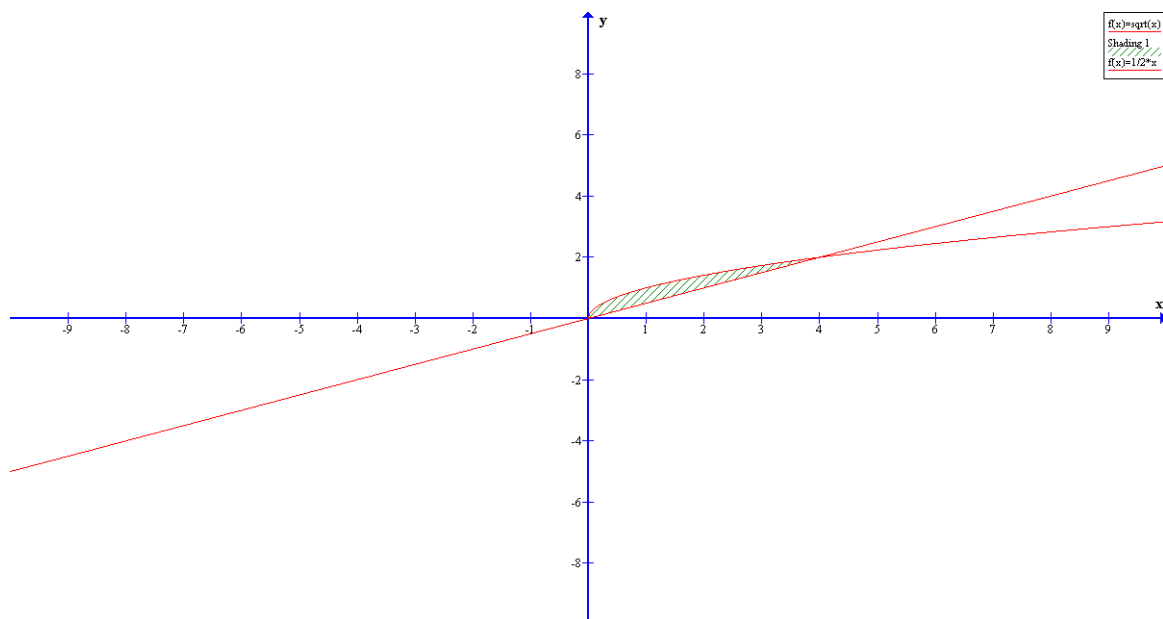
Phương trình của d: $y = -x + 3$



$$S = \int_1^{e^2} (2 - \ln x) dx - 2 = e^2 - 5$$



Câu 8.

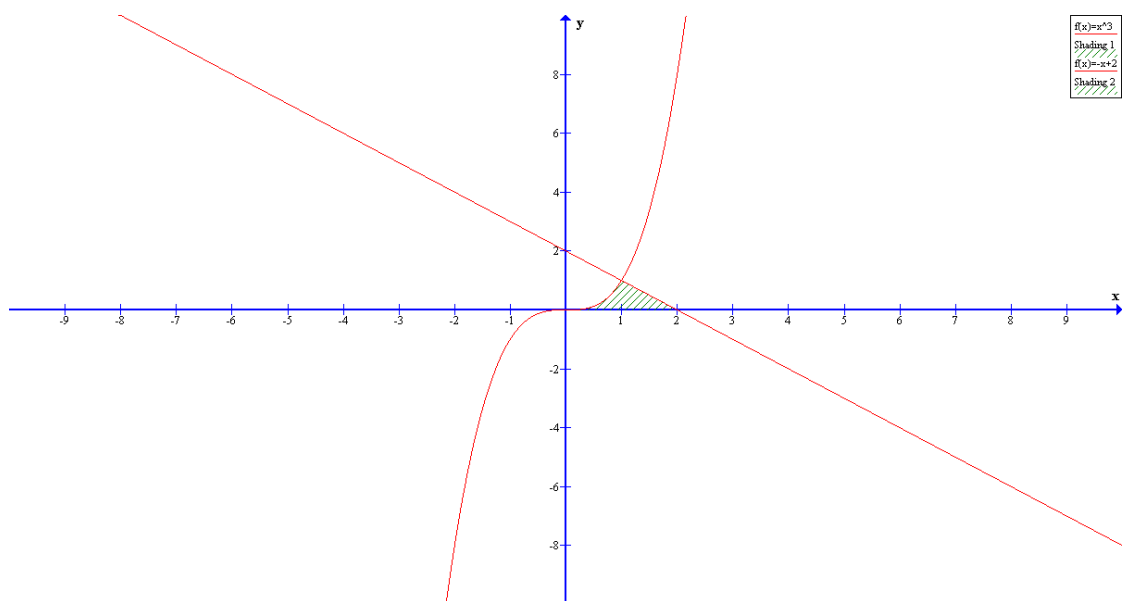


$$V = \pi \int_0^4 x dx - \frac{\pi}{4} \int_0^4 x^2 dx = \frac{8\pi}{3}$$

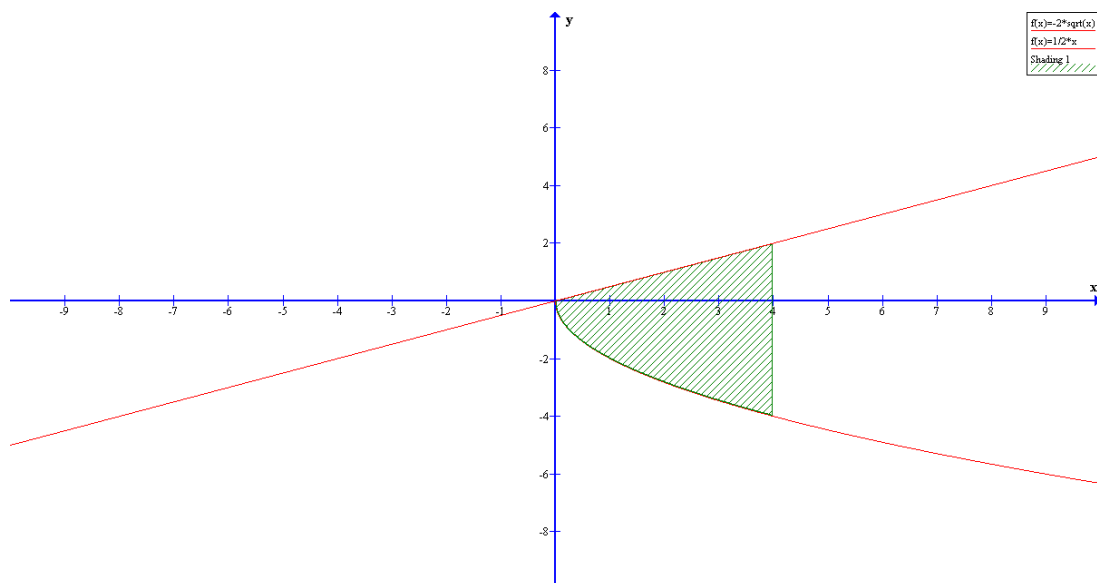
Câu 9.

$$V = \pi \int_0^1 x^6 dx + \pi \int_1^2 (2-x)^2 dx = \frac{10\pi}{21}$$





Câu 10.



$$V = \pi \int_0^4 \left(-2\sqrt{x}\right)^2 dx = 32\pi$$

PHẦN 16 :

Câu 1: Tích phân $I = \int_0^1 (3x^2 + 2x - 1)dx$ bằng:

A. $I = 1$

B. $I = 2$

C. $I = 3$

D. Đáp án khác



Câu 2: Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ bằng:

- A. -1 B. 1 C. 2 D. 0

Câu 3: Tích phân $I = \int_0^1 (x+1)^2 dx$ bằng:

- A. $\frac{8}{3}$ B. 2 C. $\frac{7}{3}$ D. 4

Câu 4: Tích phân $I = \int_0^1 e^{x+1} dx$ bằng:

- A. $e^2 - e$ B. e^2 C. $e^2 - 1$ D. $e + 1$

Câu 5: Tích phân $I = \int_3^4 \frac{x+1}{x-2} dx$ bằng:

- A. $-1 + 3\ln 2$ B. $-2 + 3\ln 2$ C. $4\ln 2$ D. $1 + 3\ln 2$

Câu 6: Tích phân $I = \int_0^1 \frac{x+1}{x^2+2x+5} dx$ bằng:

- A. $\ln \frac{8}{5}$ B. $\frac{1}{2} \ln \frac{8}{5}$ C. $2 \ln \frac{8}{5}$ D. $-2 \ln \frac{8}{5}$

Câu 7: Tích phân $I = \int_1^e \frac{1}{x} dx$ bằng:

- A. e B. 1 C. -1 D. $\frac{1}{e}$

Câu 8: Tích phân $I = \int_0^1 e^x dx$ bằng :

- A. $e - 1$ B. $1 - e$ C. e D. 0

Câu 9: Tích phân $I = \int_0^2 2e^{2x} dx$ bằng :



A. e^4

B. $e^4 - 1$

C. $4e^4$

D. $3e^4 - 1$

Câu 10: Tích phân $I = \int_1^2 \left(x^2 + \frac{1}{x^4} \right) dx$ bằng:

A. $\frac{19}{8}$

B. $\frac{23}{8}$

C. $\frac{21}{8}$

D. $\frac{25}{8}$

Câu 11: Tích phân $I = \int_1^e \frac{1}{x+3} dx$ bằng:

A. $\ln(e-2)$

B. $\ln(e-7)$

C. $\ln\left(\frac{3+e}{4}\right)$

D. $\ln[4(e+3)]$

Câu 12: Tích phân $I = \int_{-1}^3 (x^3 + 1) dx$ bằng:

A. 24

B. 22

C. 20

D. 18

Câu 13: Tích phân $I = \int_1^2 \frac{1}{(2x+1)^2} dx$ bằng:

A. 1

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{15}$

D. $\frac{1}{4}$

Câu 14: Tích phân $I = \int_0^1 \frac{dx}{x^2 - 5x + 6}$ bằng:

A. $I = 1$

B. $I = \ln \frac{4}{3}$

C. $I = \ln 2$

D. $I = -\ln 2$

Câu 15: Tích phân: $J = \int_0^1 \frac{xdx}{(x+1)^3}$ bằng:

A. $J = \frac{1}{8}$

B. $J = \frac{1}{4}$

C. $J = 2$

D. $J = 1$

Câu 16: Tích phân $K = \int_2^3 \frac{x}{x^2 - 1} dx$ bằng:

A. $K = \ln 2$

B. $K = 2\ln 2$

C. $K = \ln \frac{8}{3}$

D. $K = \frac{1}{2} \ln \frac{8}{3}$



Câu 17: Tích phân $I = \int_1^{\sqrt{3}} x\sqrt{1+x^2} dx$ bằng:

A. $\frac{4-\sqrt{2}}{3}$

B. $\frac{8-2\sqrt{2}}{3}$

C. $\frac{4+\sqrt{2}}{3}$

D. $\frac{8+2\sqrt{2}}{3}$

Câu 18: Tích phân $I = \int_0^1 x(1-x)^{19} dx$ bằng:

A. $\frac{1}{420}$

B. $\frac{1}{380}$

C. $\frac{1}{342}$

D. $\frac{1}{462}$

Câu 19: Tích phân $I = \int_1^e \frac{\sqrt{2+\ln x}}{2x} dx$ bằng:

A. $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3}$

B. $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3}$

C. $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{6}$

D. $\frac{3\sqrt{3}-2\sqrt{2}}{3}$

Câu 20: Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \tan x dx$ bằng:

A. $\ln \frac{3}{2}$

B. $-\ln \frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\ln \frac{2\sqrt{3}}{3}$

D. Đáp án khác.

Câu 21: Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx$ bằng:

A. $I = 2$

B. $\ln 2$

C. $I = 1 - \frac{\pi}{4}$

D. $I = \frac{\pi}{3}$

Câu 22: Tích phân $L = \int_0^1 x\sqrt{1-x^2} dx$ bằng:

A. $L = -1$

B. $L = \frac{1}{4}$

C. $L = 1$

D. $L = \frac{1}{3}$

Câu 23: Tích phân $K = \int_1^2 (2x-1)\ln x dx$ bằng:



A. $K = 3\ln 2 + \frac{1}{2}$ B. $K = \frac{1}{2}$ C. $K = 3\ln 2$ D. $K = 2\ln 2 - \frac{1}{2}$

Câu 24: Tích phân $L = \int_0^{\pi} x \sin x dx$ bằng:

A. $L = \pi$ B. $L = -\pi$ C. $L = -2$ D. $K = 0$

Câu 25: Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} x \cos x dx$ bằng:

A. $\frac{\pi\sqrt{3}-1}{6}$ B. $\frac{\pi\sqrt{3}-1}{2}$ C. $\frac{\pi\sqrt{3}}{6} - \frac{1}{2}$ D. $\frac{\pi-\sqrt{3}}{2}$

Câu 26: Tích phân $I = \int_0^{\ln 2} x e^{-x} dx$ bằng:

A. $\frac{1}{2}(1-\ln 2)$ B. $\frac{1}{2}(1+\ln 2)$ C. $\frac{1}{2}(\ln 2-1)$ D. $\frac{1}{4}(1+\ln 2)$

Câu 27: Tích phân $I = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx$ bằng:

A. $\frac{1}{2}(1+\ln 2)$ B. $\frac{1}{2}(1-\ln 2)$ C. $\frac{1}{2}(\ln 2-1)$ D. $\frac{1}{4}(1+\ln 2)$

Câu 28: Giả sử $\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \ln K$. Giá trị của K là:

A. 9 B. 8 C. 81 D. 3

Câu 29: Biến đổi $\int_0^3 \frac{x}{1+\sqrt{1+x}} dx$ thành $\int_1^2 f(t) dt$, với $t = \sqrt{1+x}$. Khi đó f(t) là hàm nào trong các hàm số sau:

A. $f(t) = 2t^2 - 2t$ B. $f(t) = t^2 + t$ C. $f(t) = t^2 - t$ D. $f(t) = 2t^2 + 2t$

Câu 30: Đổi biến $x = 2\sin t$ tích phân $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$ trở thành:



A. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} t dt$

B. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} dt$

C. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{t} dt$

D. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} dt$

Câu 31: Tích phân $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin^2 x}$ bằng:

- A. 4 B. 3 C. 1 D. 2

Câu 32: Cho $I = \int_1^{e^{\frac{1}{2}}} \frac{\cos(\ln x)}{x} dx$, ta tính được:

- A. $I = \cos 1$ B. $I = 1$ C. $I = \sin 1$ D. Một kết quả khác

Câu 33: Tích phân $I = \int_2^{2\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{x\sqrt{x^2-3}} dx$ bằng:

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. π C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$

Câu 34: Giả sử $\int_a^b f(x)dx = 2$ và $\int_c^b f(x)dx = 3$ và $a < b < c$ thì $\int_a^c f(x)dx$ bằng?

- A. 5 B. 1 C. -1 D. -5

Câu 35: Tính thể tích khối tròn xoay tạo nên do quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = (1 - x^2)$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 2$ bằng:

- A. $\frac{8\pi\sqrt{2}}{3}$ B. 2π C. $\frac{46\pi}{15}$ D. $\frac{5\pi}{2}$

Câu 36: Cho $I = \int_1^{16} \sqrt{x} dx$ và $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$. Khi đó:

- A. $I < J$ B. $I > J$ C. $I = J$ D. $I > J > 1$

Câu 37: Tích phân $I = \int_0^4 |x-2| dx$ bằng:



A. 0 B. 2 C. 8 D. 4

Câu 38: Tích phân $I = \int_0^{\pi} x^2 \sin x dx$ bằng :

A. $\pi^2 - 4$ B. $\pi^2 + 4$ C. $2\pi^2 - 3$ D. $2\pi^2 + 3$

Câu 39: Kết quả của $\int_1^1 \frac{dx}{x}$ là:

A. 0 B. -1 C. $\frac{1}{2}$ D. Không tồn tại

Câu 40: Cho $\int_0^2 f(x) dx = 3$. Khi đó $\int_0^2 [4f(x) - 3] dx$ bằng:

A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

Câu 41: Biết $\int_0^b (2x - 4) dx = 0$. Khi đó b nhận giá trị bằng:

A. $b = 0$ hoặc $b = 2$ B. $b = 0$ hoặc $b = 4$

C. $b = 1$ hoặc $b = 2$ D. $b = 1$ hoặc $b = 4$

Câu 42: Để hàm số $f(x) = a \sin \pi x + b$ thỏa mãn $f(1) = 2$ và $\int_0^1 f(x) dx = 4$ thì a, b nhận giá trị :

A. $a = \pi, b = 0$ B. $a = \pi, b = 2$

C. $a = 2\pi, b = 2$ D. $a = 2\pi, b = 3$

Câu 43: $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^4 x (1 + \tan^2 x)}$ bằng



A. 1

B. 0

C. $\frac{1}{2}$

D. Không tồn tại

Câu 44: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = -x$; $y = 2x - x^2$ có kết quả là:

A. 4

B. $\frac{9}{2}$

C. 5

D. $\frac{7}{2}$

Câu 45: Thể tích khối tròn xoay giới hạn bởi các đường $y = \ln x$, $y = 0$, $x = e$ khi quay quanh trục Ox bằng:

A. πe

B. $\pi(e-1)$

C. $\pi(e-2)$

D. $\pi(e+1)$

Câu 46: Tính diện tích giới hạn bởi $y = 2x^3$; $y = 0$; $x = -1$; $x = 1$. Một học sinh tính theo các bước sau

I. $S = \left| \int_{-1}^2 2x^3 dx \right|$ II. $S = \left| \frac{x^4}{2} \right|_{-1}^2$ III. $S = \left| 8 - \frac{1}{2} \right| = \frac{15}{2}$

Cách làm trên sai từ bước nào?

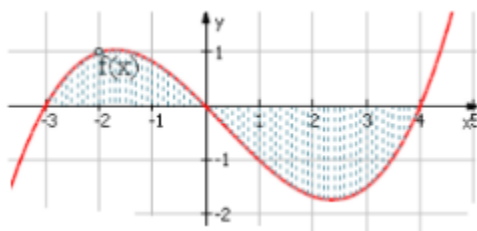
A. I

B. II

C. III

D. Không có bước nào sai

Câu 47: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng (phần gạch trong hình) là:



A. $\int_{-3}^0 f(x) dx + \int_4^0 f(x) dx$

B. $\int_{-3}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx$

C. $\int_0^{-3} f(x) dx + \int_0^4 f(x) dx$

D. $\int_{-3}^4 f(x) dx$



Câu 48: Giả sử $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \sin 2x dx = a + b \frac{\sqrt{2}}{2}$ khi đó a+b là

- A. $-\frac{1}{6}$ B. $\frac{3}{10}$ C. $-\frac{3}{10}$ D. $\frac{1}{5}$

Câu 49: Giả sử $I = \int_{-1}^0 \frac{3x^2 + 5x - 1}{x - 2} dx = a \ln \frac{2}{3} + b$. Khi đó giá trị $a + 2b$ là

- B. 30 B. 40 C. 50 D. 60

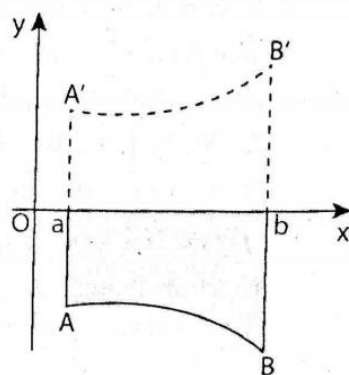
Câu 50: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = x^2 + 1$, tiếp tuyến với đường này tại điểm M(2;5) và trục Oy là

- A. $\frac{7}{3}$ B. $\frac{5}{3}$ C. 2 D. $\frac{8}{3}$

PHẦN 17 :

ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

Câu 1. Kí hiệu S là diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị của hàm số liên tục $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ như trong hình vẽ bên. Khẳng định nào **sai**?



A. $S = \int_a^b f(x) dx.$

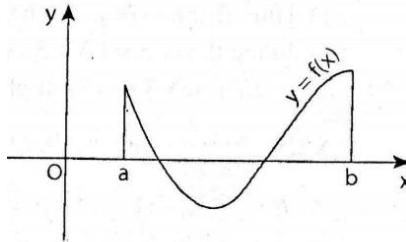
B. $S = \int_a^b [-f(x)] dx.$



$$\text{C. } S = \int_a^b |f(x)| dx.$$

$$\text{D. } S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$$

Câu 2. Kí hiệu S là diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị của hàm số liên tục $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ như trong hình vẽ bên. Khẳng định nào đúng?



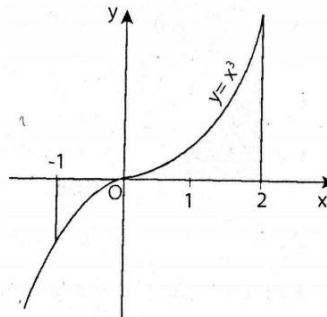
$$\text{A. } S = \int_a^b f(x) dx.$$

$$\text{B. } S = -\int_a^b f(x) dx.$$

$$\text{C. } S = \int_a^b |f(x)| dx.$$

$$\text{D. } S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$$

Câu 3. Kí hiệu S là diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^3$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 2$ như trong hình vẽ bên. Tìm khẳng định đúng?



$$\text{A. } S = \int_{-1}^2 x^3 dx.$$

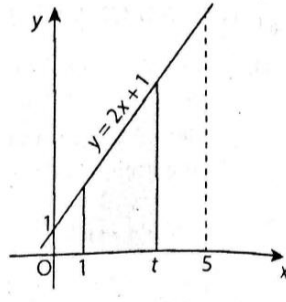
$$\text{B. } S = -\int_{-1}^0 x^3 dx + \int_0^2 x^3 dx$$

$$\text{C. } S = \left| \int_{-1}^2 x^3 dx \right|.$$

D. Không có khẳng định nào đúng.

Câu 4. Kí hiệu $S(t)$ là diện tích của hình thang vuông T giới hạn bởi đường thẳng $y = 2x + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = t$ ($1 \leq t \leq 5$). Khẳng định nào **sai**?





A. $S(t) = (t+2)(t-1)$.

B. $S(t)$ là một nguyên hàm của $f(t) = 2t + 1$, $t \in [1; 5]$.

C. Hình thang vuông giới hạn bởi đường thẳng $y = 2x + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 5$ có diện tích là $S = \int_1^5 (2x + 1) dx$.

D. Hình thang vuông giới hạn bởi đường thẳng $y = 2x + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 3$ có diện tích là 30.

Câu 5. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \cos x$, $y = \sin x$ và hai đường thẳng $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$.

A. $S = 2(\sqrt{2} - 1)$. B. $S = 2(1 - \sqrt{2})$. C. $S = 2\sqrt{2}$. D. $S = 2\sqrt{2} - 1$.

Câu 6. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = 2x^2 + 3x + 1$ và parabol $y = x^2 - x - 2$.
Tính $\cos\left(\frac{\pi}{S}\right)$.

A. $\cos\left(\frac{\pi}{S}\right) = 0$. B. $\cos\left(\frac{\pi}{S}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\cos\left(\frac{\pi}{S}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\cos\left(\frac{\pi}{S}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 7. Gọi S là số đo diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường $y = x \sin x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = \pi$. Khẳng định nào **sai**?

A. $\sin \frac{S}{2} = 1$. B. $\cos 2S = 1$. C. $\tan \frac{S}{4} = 1$. D. $\sin S = 1$.

Câu 8. Kí hiệu S_1 , S_2 lần lượt là diện tích hình vuông cạnh bằng 1 và diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 1$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 2$. Chọn khẳng định đúng.

A. $S_1 = S_2$. B. $S_1 > S_2$. C. $S_1 = \frac{1}{2} S_2$. D. $\frac{S_1}{S_2} = 6$.



Câu 9. Biết rằng diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x \ln x$, $y = 0$, $x = \frac{1}{e}$, $x = e$ có thể được viết dưới dạng $S = a \left(1 - \frac{1}{e}\right)$. Tìm khẳng định **sai**?

A. $a^2 - 3a + 2 = 0$.

B. $a^2 - a - 2 = 0$.

C. $a^2 + 3a - 2 = 0$.

D. $2a^2 - 3a - 2 = 0$.

Câu 10. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đường parabol $y = x^2 - 3x + 2$ và hai đường thẳng $y = x - 1$, $x = 0$.

A. $S = \frac{111}{42}$.

B. $S = \frac{4}{3}$.

C. $S = \frac{799}{300}$.

D. $S = 2$.

Câu 11. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y^2 + x - 5 = 0$, $x + y - 3 = 0$.

A. $S = 3$.

B. $S = 4$.

C. $S = 4,5$.

D. $S = 5$.

Câu 12. Câu 66. Hình phẳng H có diện tích S gấp 30 lần diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y^2 = 2x$, $x - 2y + 2 = 0$, $y = 0$. Tính S .

A. $S = 20$.

B. $S = 30$.

C. $S = 40$.

D. $S = 50$.

Câu 13. Kí hiệu S_1 , S_2 , S_3 lần lượt là diện tích hình vuông đơn vị (có cạnh bằng đơn vị), hình tròn đơn vị (có bán kính bằng đơn vị), hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = 2\sqrt{1-x^2}$, $y = 2(1-x)$. Tính tỉ số $\frac{S_1 + S_3}{S_2}$.

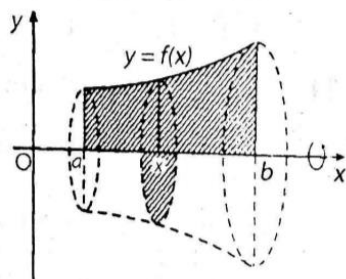
A. $\frac{S_1 + S_3}{S_2} = \frac{1}{3}$.

B. $\frac{S_1 + S_3}{S_2} = \frac{1}{4}$.

C. $\frac{S_1 + S_3}{S_2} = \frac{1}{2}$.

D. $\frac{S_1 + S_3}{S_2} = \frac{1}{5}$.

Câu 14. Kí hiệu V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ (như trong hình vẽ bên) xung quang trục Ox . Khẳng định nào đúng?



A. $V = \int_a^b f(x) dx$.

B. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$.



$$\text{C. } V = \pi \left(\int_a^b f(x) dx \right)^2.$$

$$\text{D. } V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$$

Câu 15. Gọi V là thể tích hình cầu bán kính R . Khẳng định nào **sai**?

A. Hình cầu bán kính R là khối tròn xoay thu được khi quay nửa hình tròn giới hạn bởi đường $y = \sqrt{R^2 - x^2}$ ($-R \leq x \leq R$) và đường thẳng $y = 0$ xung quanh trục Ox .

$$\text{B. } V = \pi \int_{-R}^R \left(\sqrt{R^2 - x^2} \right)^2 dx.$$

$$\text{C. } V = \pi \left(R^2 x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-R}^R.$$

D. Không có khẳng định nào đúng.

Câu 16. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt[3]{x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 8$ xung quanh trục Ox .

$$\text{A. } V = \pi^2. \quad \text{B. } V = \frac{9\pi}{4}. \quad \text{C. } V = 18,6. \quad \text{D. } V = \frac{93\pi}{5}.$$

Câu 17. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{\tan x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{4}$ xung quanh trục Ox .

$$\text{A. } V = \frac{\pi}{4}. \quad \text{B. } V = \frac{\pi^2}{4}. \quad \text{C. } V = \frac{\sqrt{\pi}}{4}. \quad \text{D. } V = \frac{\pi \ln 2}{2}.$$

Câu 18. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 4 - x^2$, $y = 0$ xung quanh trục Ox .

$$\text{A. } V = 2\pi. \quad \text{B. } V = \frac{71}{82}. \quad \text{C. } V = \frac{512\pi}{15}. \quad \text{D. } V = \frac{8\pi^2}{3}.$$

Câu 19. Kí hiệu V_1 , V_2 lần lượt là thể tích hình cầu đơn vị và thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = -2x + 2$ và đường cong $y = 2\sqrt{1 - x^2}$ xung quanh trục Ox . Hãy so sánh V_1 , V_2 .

$$\text{A. } V_1 < V_2. \quad \text{B. } V_1 = V_2. \quad \text{C. } V_1 > V_2. \quad \text{D. } V_1 = 2V_2.$$

Câu 20. Kí hiệu V_1 , V_2 lần lượt là thể tích hình cầu đơn vị và thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng H giới hạn bởi đường thẳng $y = \frac{2}{2-x}$ và các đường $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$ xung quanh trục

Ox . Hãy tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.



A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{2}$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = 2$.

PHẦN 18 :

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x^4 + 3}{x^2}$ là:

A. $\frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} + C$.

B. $\frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x^2} + C$.

C. $\frac{2x^3}{3} - 3\ln x^2 + C$.

D. $\frac{2x^3}{3} + \ln x^2 + C$.

Câu 2. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2\sin 3x \cdot \cos 2x$ là:

A. $-\frac{1}{5}\cos 5x - \cos x + C$.

B. $\frac{1}{5}\cos 5x + \cos x + C$.

C. $5\cos 5x + \cos x + C$.

D. $-5\cos 5x - \cos x + C$.

Giải: $f(x) = 2\sin 3x \cdot \cos 2x = \sin 5x + \sin x$.

Câu 3. Tìm hàm số $f(x)$ biết rằng $f'(x) = 2x + 1$ và $f(1) = 5$.

A. $x^2 + x - 3$.

B. $x^2 + x + 3$.

C. $x^2 + x$.

D. $x^2 + x + 2$.

Câu 4. Tìm hàm số $f(x)$ biết rằng $f'(x) = 4\sqrt{x} - x$ và $f(4) = 0$.

A. $\frac{8\sqrt{x}}{3} + \frac{x^2}{2} + \frac{40}{3}$.

B. $\frac{8\sqrt{x}}{3} - \frac{x^2}{2} - \frac{40}{3}$.

C. $\frac{8x\sqrt{x}}{3} - \frac{x^2}{2} + \frac{40}{3}$.

D. $\frac{8x\sqrt{x}}{3} - \frac{x^2}{2} - \frac{40}{3}$.

Câu 5. Nguyên hàm của hàm số $\int xe^{x^2} dx$ là:

A. $e^{x^2} + C$.

B. $\frac{e^{x^2}}{2} + C$.

C. $xe^{x^2} + C$.

D. $x + e^{x^2}$.

Giải: $\int xe^{x^2} dx = \frac{1}{2} \int e^{x^2} d(x^2) = \frac{1}{2} e^{x^2} + C$.

Câu 6. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = (1 - 2x)^5$ là:

A. $-\frac{1}{2}(1 - 2x)^6 + C$.

B. $(1 - 2x)^6 + C$.

C. $-\frac{1}{6}(1 - 2x)^6 + C$.

D. $-\frac{1}{12}(1 - 2x)^6 + C$.

Câu 7. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\int 2x dx = x^2 + C$.

B. $\int \ln x dx = \frac{1}{x} + C$.

C. $\int \sin x dx = -\cos x + C$.

D. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$.

Câu 8. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + \frac{3}{x^2}$ là:

A. $x^2 + 3\ln x^2 + C$.

B. $x^2 + \frac{3}{x^2} + C$.

C. $x^2 - \frac{3}{x} + C$.

D. $x^2 + 3\ln x + C$.

Câu 9. Hàm số $F(x) = e^x + \tan x + C$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nào?

A. $f(x) = e^x - \frac{1}{\sin^2 x}$.

B. $f(x) = e^x + \frac{1}{\sin^2 x}$.

C. $f(x) = e^x + \frac{1}{\cos^2 x}$.

D. $f(x) = e^x - \frac{1}{\cos^2 x}$.

Câu 10. Nếu $\int f(x) dx = e^x + \sin 2x + C$ thì $f(x)$ bằng:

A. $e^x + \cos 2x$.

B. $e^x - \frac{1}{2} \cos 2x$.

C. $e^x + \frac{1}{2} \cos 2x$.

D. $e^x + 2 \cos 2x$.

Câu 11. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2e^x + \frac{1}{\cos^2 x}$ là:

A. $2e^x + \tan x + C$.

B. $e^x \left(2x - \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right) + C$.

C. $e^x + \tan x + C$.

D. $e^x \left(x + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right) + C$.



Câu 12. Tính $\int \sin(3x-1) dx$.

- A. $\cos(3x-1)+C$. B. $\frac{1}{3}\cos(3x-1)+C$. C. $-\cos(3x-1)+C$. D. $-\frac{1}{3}\cos(3x-1)+C$.

Câu 13. Tính $\int (\cos 6x - \cos 4x) dx$.

- A. $-\frac{1}{6}\sin 6x + \frac{1}{4}\sin 4x + C$. B. $6\sin 6x - 5\sin 4x + C$.
C. $\frac{1}{6}\sin 6x - \frac{1}{4}\sin 4x + C$. D. $-6\sin 6x + \sin 4x + C$.

Câu 14. Tính $\int \frac{1}{2x+1} dx$.

- A. $-\ln|2x+1|+C$. B. $\frac{1}{2}\ln|2x+1|+C$. C. $-\frac{1}{2}\ln|2x+1|+C$. D. $\ln|2x+1|+C$.

Câu 15. Tính $\int \frac{1}{1-2x} dx$.

- A. $\ln|1-2x|+C$. B. $-2\ln|1-2x|+C$. C. $-\frac{1}{2}\ln|1-2x|+C$. D. $\frac{2}{(1-2x)^2}+C$.

Câu 16. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$ là:

- A. $x^3 - 3x^2 + \ln x + C$. B. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \frac{1}{x^2} + C$. C. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$. D. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - \ln|x| + C$.

Câu 17. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 - 2x + 1$ là:

- A. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x + x + C$. B. $F(x) = 2x - 2 + C$.
C. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x + C$. D. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x + C$.

Câu 18. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$ là:

- A. $\ln x - \ln x^2 + C$. B. $\ln x - \frac{1}{x} + C$. C. $\ln|x| + \frac{1}{x} + C$. D. $\ln|x| + \ln x^2 + C$.

Câu 19. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x} - e^x$ là:

- A. $\frac{1}{2}e^{2x} - e^x + C$. B. $2e^{2x} - e^x + C$. C. $e^x(e^x - x) + C$. D. $e^{2x} - e^x + C$.

Câu 20. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$ là:

- A. $-\frac{1}{3}\sin 3x + C$. B. $\frac{1}{3}\sin 3x + C$. C. $-\sin 3x + C$. D. $-3\sin 3x + C$.

Câu 21. Công thức nguyên hàm nào sau đây không đúng?

- A. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$. B. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$ ($\alpha \neq -1$).
C. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ ($0 < a \neq 1$). D. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$.

Câu 22. Tính $\int (3\cos x - 3^x) dx$.

- A. $-3\sin x - \frac{3^x}{\ln 3} + C$. B. $-3\sin x + \frac{3^x}{\ln 3} + C$. C. $3\sin x + \frac{3^x}{\ln 3} + C$. D. $3\sin x - \frac{3^x}{\ln 3} + C$.

Câu 23. Trong các hàm số sau:



(I) $f(x) = \tan^2 x + 2$

(II) $f(x) = \frac{2}{\cos^2 x}$

(III) $f(x) = \tan^2 x + 1$

Hàm số nào có một nguyên hàm là hàm số $g(x) = \tan x$

A. (I), (II), (III).

B. Chỉ (II), (III).

C. Chỉ (III).

D. Chỉ (II).

Câu 24. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\int f'(x)f^2(x)dx = \frac{f^3(x)}{3} + C.$

B. $\int f(x).g(x) dx = \int f(x)dx. \int g(x)dx.$

C. $\int f(x) + g(x) dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx.$

D. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$ (k là hằng số).

Câu 25. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x+1)^3$ là:

A. $\frac{1}{8}(2x+1)^4 + C.$

B. $\frac{1}{2}(2x+1)^4 + C.$

C. $2(2x+1)^4 + C.$

D. $\frac{1}{4}(2x+1)^4 + C.$

PHẦN 19 :

I. NHẬN BIẾT

Câu 1. Cặp hàm số nào sau đây có tính chất: Có một hàm số là nguyên hàm của hàm số còn lại?

A. $\sin 2x$ và $\cos^2 x$

B. $\tan x^2$ và $\frac{1}{\cos^2 x^2}$

C. e^x và e^{-x}

D. $\sin 2x$ và $\sin^2 x$

Câu 2. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ trên R là

A. $\frac{x^4}{4} + x + C$

B. $3x^2 + C$

C. $3x^2 + x + C$

D. $\frac{x^4}{4} + C$

Câu 3. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{4}{\cos^2 x}$ là:

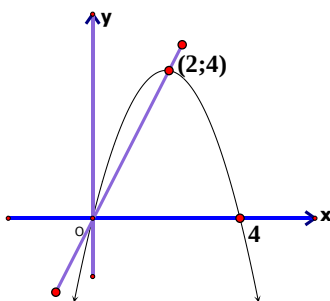
A. $\frac{4x}{\sin^2 x}$

B. $4 \tan x$

C. $4 + \tan x$

D. $4x + \frac{4}{3} \tan^3 x$

Câu 4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 4x - x^2$ và $y = 2x$ là:



A. $\int_0^4 (2x - x^2)dx$

B. $\int_0^2 (x^2 - 2x)dx$

C. $\int_0^2 (2x - x^2)dx$

D. $\int_0^4 (x^2 - 2x)dx$

Câu 5. Một nguyên hàm $F(x)$ của $f(x) = 3x^2 + 1$ thỏa $F(1) = 0$ là:



A. $x^3 - 1$

B. $x^3 + x - 2$

C. $x^3 - 4$

D. $2x^3 - 2$

Câu 6. Hàm số $f(x)$ có nguyên hàm trên K nếu

A. $f(x)$ xác định trên K

B. $f(x)$ có giá trị lớn nhất trên K

C. $f(x)$ có giá trị nhỏ nhất trên K

D. $f(x)$ liên tục trên K

Câu 7. Giá trị của tích phân $I = \int_{-2}^4 \frac{1}{2x-1} dx$ là :

A. $\frac{1}{2} \ln \frac{7}{5}$

B. $-\frac{1}{2} \ln \frac{7}{5}$

C. Không tồn tại

D. $2 \ln \frac{7}{5}$

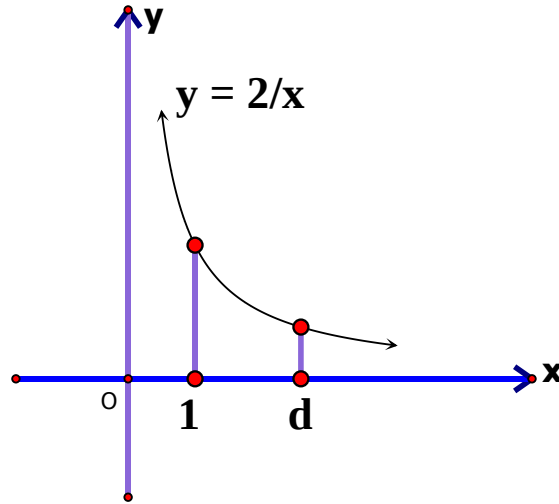
ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	D	B	C	B	D	C													



II. THÔNG HIỂU

Câu 1. Tìm d để diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = \frac{2}{x}$, Ox , $x = 1$, $x = d$ ($d > 1$) bằng 2:



- A. e^2 B. e C. $2e$ D. $e + 1$

Câu 2. Tính các hằng số A và B để hàm số $f(x) = A \sin \pi x + B$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện $f'(1) = 2$ và $\int_0^2 f(x) dx = 4$

- A. $A = -\frac{2}{\pi}$, $B = 2$ B. $A = \frac{2}{\pi}$, $B = 2$ C. $A = -2$, $B = -2$ D. $A = 2$, $B = 2$

Câu 3. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2x^2 + x^3 - 4$ thỏa mãn điều kiện $F(0) = 0$ là

- A. 4 B. $2x^3 - 4x^4$ C. $\frac{2}{3}x^3 + \frac{x^4}{4} - 4x$ D. $x^3 - x^4 + 2x$

Câu 4. Để tìm nguyên hàm của $f(x) = \sin^4 x \cos^5 x$ thì nên:

A. Dùng phương pháp đổi biến số, đặt $t = \cos x$

B. Dùng phương pháp lấy nguyên hàm từng phần, đặt $\begin{cases} u = \cos x \\ dv = \sin^4 x \cos^4 x dx \end{cases}$

C. Dùng phương pháp lấy nguyên hàm từng phần, đặt $\begin{cases} u = \sin^4 x \\ dv = \cos^5 x dx \end{cases}$

D. Dùng phương pháp đổi biến số, đặt $t = \sin x$

Câu 5. Tính $\int \frac{x^5 + 1}{x^3} dx$ ta được kết quả nào sau đây?



A. Một kết quả khác B. $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + C$ C. $\frac{\frac{x^6}{6} + x}{\frac{x^4}{4}} + C$ D. $\frac{x^3}{3} - \frac{1}{2x^2} + C$

Câu 6. Cho tích phân $I = \int_0^3 |2^x - 4| dx$, trong các kết quả sau:

(I). $I = \int_2^3 (2^x - 4) dx + \int_0^2 (2^x - 4) dx$

(II). $I = \int_2^3 (2^x - 4) dx - \int_0^2 (2^x - 4) dx$

(III). $I = 2 \int_2^3 (2^x - 4) dx$

kết quả nào đúng?

A. Chỉ II. B. Chỉ III. C. Cả I, II, III. D. Chỉ I.

Câu 7. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x + 1) \sin 2x dx$

Lời giải sau sai từ bước nào:

Bước 1: Đặt $u = 2x + 1; dv = \sin 2x dx$

Bước 2: Ta có $du = 2 dx; v = \cos 2x$

Bước 3: $I = (2x + 1) \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \cos 2x dx = (2x + 1) \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - 2 \sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$

Bước 4: Vậy $I = -\pi - 2$

A. Bước 4 B. Bước 3 C. Bước 2 D. Bước 1

Câu 8. Giả sử $\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \ln c$. Giá trị của c là

A. 9 B. 8 C. 3 D. 81

Câu 9. Giá trị của $\int_0^2 2e^{2x} dx$ là

A. $4e^4$ B. e^4 C. $e^4 - 1$ D. $3e^4 - 1$

Câu 10. Biểu thức nào sau đây bằng với $\int \sin^2 3x dx$?

A. $\frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{6} \sin 6x \right) + C$

B. $\frac{1}{2} \left(x - \frac{1}{6} \sin 6x \right) + C$

C. $\frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{3} \sin 3x \right) + C$

D. $\frac{1}{2} \left(x - \frac{1}{3} \sin 3x \right) + C$



Câu 11. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \cos 4x$, Ox , $x = 0$, $x = \frac{\pi}{8}$ quay xung quanh trục Ox .

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A. $\frac{\pi^2}{2}$ B. $\frac{\pi^2}{16}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{3}$

Câu 12. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai parabol $y = x^2 - 2x$, $y = -x^2 + 4x$ là giá trị nào sau đây ?

- A. 12 (đvdt) B. 27 (đvdt) C. 4 (đvdt) D. 9 (đvdt)

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = x^3 - x^2 + 2x - 1$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của biết rằng $F(1) = 4$ thì

- A. $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + x^2 - x + \frac{49}{12}$ B. $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + x^2 - x + 1$
C. $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + x^2 - x + 2$ D. $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + x^2 - x$

Câu 14. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$ bằng:

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. 0

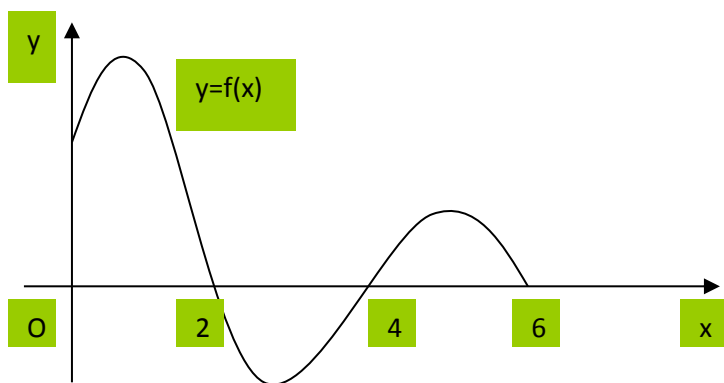
Câu 15. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^2 + 2$, $y = 3x$ là:

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{3}$

Câu 16. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 - 2x^2 + x$ và $y = 4x$.

- A. $\frac{71}{6}$ B. $\frac{2}{3}$ C. 24 D. $\frac{53}{7}$

Câu 17. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 6]$ như hình vẽ.



Biểu thức nào dưới đây có giá trị lớn nhất:

- A. $\int_0^1 f(x) dx$ B. $\int_0^2 f(x) dx$ C. $\int_0^3 f(x) dx$ D. $\int_0^6 f(x) dx$



Câu 18. Biết rằng $\int_1^3 f(x)dx = 5$; $\int_2^3 f(x)dx = 3$. Tính $\int_1^2 f(x)dx$?

- A. 2 B. -2 C. 1 D. 5

Câu 19. Biểu thức nào sau đây bằng với $\int \tan x dx$?

- A. $\ln\left(\frac{1}{\sin x} + \tan x\right) + C$ B. $-\ln(\cos x) + C$ C. $\frac{\tan^2 x}{2} + C$ D. $\frac{1}{\cos^2 x} + C$

Câu 20. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$ và $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{14}{3}$ thì

- A. $F(x) = \frac{1}{3} \sin 3x + \frac{13}{3}$ B. $F(x) = -\frac{1}{3} \sin 3x + 5$
C. $F(x) = \frac{1}{3} \sin 3x + 5$ D. $F(x) = -\frac{1}{3} \sin 3x + \frac{13}{3}$

Câu 21. Một học sinh tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+e^x}$ tuần tự như sau:

(I). Ta viết lại $I = \int_0^1 \frac{e^x dx}{e^x(1+e^x)}$

(II). Đặt $u = e^x$ thì $I = \int_1^e \frac{du}{u(1+u)} = \int_1^e \frac{du}{u} - \int_1^e \frac{du}{1+u} = (\ln|u| - \ln|1+u|) \Big|_1^e$

(III). $I = \ln e - \ln(e+1) - \ln 1 - \ln|1+1| = \ln \frac{e}{e+1}$

Lý luận trên, nếu sai thì sai từ giai đoạn nào?

- A.III B.I C.II D.Lý luận đúng.

Câu 22. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x(1-3e^{-2x})$ bằng:

- A. $F(x) = e^x - 3e^{-x} + C$ B. $F(x) = e^x - 3e^{-3x} + C$
C. $F(x) = e^x + 3e^{-2x} + C$ D. $F(x) = e^x + 3e^{-x} + C$

Câu 23. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x}$?

- A. $F(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + \frac{4}{5}x^{\frac{5}{4}} + C$ B. $F(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{2}{3}} + \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + \frac{4}{5}x^{\frac{5}{4}} + C$
C. $F(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{2}{3}} + \frac{4}{3}x^{\frac{4}{3}} + \frac{5}{4}x^{\frac{5}{4}} + C$ D. $F(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}} + \frac{4}{5}x^{\frac{5}{4}} + C$

Câu 24. Một nguyên hàm của $f(x) = \cos 3x \cos 2x$ bằng

- A. $\frac{1}{2} \sin x + \frac{1}{2} \sin 5x$ B. $\frac{1}{2} \sin x + \frac{1}{10} \sin 5x$
C. $\frac{1}{2} \cos x + \frac{1}{10} \cos 5x$ D. $\frac{1}{6} \sin 3x \sin 2x$



ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	A	C	D	D	A	C	C	C	B	B	D	A	B	C	A	B	A	B	C

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	D	A	B																



III. VẬN DỤNG THẤP

- Câu 1.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = xe^{\frac{x}{2}}$; $y = 0$; $x = 0$; $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay sinh bởi hình phẳng trên khi quay quanh trục hoành là
- A. $\pi^2(e+2)$ B. $\pi^2(e-2)$ C. $\pi(e-2)$ D. $\pi(e+2)$
- Câu 2.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $(C): y = -x^3 + 3x^2 - 2$, hai trục tọa độ và đường thẳng $x = 2$ là:
- A. $\frac{3}{2}$ (đvdt) B. $\frac{7}{2}$ (đvdt) C. 4 (đvdt) D. $\frac{5}{2}$ (đvdt)
- Câu 3.** Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$ thỏa mãn $F\left(\frac{3}{2}\right) = 0$. Khi đó $F(3)$ bằng:
- A. $2 \cdot \ln 2$ B. $\ln 2$ C. $-2 \cdot \ln 2$ D. $-\ln 2$
- Câu 4.** Tìm họ nguyên hàm $F(x) = \int x^2 e^x dx$?
- A. $F(x) = (x^2 - 2x + 2)e^x + C$ B. $F(x) = (2x^2 - x + 2)e^x + C$
C. $F(x) = (x^2 + 2x + 2)e^x + C$ D. $F(x) = (x^2 - 2x - 2)e^x + C$
- Câu 5.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 1 + \sqrt{x}$, Ox , $x = 0$, $x = 4$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:
- A. $\pi^2 \cdot \frac{28}{3}$ B. $\pi \cdot \frac{68}{3}$ C. $\pi \cdot \frac{28}{3}$ D. $\pi^2 \cdot \frac{68}{3}$
- Câu 6.** Giá trị của $\int_{-2}^2 |x^2 - 1| dx$ là
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
- Câu 7.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x \tan x$ là
- A. $-\frac{4}{3} \cos^3 x - 3 \cos x + C$ B. $\frac{1}{3} \sin^3 x + 3 \sin x + C$
C. $-\frac{4}{3} \cos^3 x + 3 \cos x + C$ D. $\frac{1}{3} \cos^3 x - 3 \cos x + C$
- Câu 8.** Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$
- A. $I = \frac{\pi}{2}$ B. $I = \frac{\pi}{2} - 1$ C. $I = \frac{\pi}{3}$ D. $I = \frac{\pi}{3} - \frac{1}{2}$
- Câu 9.** Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra bởi hình phẳng giới hạn parabol $(P): y = x^2 - 1$ và trục hoành khi quay xung quanh trục Ox bằng bao nhiêu đơn vị thể tích?
- A. $\frac{7}{2} \pi$ B. $\frac{5}{2} \pi$ C. $\frac{8}{3} \pi$ D. $\frac{16}{15} \pi$



Câu 10. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin^4(2x)$ thỏa mãn điều kiện $F(0) = \frac{3}{8}$ là:

A. $\frac{3}{8}x - \frac{1}{8}\sin 2x + \frac{1}{64}\sin 4x + \frac{3}{8}$

B. $\frac{3}{8}x - \frac{1}{8}\sin 4x + \frac{1}{64}\sin 8x$

C. $\frac{3}{8}(x+1) - \frac{1}{8}\sin 4x + \frac{1}{64}\sin 8x$

D. $x - \sin 4x + \sin 6x + \frac{3}{8}$

Câu 11. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{(2\ln x + 3)^3}{x}$ là

A. $\frac{(2\ln x + 3)^2}{2} + C$

B. $\frac{2\ln x + 3}{8} + C$

C. $\frac{(2\ln x + 3)^4}{8} + C$

D. $\frac{(2\ln x + 3)^4}{2} + C$

Câu 12. Một nguyên hàm của $f(x) = \frac{e^{3x} + 1}{e^x + 1}$ là:

A. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + e^x + x$

B. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - e^x$

C. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + e^x$

D. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - e^x + 1$

Câu 13. Tính tích phân $I = \int_0^2 |x^2 - x| dx$ ta được kết quả:

A. $\ln 2$

B. 6

C. 1

D. $\ln 8$

Câu 14. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{1+8^x}$ là

A. $F(x) = \frac{1}{\ln 12} \ln \frac{8^x}{1+8^x} + C$

B. $F(x) = \frac{1}{12} \ln \frac{8^x}{1+8^x} + C$

C. $F(x) = \frac{1}{\ln 8} \ln \frac{8^x}{1+8^x} + C$

D. $F(x) = \ln \frac{8^x}{1+8^x} + C$

Câu 15. Nếu $\int_3^4 \frac{1}{(x-1)(x-2)} dx = \ln(m)$ thì m bằng

A. 12

B. $\frac{4}{3}$

C. 1

D. $\frac{3}{4}$

Câu 16. Gọi (H) là đồ thị của hàm số $f(x) = \frac{x-1}{x}$. Diện tích giới hạn bởi (H), trục hoành và hai đường

thẳng có phương trình $x=1$, $x=2$ bằng bao nhiêu đơn vị diện tích?

A. $2\ln 2$

B. $\ln 2 - 1$

C. $1 + \ln 2$

D. $1 - \ln 2$

Câu 17. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị có phương trình $x^2 - 2x + y = 0$; $x + y = 0$ là:

A. 8

B. $\frac{11}{2}$

C. $\frac{9}{2}$

D. $\frac{7}{2}$



Câu 18. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$ và $y = \frac{1}{2}x$ là:

- A. 2 B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{16}{3}$ D. $\frac{5}{12}$

Câu 19. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai parabol $(P): y = x^2$ và $(P'): y = -x^2 + 2x$ là bao nhiêu đơn vị diện tích?

- A. 1 B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 3

Câu 20. Tích phân $\int_0^1 \frac{dx}{e^x + 1}$ bằng:

- A. $\ln \frac{e}{2e+2}$ B. $\ln \frac{2e}{e+1}$ C. $\ln \frac{e}{2(e-1)}$ D. $\ln(e+1) - \ln 2$

Câu 21. Biểu thức nào sau đây bằng với $\int x^2 \sin x dx$?

- A. $-2x \cos x - \int x^2 \cos x dx$ B. $-x^2 \cos x + \int 2x \cos x dx$
C. $-x^2 \cos x - \int 2x \cos x dx$ D. $-2x \cos x + \int x^2 \cos x dx$

Câu 22. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$ và $F(3) = 0$ thì

- A. $F(x) = \ln \left| \frac{x-1}{x-2} \right| - \ln 2$ B. $F(x) = \ln \left| \frac{x-2}{x-1} \right| - \ln 2$
C. $F(x) = \ln \left| \frac{x-2}{x-1} \right| + \ln 2$ D. $F(x) = \ln \left| \frac{x-1}{x-2} \right| + \ln 2$

Câu 23. Tính $I = \int_0^1 \frac{dx}{x^2 - x - 2}$

- A. $I = -\frac{2}{3} \ln 2$ B. $I = -3 \cdot \ln 2$ C. $I = \frac{1}{2} \ln 3$ D. $I = 2 \ln 3$

Câu 24. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x$, $y = x + \sin^2 x$ và hai đường thẳng $x = 0$, $x = \pi$ là:

- A. $S = \frac{\pi}{2}$ (đvdt) B. $S = \frac{\pi}{2} - 1$ (đvdt) C. $S = \frac{1}{2}$ (đvdt) D. $S = \pi$ (đvdt)

Câu 25. Tính $\int \cos^3 x dx$ ta được kết quả là :

- A. $\frac{\cos^4 x}{x} + C$ B. $\frac{1}{12} \sin 3x - \frac{3 \sin x}{4} + C$
C. $\frac{\cos^4 x \cdot \sin x}{4} + C$ D. $\frac{1}{4} \left(\frac{\sin 3x}{3} + 3 \sin x \right) + C$



Câu 26. Bằng cách đổi biến số $x = 2\sin t$ thì tích phân $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$ là:

A. $\int_0^1 dt$

B. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} dt$

C. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} t dt$

D. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{dt}{t}$

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	D	D	A	B	C	C	B	D	A	C	D	C	C	D	D	C	B	B	B

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	C	A	A	D	B														



IV. VẬN DỤNG CAO

- Câu 1.** Gọi $F_1(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f_1(x) = \sin^2 x$ thỏa mãn $F_1(0) = 0$ và $F_2(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f_2(x) = \cos^2 x$ thỏa mãn $F_2(0) = 0$.
Khi đó phương trình $F_1(x) = F_2(x)$ có nghiệm là:
- A. $x = k2\pi$ B. $x = k\pi$ C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ D. $x = \frac{k\pi}{2}$
- Câu 2.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y^2 - 2y + x = 0$, $x + y = 0$ là:
- A. Đáp số khác B. $\frac{11}{2}$ C. 5 D. $\frac{9}{2}$
- Câu 3.** Tính thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường cong $y = x^2$ và $y = \sqrt{x}$ quanh trục Ox .
- A. $V = \frac{3\pi}{10}$ B. $V = \frac{13\pi}{15}$ C. $V = \frac{13\pi}{5}$ D. $V = \frac{3\pi}{5}$
- Câu 4.** Tính tích phân $I = \int_{\sqrt{5}}^{2\sqrt{3}} \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + 4}}$
- A. $3\ln \frac{3}{4}$ B. $2\ln \frac{5}{3}$ C. $\frac{1}{4}\ln \frac{5}{3}$ D. $\frac{1}{2}\ln \frac{3}{5}$
- Câu 5.** Hình phẳng D giới hạn bởi $y = 2x^2$ và $y = 2x + 4$ khi quay D xung quanh trục hoành thì thể tích khối tròn xoay tạo thành là:
- A. $V = \frac{288}{5}\pi$ (đvtt) B. $V = 2 + \pi$ (đvtt) C. $V = 72\pi$ (đvtt) D. $V = \frac{4\pi}{5}$ (đvtt)
- Câu 6.** Các đường cong $y = \sin x$, $y = \cos x$ với $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ và trục Ox tạo thành một hình phẳng. Diện tích của hình phẳng là:
- A. $2 - \sqrt{2}$ B. 2 C. $2\sqrt{2}$ D. Đáp số khác.
- Câu 7.** Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{8-x^2}}$ thỏa mãn $F(2) = 0$. Khi đó phương trình $F(x) = x$ có nghiệm là:
- A. $x = 0$ B. $x = 1$ C. $x = -1$ D. $x = 1 - \sqrt{3}$
- Câu 8.** Diện tích hình phẳng nằm trong góc phần tư thứ nhất, giới hạn bởi đường thẳng $y = 4x$ và đồ thị hàm số $y = x^3$ là:
- A. 5 B. 3 C. 4 D. $\frac{7}{2}$
- Câu 9.** Tính $I = \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$



$$\text{A. } I = \frac{\pi}{4} \quad \text{B. } I = \frac{1}{2} \quad \text{C. } I = 2 \quad \text{D. } I = \frac{\pi}{3}$$

Câu 10. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = |x|$; $y = 2 - x^2$ là:

$$\text{A. } 2 \quad \text{B. } \frac{5}{3} \quad \text{C. } \frac{7}{3} \quad \text{D. } 3$$

Câu 11. Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = -x + 2$, $y = 0$ quay quanh trục Oy , có giá trị là kết quả nào sau đây ?

$$\text{A. } \frac{1}{3}\pi \text{ (đvtt)} \quad \text{B. } \frac{3}{2}\pi \text{ (đvtt)} \quad \text{C. } \frac{11}{6}\pi \text{ (đvtt)} \quad \text{D. } \frac{32}{15}\pi \text{ (đvtt)}$$

Câu 12. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 1$ và tiếp tuyến của đồ thị tại giao điểm của đồ thị và trục tung.

$$\text{A. } S = \frac{27}{4} \quad \text{B. } S = \frac{5}{3} \quad \text{C. } S = \frac{23}{4} \quad \text{D. } S = \frac{4}{7}$$

Câu 13. Tính $I = \int_{-1}^1 \frac{x^4}{2^x + 1} dx$

$$\text{A. } I = \frac{1}{5} \quad \text{B. } I = \frac{5}{7} \quad \text{C. } I = \frac{7}{5} \quad \text{D. } I = 5$$

Câu 14. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đường cong (L): $y = x\sqrt{\ln(1+x^3)}$, trục Ox và đường thẳng $x = 1$. Tính thể tích của vật thể tròn xoay tạo ra khi cho (H) quay quanh trục Ox .

$$\text{A. } V = \frac{\pi}{3}(\ln 4 - 1) \quad \text{B. } V = \frac{\pi}{3}(\ln 4 + 2) \quad \text{C. } V = \frac{\pi}{3}(\ln 3 + 2) \quad \text{D. } V = \frac{\pi}{3}\ln 3$$

Câu 15. Với giá trị nào của $m > 0$ thì diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2$ và $y = mx$ bằng $\frac{4}{3}$ đơn vị diện tích ?

$$\text{A. } m = 2 \quad \text{B. } m = 1 \quad \text{C. } m = 3 \quad \text{D. } m = 4$$

Câu 16. Tích phân $\int_0^a \sqrt{\frac{x}{a-x}} dx$ bằng

$$\text{A. } a\left(\pi + \frac{1}{2}\right) \quad \text{B. } a\left(\frac{\pi - 2}{4}\right) \quad \text{C. } a\left(\pi - \frac{1}{2}\right) \quad \text{D. } a\left(\frac{\pi + 2}{4}\right)$$

Câu 17. Với t thuộc $(-1; 1)$ ta có $\int_0^t \frac{dx}{x^2 - 1} = -\frac{1}{2}\ln 3$. Khi đó giá trị t là:

$$\text{A. } \frac{1}{3} \quad \text{B. } -\frac{1}{3} \quad \text{C. } 0 \quad \text{D. } \frac{1}{2}$$

Câu 18. Tìm a sao cho $I = \int_1^2 [a^2 + (4 - a)x + 4x^3] dx = 12$

$$\text{A. Đáp án khác} \quad \text{B. } a = -3 \quad \text{C. } a = 5 \quad \text{D. } a = 3$$



Câu 19. Cho $A = \int_0^{\ln m} \frac{e^x dx}{e^x - 2} = \ln 2$. Khi đó giá trị của m là:

- A. $m = 0; m = 4$ B. Kết quả khác C. $m = 2$ D. $m = 4$

Câu 20. Cho S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ và trục Ox . Số nguyên lớn nhất không vượt quá S là:

- A. 10 B. 7 C. 27 D. 6

Câu 21. Vận tốc của một vật chuyển động là $v(t) = 3t + 5 (m/s)$. Quãng đường vật đó đi được từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 là :

- A. 36m B. 252m C. 120m D. 156m

Câu 22. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = 4 - x^2$ và $y = 3|x|$ là:

- A. $\frac{17}{6}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{5}{2}$ D. $\frac{13}{3}$

Câu 23. Tính tích phân $I = \int_0^2 \frac{1}{x^2 - 2x + 2} dx$ ta được kết quả:

- A. $-\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{3}$

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	D	A	C	A	D	D	C	A	C	D	A	A	A	A	B	A	A	D	D

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
D	D	B																	

PHẦN 20 :

TÍCH PHÂN - ỨNG DỤNG

(PHẦN 4)

Mức độ nhận biết, thông hiểu



Câu 1. Giá trị của $\int_0^2 2e^{2x} dx$ là :

- A. e^4 B. $e^4 - 1$ C. $4e^4$ D. $3e^4 - 1$:

Câu 2. Nếu $\int_0^6 f(x)dx = 10$ và $\int_0^4 f(x)dx = 7$, thì $\int_4^6 f(x)dx$ bằng :

- A. 3 B. 17 C. 170 D. -3

Câu 3. Giả sử $\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \ln c$. Giá trị đúng của c là :

- A. 9 B. 3 C. 81 D. 8

Câu 4. Khẳng định nào sau đây đúng về kết quả $\int_0^1 \frac{x^3}{x^4+1} dx = \frac{1}{a} \ln 2$?

- A. $a = 2$ B. $a = 4$ C. $a < 4$ D. $a > 2$

Câu 5. Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{(3x-1)dx}{x^2+6x+9}$

- A. $3\ln \frac{4}{3} + \frac{5}{6}$ B. $3\ln \frac{3}{4} + \frac{5}{6}$ C. $3\ln \frac{4}{3} - \frac{5}{6}$ D. $3\ln \frac{4}{3} - \frac{7}{6}$

Câu 6. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$ là:

- A. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - \ln|x| + C$ B. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln x + C$
C. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$ D. $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + \ln x + C$

Câu 7. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Oy hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y = x^2 - 4x + 3$ và Ox bằng :

- A. $\frac{16\pi}{5}$ B. 5π C. $\frac{\pi}{5}$ D. $\frac{16\pi}{3}$

Câu 8. Cho $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$. Khi đó:

- A. $\int f(x)dx = 2\ln(1+x^2) + C$ B. $\int f(x)dx = 3\ln(1+x^2) + C$



$$C. \int f(x)dx = 4\ln(1+x^2) + C$$

$$D. \int f(x)dx = \ln(1+x^2) + C$$

Câu 9. Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ có đồ thị (C_1) và (C_2) liên tục trên $[a; b]$ thì công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C_1) , (C_2) và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ là

$$A. S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$$

$$B. S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx$$

$$C. S = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx$$

$$D. S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

Câu 10. Khẳng định nào sau đây sai về kết quả $\int_{-1}^0 \left| \frac{x+1}{x-2} \right| dx = a \ln \frac{b}{c} - 1$?

$$A. a.b = 3(c+1)$$

$$B. ac = b+3$$

$$C. a+b+2c = 10$$

$$D. ab = c+1$$

Câu 11. Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{(x+4)dx}{x^2+3x+2}$

$$A. 5\ln 2 - 3\ln 2$$

$$B. 5\ln 2 + 2\ln 3$$

$$C. 5\ln 2 - 2\ln 3$$

$$D. 2\ln 5 - 2\ln 3$$

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và chỉ triệt tiêu khi $x = c$ trên $[a; b]$. Các kết quả sau, câu nào đúng?

$$A. \int_a^b |f(x)| dx \geq \left| \int_a^b f(x) dx \right|$$

$$B. \int_a^b |f(x)| dx = \int_a^c |f(x)| dx + \int_c^b |f(x)| dx$$

$$C. \int_a^b |f(x)| dx = \left| \int_a^c |f(x)| dx \right| + \left| \int_c^b f(x) dx \right|$$

D. A, B, C đều đúng

Câu 13. Diện tích phẳng giới hạn bởi: $x = -1$; $x = 2$; $y = 0$; $y = x^2 - 2x$

$$A. \frac{4}{3}$$

$$B. 1$$

$$C. 0$$

$$D. \frac{8}{3}$$

Câu 14. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 3x - 1}{x^2 + 2x + 1}$ biết $F(1) = \frac{1}{3}$

$$A. F(x) = x^2 + x + \frac{2}{x+1} - 6$$

$$B. F(x) = x^2 + x + \frac{2}{x+1} - \frac{13}{6}$$

$$C. F(x) = \frac{x^2}{2} + x + \frac{2}{x+1} - \frac{13}{6}$$

$$D. F(x) = \frac{x^2}{2} + x + \frac{2}{x+1} - 6$$

Câu 15. Tính diện tích (S) hình phẳng được giới hạn bởi các đường: $y = x^2$; $y = \ln \frac{1}{x+1}$; $x = 1$



A. $S = -\frac{8}{3}\ln 2 + \frac{31}{18}$

B. $S = \frac{8}{3}\ln 2 - \frac{23}{18}$

C. $S = \frac{8}{3}\ln 2 - \frac{17}{18}$

D. $S = \frac{8}{3}\ln 2 + \frac{23}{18}$

Câu 16. Gọi $\int 2008^x dx = F(x) + C$, với C là hằng số. Khi đó hàm số $F(x)$ bằng

A. $2008^x \ln 2008$

B. 2008^{x+1}

C. 2008^x

D. $\frac{2008^x}{\ln 2008}$

Câu 17. Thể tích khối tròn xoay khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x \ln x, y = 0, x = e$ có giá trị bằng: $\frac{\pi}{a}(be^3 - 2)$ trong đó a, b là hai số thực nào dưới đây?

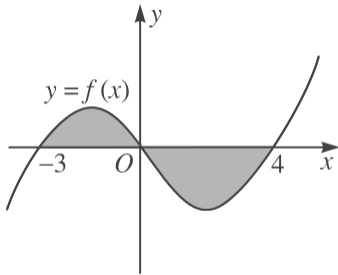
A. $a=27; b=5$

B. $a=24; b=6$

C. $a=27; b=6$

D. $a=24; b=5$

Câu 18. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng (phần tô đậm trong hình) là:



A. $\int_{-3}^4 f(x) dx$

B. $\int_{-3}^0 f(x) dx + \int_0^4 f(x) dx$

C. $\int_{-3}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx$

D. $\int_0^{-3} f(x) dx + \int_0^4 f(x) dx$

Câu 19. Tích phân $\int_0^{\pi} \cos^2 x \cdot \sin x dx$ bằng:

A. $-\frac{2}{3}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{3}{2}$

D. 0

Câu 20. Cho tích phân $\int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{1-x^2} dx$ bằng:



A. $\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$ B. $\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$ C. $\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$ D. $\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$

Câu 21. $I = \int_0^{\pi} \sqrt{1 + \cos 2x} \, dx$ bằng :

A. $\sqrt{2}$ B. 0 C. 2 D. $2\sqrt{2}$

Câu 22. Tìm họ nguyên hàm: $F(x) = \int \frac{x^3}{x^4 - 1} dx$

A. $F(x) = \ln|x^4 - 1| + C$ B. $F(x) = \frac{1}{4} \ln|x^4 - 1| + C$
C. $F(x) = \frac{1}{2} \ln|x^4 - 1| + C$ D. $F(x) = \frac{1}{3} \ln|x^4 - 1| + C$

Câu 23. Nếu $\int_0^9 f(x) dx = 37$ và $\int_0^9 g(x) dx = 16$ thì $\int_0^9 2f(x) + 3g(x) \, dx$ bằng :

A. 122 B. 74 C. 48 D. 53

Câu 24. Giá trị của tích phân $\int_0^1 x^3 \sqrt[3]{1 - x^4} \, dx$ bằng?

A. $\frac{3}{16}$ B. 2 C. $\frac{6}{13}$ D. Đáp án khác

Câu 25. Tính $\int 2^{\sqrt{x}} \frac{\ln 2}{\sqrt{x}} \, dx$, kết quả là:

A. $2 \cdot 2^{\sqrt{x}} + 1 + C$ B. $2^x + C$
C. $2 \cdot 2^{\sqrt{x}} - 1 + C$ D. $2^{\sqrt{x}+1} + C$

Câu 26. Tính $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x}}$, kết quả là :

A. $\frac{C}{\sqrt{1-x}}$ B. $-2\sqrt{1-x} + C$
C. $\frac{2}{\sqrt{1-x}} + C$ D. $C\sqrt{1-x}$



Câu 27. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = \frac{x \ln(x+2)}{\sqrt{4-x^2}}$ và trục hoành là :

A. $2 - \frac{\pi}{3} + \sqrt{3}$

B. $2 \ln 2 - 2 - \frac{\pi}{4}$

C. $\ln 2 - 2 - \frac{\pi}{3} + \sqrt{3}$

D. $2 \ln 2 - 2 - \frac{\pi}{3} + \sqrt{3}$

Câu 28. Một nguyên hàm của $f(x) = \frac{x \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})}{\sqrt{x^2 + 1}}$ là:

A. $x \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) - x + C$

B. $\ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) - x + C$

C. $x \ln \sqrt{x^2 + 1} - x + C$

D. $\sqrt{x^2 + 1} \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) - x + C$

Câu 29. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x - x^2$ và $y = 0$. Thì thể tích vật thể tròn xoay được sinh ra bởi hình phẳng đó khi nó quay quanh trục Ox có giá trị bằng ?

A. $\frac{16\pi}{15}$

B. $\frac{15\pi}{16}$

C. $\frac{5\pi}{6}$

D. $\frac{6\pi}{5}$

Câu 30. Khẳng định nào sau đây sai về kết quả $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x - 1 - \sin x) dx = \pi \left(\frac{\pi}{a} - \frac{1}{b} \right) - 1$

A. $a + 2b = 8$

B. $a + b = 5$

C. $2a - 3b = 2$

D. $a - b = 2$

Câu 31. Một nguyên hàm của hàm số $y = \sin 3x$

A. $-\frac{1}{3} \cos 3x$

B. $-3 \cos 3x$

C. $3 \cos 3x$

D. $\frac{1}{3} \cos 3x$

Câu 32. Nếu $\int_a^x \frac{f(t)}{t^2} dt + 6 = 2\sqrt{x}, x > 0$ thì hệ số a bằng

A. 9

B. 19

C. 5

D. 29

Câu 33. Biết tích phân $\int_0^1 \frac{2x+3}{2-x} dx = a \ln 2 + b$. Thì giá trị của a là:

A. 7

B. 2

C. 3

D. 1



Câu 34. Thể tích hình khối do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 4$, $y = 2x - 4$, $x = 0$, $x = 2$ quay quanh trục Ox bằng

- A. $-\frac{32\pi}{5}$ B. 6π C. -6π D. $\frac{32\pi}{5}$:

Câu 35. Nguyên hàm của hàm số $y = \frac{2x^4 + 3}{x^2}$ là:

- A. $\frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} + C$ B. $-3x^3 \frac{3}{x} + C$ C. $\frac{x^3}{3} - \frac{3}{x} + C$ D. $\frac{2x^3}{3} + \frac{3}{x} + C$

Mức độ vận dụng thấp

Câu 36. Tính $\int x.e^{x^2+1} dx$

- A. $e^{x^2+1} + C$ B. $\frac{1}{2}e^{x^2} + C$ C. $\frac{1}{2}e^{x^2+1} + C$ D. $\frac{1}{2}e^{x^2-1} + C$:

Câu 37. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x-1}$, trục hoành, $x = 2$, $x = 5$ quanh trục Ox bằng :

- A. $\int_2^5 \sqrt{x-1} dx$ B. $\pi \int_2^5 x-1 dx$ C. $\pi \int_1^2 y^2 + 1^2 dx$ D. $\int_2^5 x-1 dx$:

Câu 38. Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{6 \tan x}{\cos^2 x \sqrt{3 \tan x + 1}} dx$. Giả sử đặt $u = \sqrt{3 \tan x + 1}$ thì ta được:

- A. $I = \frac{4}{3} \int_1^2 (2u^2 + 1) du$ B. $I = \frac{4}{3} \int_1^2 (u^2 + 1) du$
C. $I = \frac{4}{3} \int_1^2 (u^2 - 1) du$ D. $I = \frac{4}{3} \int_1^2 (2u^2 - 1) du$

Câu 39. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}}$ là:

- A. $\frac{1}{3}(x^2 + 2)\sqrt{1-x^2} + C$ B. $-\frac{1}{3}(x^2 + 1)\sqrt{1-x^2} + C$
C. $\frac{1}{3}(x^2 + 1)\sqrt{1-x^2} + C$ D. $-\frac{1}{3}(x^2 + 2)\sqrt{1-x^2} + C$



Câu 40. Nếu $f(1)=12$, $f'(x)$ liên tục và $\int_1^4 f'(x)dx = 17$, giá trị của $f(4)$ bằng

- A. 29 B. 5 C. 19 D. 9

Câu 41. Nếu $f(x)$ liên tục và $\int_0^4 f(x)dx = 10$, thì $\int_0^2 f(2x)dx$ bằng :

- A. 5 B. 29 C. 19 D. 9

Câu 42. Biết $\int_0^b (2x-4)dx = 0$, khi đó b nhận giá trị bằng:

- A. $b=1$ hoặc $b=4$ B. $b=0$ hoặc $b=2$
C. $b=1$ hoặc $b=2$ D. $b=0$ hoặc $b=4$

Câu 43. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$ và đường thẳng $y = 2x$ bằng:

- A. $\frac{23}{15}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{5}{3}$

Câu 44. Thể tích của khối tròn xoay tạo lên bởi lên hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = -x^2 + 2$; $y = 1$ và trục Ox khi quay xung quanh Ox là;

- A. $\pi \int_{-1}^1 (-x^2 + 1)^2 dx + \pi \int_{-1}^1 dx$ B. $\pi \int_{-1}^1 (-x^2 + 2)^2 dx + \pi \int_{-1}^1 dx$
C. $\pi \int_{-1}^1 (-x^2 + 2)^2 dx - \pi \int_{-1}^1 dx$ D. $\pi \int_{-1}^1 (-x^2 + 2)^2 dx$

Câu 45. Cho $f(x) = \frac{4m}{\pi} + \sin^2 x$. Tìm m để nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 1$ và $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{8}$

- A. $m = -\frac{4}{3}$ B. $m = \frac{3}{4}$ C. $m = -\frac{3}{4}$ D. $m = \frac{4}{3}$;

Câu 46. Một nguyên hàm $\int (x-2)\sin 3x dx = -\frac{(x-a)\cos 3x}{b} + \frac{1}{c}\sin 3x + 2017$ thì tổng $S = a.b + c$ bằng

- A. $S = 14$ B. $S = 15$ C. $S = 3$ D. $S = 10$

Câu 47. Tìm họ nguyên hàm: $F(x) = \int \frac{dx}{x\sqrt{2\ln x + 1}}$

- A. $F(x) = 2\sqrt{2\ln x + 1} + C$ B. $F(x) = \sqrt{2\ln x + 1} + C$



$$C. F(x) = \frac{1}{4}\sqrt{2\ln x + 1} + C$$

$$D. F(x) = \frac{1}{2}\sqrt{2\ln x + 1} + C$$

Câu 48. Cho hàm $f(x) = \sin^4 2x$. Khi đó:

$$A. \int f(x) dx = \frac{1}{8} \left(3x + \sin 4x + \frac{1}{8} \sin 8x \right) + C \quad B. \int f(x) dx = \frac{1}{8} \left(3x - \cos 4x + \frac{1}{8} \sin 8x \right) + C$$

$$C. \int f(x) dx = \frac{1}{8} \left(3x + \cos 4x + \frac{1}{8} \sin 8x \right) + C \quad D. \int f(x) dx = \frac{1}{8} \left(3x - \sin 4x + \frac{1}{8} \sin 8x \right) + C$$

Câu 49. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong $y = (1 + e^x)x$ và $y = (e + 1)x$ là?

$$A. \frac{e}{2} - 1$$

$$B. \frac{e}{2} - 2$$

$$C. \frac{e}{2} + 2$$

$$D. \frac{e}{2} + 1$$

Câu 50. Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cdot e^{\sin x} dx$: một học sinh giải như sau:

$$\text{Bước 1: Đặt } t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx. \text{ Đổi cận: } \begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1 \end{cases} \Rightarrow I = 2 \int_0^1 t \cdot e^t dt.$$

$$\text{Bước 2: chọn } \begin{cases} u = t \\ dv = e^t dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dt \\ v = e^t \end{cases}$$

$$\Rightarrow \int_0^1 t \cdot e^t dt = t \cdot e^t \Big|_0^1 - \int_0^1 e^t dt = e - e^t \Big|_0^1 = 1$$

$$\text{Bước 3: } I = 2 \int_0^1 t \cdot e^t dt = 2.$$

Hỏi bài giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở đâu?

A. Bài giải trên sai từ bước 1.

B. Bài giải trên sai từ bước 2.

C. Bài giải trên hoàn toàn đúng.

D. Bài giải trên sai ở bước 3.

Câu 51. Tính diện tích hình phẳng tạo bởi các đường: Parabol $(P): y = x^2 - 4x + 5$ và 2 tiếp tuyến tại các điểm $A(1; 2), B(4; 5)$ nằm trên (P)

$$A. S = \frac{7}{2}$$

$$B. S = \frac{11}{6}$$

$$C. S = \frac{9}{4}$$

$$D. S = \frac{13}{8}$$



Câu 52. Tìm hàm số $F(x)$ biết rằng $F'(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2$ và $F(-1) = 3$

A. $F(x) = x^4 - x^3 - 2x - 3$

B. $F(x) = x^4 - x^3 - 2x + 3$

C. $F(x) = x^4 - x^3 + 2x + 3$

D. $F(x) = x^4 + x^3 + 2x + 3$

Câu 53. Biết rằng $\forall x \in \left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{3}\right]$ thì $\frac{\sqrt{3}}{\pi} \leq \frac{\cot x}{x} \leq \frac{4}{\pi}$. Gọi $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cot x}{x} dx$. Kết luận nào sau đây là đúng

A. $\frac{\sqrt{3}}{12} \leq I \leq \frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{4} \leq I \leq \frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{5} \leq I \leq \frac{1}{4}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{12} \leq I \leq \frac{1}{3}$

Câu 54. Tính $\int \ln x$

A. $-x \ln x - x + C$

B. $\ln x - x + C$

C. $x \ln x - x + C$

D. $x \ln x + x + C$

?

Câu 55. Thể tích của vật thể tròn xoay tạo bởi khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$ quanh trục hoành Ox có giá trị bằng?

A. $\frac{8\pi}{15}$

B. $\frac{8\pi}{7}$

C. $\frac{15\pi}{8}$

D. $\frac{7\pi}{8}$

Câu 56. Tìm nguyên hàm của: $F(x) = \int \frac{dx}{x^3 + x^5}$

A. $F(x) = \frac{1}{2x^2} - \ln x - \frac{1}{2} \ln(1 + x^2) + C$

B. $F(x) = -\frac{1}{2x^2} - \ln x + \frac{1}{2} \ln(1 + x^2) + C$

C. $F(x) = -\frac{1}{2x^2} + \ln x - \frac{1}{2} \ln(1 + x^2) + C$

D. $F(x) = -\frac{1}{25x^2} + \ln x + \frac{1}{6} \ln(1 + x^2) + C$

Câu 57. Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi các đường: $y = x \ln x$, $y = 0$, $x = e$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi hình (H) quay quanh trục Ox .

A. $V_{Ox} = \frac{\pi(5e^3 - 2)}{25}$

B. $V_{Ox} = \frac{\pi(5e^3 + 2)}{27}$

C. $V_{Ox} = \frac{\pi(5e^3 - 2)}{27}$

D. $V_{Ox} = \frac{\pi(5e^3 + 2)}{25}$

Mức độ vận dụng cao.



Câu 58. Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi các đường: $y = x \ln x, y = 0, x = e$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi hình (H) quay quanh trục Ox .

A. $V_{Ox} = \frac{\pi(5e^3 - 2)}{25}$

B. $V_{Ox} = \frac{\pi(5e^3 + 2)}{27}$

C. $V_{Ox} = \frac{\pi(5e^3 - 2)}{27}$

D. $V_{Ox} = \frac{\pi(5e^3 + 2)}{25}$

Câu 59. Tính diện tích (S) hình phẳng được giới hạn bởi các đường: $y = \sqrt{4 - \frac{x^2}{4}}; y = \frac{x^2}{4\sqrt{2}}$

A. $S = 2\pi + \frac{2}{3}$

B. $S = 2\pi + \frac{5}{3}$

C. $S = 2\pi + \frac{4}{3}$

D. $S = 2\pi + \frac{1}{3}$

Câu 60. Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^n x \cos x dx = \frac{1}{64}$. Khi đó n bằng:

A. 5

B. 3

C. 4

D. 6

Câu 61. Khẳng định nào sau đây đúng về kết quả $\int_1^e x^3 \ln x dx = \frac{3e^a + 1}{b}$?

A. $a.b = 64$

B. $a.b = 46$

C. $a - b = 12$

D. $a - b = 4$

Câu 62. Cho các hàm số: $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x - 3}}; F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x - 3}$ với $x > \frac{3}{2}$. Để hàm số $F(x)$

là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì giá trị của a, b, c là

A. $a = 4; b = 2; c = 1$

B. $a = 4; b = -2; c = -1$

C. $a = 4; b = -2; c = 1$

D. $a = 4; b = 2; c = -1$

Câu 63. Cho hình phẳng giới hạn bởi: $D = \left\{ y = \tan x; x = 0; x = \frac{\pi}{3}; y = 0 \right\}$ Thể tích vật tròn xoay khi D quay quanh Ox :

A. $\pi \left(\sqrt{3} + \frac{\pi}{3} \right)$

B. $\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$

C. $\sqrt{3} + \frac{\pi}{3}$

D. $\pi \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$

Câu 64. Nguyên hàm của hàm số $y = \sqrt{3x - 1}$ trên $\left(\frac{1}{3}; +\infty \right)$ là:



A. $\sqrt{\frac{3}{2}x^2 - x} + C$

B. $\frac{2}{9}\sqrt{3x-1}^3 + C$

C. $\frac{2}{9}\sqrt{3x-1}^3 + C$

D. $\sqrt{\frac{3}{2}x^2 - x} + C$

Câu 65. Cho hàm $f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$. Khi đó

A. $\int f(x)dx = \ln \left| \frac{x+1}{x+2} \right| + C$

B. $\int f(x)dx = \ln \left| \frac{x-1}{x-2} \right| + C$

C. $\int f(x)dx = \ln \left| \frac{x+2}{x+1} \right| + C$

D. $\int f(x)dx = \ln \left| \frac{x-2}{x-1} \right| + C$

Câu 66. Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi các đường: $y = x \ln x, y = 0, x = e$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi hình (H) quay quanh trục Ox .

A. $\int f(x)dx = \ln \left| \frac{x+1}{x+2} \right| + C$

B. $\int f(x)dx = \ln \left| \frac{x-1}{x-2} \right| + C$

C. $\int f(x)dx = \ln \left| \frac{x+1}{x+2} \right| + C$

D. $\int f(x)dx = \ln \left| \frac{x+2}{x+1} \right| + C$

Câu 67. Trong các khẳng định sau khẳng định đúng?

A. Nếu $w'(t)$ là tốc độ tăng trưởng cân nặng/năm của một đứa trẻ, thì $\int_5^{10} w'(t)dt$ là sự cân nặng của đứa trẻ giữa 5 và 10 tuổi

B. Nếu dầu rò rỉ từ 1 cái thùng với tốc độ $r(t)$ tính bằng galông/phút tại thời gian t , thì $\int_0^{120} r(t)dt$ biểu thị lượng galông dầu rò rỉ trong 2 giờ đầu tiên

C. Nếu $r(t)$ là tốc độ tiêu thụ dầu của thế giới, trong đó t được bằng năm, bắt đầu tại $t=0$ vào ngày 1 tháng 1 năm 2000 và $r(t)$ được tính bằng thùng/năm, $\int_0^{17} r(t)dt$ biểu thị số lượng thùng dầu tiêu thụ từ ngày 1 tháng 1 năm 2000 đến ngày 1 tháng 1 năm 2017.

D. Cả A, B, C đều đúng



Câu 68. Biết : $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos^4 x} dx = \frac{a}{3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. a là một số chẵn

B. a là số lớn hơn 5

C. a là số nhỏ hơn 3

D. a là một số lẻ

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	A	B	B	C	C	D	D	D	D	C	D	D	C	B	D	A	B	B	D

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
D	B	A	A	B	B	D	D	A	B	B	A	A	D	A	C	B	C	D	A

41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	50
A	D	B	C	C	B	B	D	A	C	C	C	D	C	A	B	C	B	C	B

61	62	63	64	65	66	67	68
A	C	D	B	D	C	D	A

PHẦN 21 :

TÍCH PHÂN VÀ ỨNG DỤNG

(PHẦN 3)

NHẬN BIẾT

Câu 18. Họ nguyên hàm của $\tan x$ là:



- A. $\ln|\cos x| + C$ **B. $-\ln|\cos x| + C$** C. $\frac{\tan^2 x}{2} + C$ D. $\ln(\cos x) + C$

Câu 2. Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ là hàm số liên tục, có $F(x), G(x)$ lần lượt là nguyên hàm của $f(x), g(x)$. Xét các mệnh đề sau :

(I): $F(x) + G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) + g(x)$

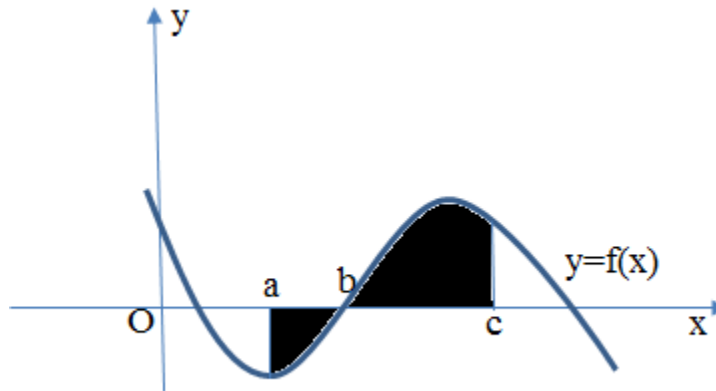
(II): $k.F(x)$ là một nguyên hàm của $kf(x)$, ($k \in \mathbb{R}$)

(III): $F(x).G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x).g(x)$

Mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

- A. I **B. I và II** C. I, II, III D. II

Câu 3. Diện tích hình phẳng phần bôi đen trong hình sau được tính theo công thức:



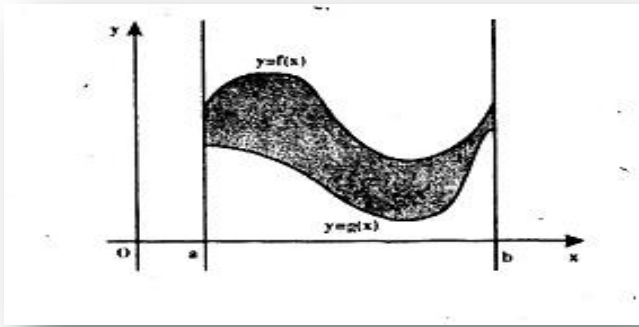
A. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right| + \left| \int_b^c f(x) dx \right|$

B. $S = \left| \int_b^c f(x) dx \right| - \left| \int_a^b f(x) dx \right|$

C. $S = \int_a^c f(x) dx$

D. $S = \left| \int_a^c f(x) dx \right|$





Câu 4.

Cho hình phẳng trong hình (phần tô đậm) quay quanh trục hoành. Thể tích khối tròn xoay tạo thành được tính theo công thức nào?

A. $V = \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx$

B. $V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx$

C. $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx$

D. $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$

Câu 5. Tìm công thức sai:

A. $\int e^x dx = e^x + C$

B. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (0 < a \neq 1)$

C. $\int \cos x dx = \sin x + C$

D. $\int \sin x dx = \cos x + C$

Câu 6. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $y = x \cdot \cos x$ mà $F(0) = 1$. Phát biểu nào sau đây là đúng:

A. $F(x)$ là hàm chẵn

B. $F(x)$ là hàm lẻ

C. $F(x)$ là hàm tuần hoàn chu kỳ 2π

D. $F(x)$ không là hàm chẵn cũng không là hàm lẻ

Câu 7. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $(a; b)$ và C là hằng số thì $\int f(x) dx = F(x) + C$.



B. Mọi hàm số liên tục trên $[a; b]$ đều có nguyên hàm trên $[a; b]$.

C. $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $[a; b] \Leftrightarrow F'(x) = f(x), \forall x \in [a; b]$.

D. $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x)$

THÔNG HIỂU

Câu 8. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = e^x(1 - e^{-x})$ và $F(0) = 3$ thì $F(x)$ là ?

A. $e^x - x$

B. $e^x - x + 2$

C. $e^x - x + C$

D. $e^x - x + 1$

Câu 9. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = x^2 - 3x + 2$ và trục Ox là:

A. $\frac{1}{6}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{729\pi}{35}$

D. $\frac{27}{4}$

Câu 10. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$ và đường thẳng $y = -x + 2$ là

A. $\frac{13}{2}$ (đvdt)

B. 11 (đvdt)

C. 7 (đvdt)

D. Một kết quả khác

Câu 11. Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đường cong $(C): f(x) = \frac{-3x-1}{x-1}$ và hai trục tọa độ.

A. $-1 + 4\ln \frac{4}{3}$

B. $-1 + \ln 7$

C. $-1 + 2\ln 2$

D. $-1 + \ln \frac{5}{3}$

Câu 12. Tính $\int_{-1}^0 \frac{2x-1}{1-x} dx$ bằng:

A. $-\ln 2 - 2$

B. $\ln 2 + 2$

C. $-\ln 2 + 2$

D. $\ln 2 - 2$

Câu 13. Nếu $\int f(x)dx = e^x + \sin^2 x + C$ thì $f(x)$ là hàm nào ?

A. $e^x + \cos^2 x$

B. $e^x + \sin 2x$

C. $e^x + \cos 2x$

D. $e^x + 2\sin x$

Câu 14. Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi $y = -x^2 + 2x$ và trục Ox quanh trục Ox là:



A. $\frac{16}{15}$

B. $\frac{4}{3}$

C. $\frac{16\pi^3}{15}$

D. $\frac{72\pi}{5}$

Câu 15. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x$ và trục hoành bằng:

A. 4

B. 0

C. 2

D. 8

Câu 16. Hàm nào **không** phải nguyên hàm của hàm số $y = \frac{2}{(x+1)^2}$:

A. $\frac{-x+1}{x+1}$

B. $\frac{2x}{x+1}$

C. $\frac{-2}{x+1}$

D. $\frac{x-1}{x+1}$

Câu 17. $\int \cos x \cdot \sin^3 x dx$ bằng

A. $\frac{\cos^4 x}{4} + C$

B. $\frac{\sin^4 x}{4} + C$

C. $\sin^4 x + C$

D. $\cos^4 x + C$

Câu 18. Tính tích phân sau $I = \int_0^2 |x-1| dx$

A. 1

B. 11

C. 6

D. 3

Câu 19. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 5$. Khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2 \sin x] dx$ bằng:

A. $5 + \pi$

B. $5 + \frac{\pi}{2}$

C. 7

D. 3

Câu 20. Họ nguyên hàm của $\frac{1}{\sin x}$ là:

A. $\ln \left| \cot \frac{x}{2} \right| + C$

B. $\ln \left| \tan \frac{x}{2} \right| + C$

C. $-\ln \left| \tan \frac{x}{2} \right| + C$

D. $\ln |\sin x| + C$

Câu 21. Tìm diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$ và $y = x + 2$

A. 9

B. $\frac{9}{8}$

C. $\frac{9}{2}$

D. $\frac{9}{4}$

Câu 22. Hàm số $F(x) = e^x + \tan x + C$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nào

A. $f(x) = e^x - \frac{1}{\sin^2 x}$

B. Đáp án khác



C. $f(x) = e^x + \frac{1}{\sin^2 x}$

D. $f(x) = e^x \left(1 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right)$

Câu 23. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2\sin x + \cos x$ là:

A. $2\cos x - \sin x + C$

B. $2\cos x + \sin x + C$

C. $-2\cos x - \sin x + C$

D. $-2\cos x + \sin x + C$

Câu 24. Họ nguyên hàm của $\sin^2 x$ là:

A. $\frac{1}{2}(x + 2\cos 2x) + C$

B. $\frac{1}{2}\left(x - \frac{\sin 2x}{2}\right)$

C. $\frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + C$

D. $\frac{1}{2}(x - 2\cos 2x) + C$

Câu 25. Họ nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x(x+1)}$ là:

A. $F(x) = \ln \left| \frac{x+1}{x} \right| + C$

B. $F(x) = \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + C$

C. $F(x) = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + C$

D. $F(x) = \ln |x(x+1)| + C$

Câu 26. $\int 2^{x+1} dx$ bằng

A. $\frac{2^{x+1}}{\ln 2}$

B. $2^{x+1} + C$

C. $\frac{2^{x+1}}{\ln 2} + C$

D. $2^{x+1} \cdot \ln 2 + C$

Câu 27. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = x^2$ và $y = 2x + 3$ là

A. $\frac{512\pi}{15}$

B. $\frac{88}{3}$

C. $-\frac{32}{3}$

D. $\frac{32}{3}$

Câu 28. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P): $y^2 = 4x$ và d: $y = 2x - 4$ (VAN DUNG)

A. 9

B. 3

C. 7

D. 5

Câu 29. Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi $y = x^2$ và $y = x + 2$ quanh trục Ox là:

A. $\frac{72}{5}$

B. $\frac{138\pi}{5}$

C. $\frac{9\pi}{2}$

D. $\frac{72\pi}{5}$



Câu 30. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục hoành hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{x^3}{3}$ và $y = x^2$ là

- A. $\frac{436\pi}{35}$ (đvtt) B. $\frac{9\pi}{2}$ (đvtt) C. $\frac{468\pi}{35}$ (đvtt) **D. $\frac{486\pi}{35}$ (đvtt)**

Câu 31. Một nguyên hàm của $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ là:

- A. $\frac{1}{2}\ln(x+1)$ B. $2\ln(x^2 + 1)$ **C. $\frac{1}{2}\ln(x^2 + 1)$** D. $\ln(x^2 + 1)$

Câu 32. Họ nguyên hàm của hàm số $y = (2x+1)^5$ là:

- A. $\frac{1}{12}(2x+1)^6 + C$** B. $\frac{1}{6}(2x+1)^6 + C$
C. $\frac{1}{2}(2x+1)^6 + C$ D. $10(2x+1)^4 + C$

Câu 33. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, trục hoành và các đường thẳng $x = -1, x = 3$ là

- A. $\frac{45}{2}$ (đvdt) B. $\frac{27}{2}$ (đvdt) C. $\frac{17}{3}$ (đvdt) **D. $\frac{41}{2}$ (đvdt)**

Câu 34. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1 + \cos x} =$

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ **C. 1** D. 2

Câu 35. Tính tích phân sau: $I = \int_1^2 \frac{2x^2 + 2}{x} dx$ (SAI)

- A. $I = 3 + 2\ln 2$** B. $I = 3 - 2\ln 2$ C. $I = 2 + 2\ln 3$ D. Đáp án khác

Câu 36. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2 - x^2$ biết $F(2) = \frac{7}{3}$

- A. $F(x) = 2x - \frac{x^3}{3} + \frac{1}{3}$ B. $F(x) = 2x - x^3 + \frac{19}{3}$



C. $F(x) = 2x - \frac{x^3}{3} + 1$

D. $F(x) = 2x - \frac{x^3}{3} + 3$

VẬN DỤNG

Câu 37. Tìm diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{x^2 + 4x + 4}{x + 3}$; $y = x + 1$; $x = -2$; $x = 0$;

$y = x + 2$ (**SAI**)

A. $\ln \frac{3}{2}$

B. $\frac{1}{2} \ln 3$

C. 1

D. $\frac{1}{4} \ln 3$.

Câu 38. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = x^2 - 4x + 5$ và hai tiếp tuyến tại $A(1; 2)$ và $B(4; 5)$

A. $\frac{9}{4}$

B. $\frac{7}{4}$

C. $\frac{3}{4}$

D. $\frac{5}{4}$

Câu 39. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $y = \sqrt{\ln^2 x + 1} \cdot \frac{\ln x}{x}$ mà $F(1) = \frac{1}{3}$. Giá trị $F^2(e)$ bằng:

A. $\frac{8}{9}$

B. $\frac{1}{9}$.

C. $\frac{8}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Câu 40. Họ nguyên hàm của $f(x) = x \cdot \cos x^2$ là:

A. $\cos x^2 + C$

B. $\sin x^2 + C$

C. $\frac{1}{2} \sin x^2 + C$

D. $2 \sin x^2 + C$

Câu 41. Một nguyên hàm của $f(x) = xe^{-x^2}$ là:

A. e^{-x^2}

B. $-\frac{1}{2} e^{-x^2}$

C. $-e^{-x^2}$

D. $\frac{1}{2} e^{-x^2}$

Câu 42. Tính tích phân sau $I = \int_{-\frac{\pi}{12}}^{\frac{\pi}{12}} \left| \tan x \cdot \tan\left(\frac{\pi}{3} - x\right) \cdot \tan\left(\frac{\pi}{3} + x\right) \right| dx$

A. $\frac{1}{3} \ln 2$

B. $\frac{2}{3} \ln \sqrt{2}$

C. $\frac{2}{3} \ln \sqrt{3}$

D. $\frac{1}{3} \ln 3$

Câu 43. Cho hàm số $f(x) = 2 \sin^2 \frac{x}{2}$ Khi đó $\int f(x) dx$ bằng



A. $x + \sin x + C$

B. $x - \sin x + C$

C. $x + \cos x + C$

D. $x - \cos x + C$

Câu 44. Họ nguyên hàm của $f(x) = \sin^3 x$

A. $\cos x - \frac{\cos^3 x}{3} + C$

B. $-\cos x + \frac{\cos^3 x}{3} + C$

C. $-\cos x + \frac{1}{\cos x} + C$

D. $\frac{\sin^4 x}{4} + C$

Câu 45. $I = \int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$ bằng (SAI)

A. π

B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{2}$

D. $\frac{\pi}{6}$

Câu 46. $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ bằng:

A. $\frac{\pi}{6}$

B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{4}$

D. $\frac{\pi}{2}$

Câu 47. Biết rằng tích phân $\int_0^1 (2x+1)e^x dx = a + b.e$, tích ab bằng:

A. 1

B. -1

C. -15

D. 5

Câu 48. Tính tích phân sau: $I = \int_0^2 x|a-x|dx$

A. Cả 3 đáp án trên

B. $2x - \frac{8}{3}$

C. $\frac{1}{3}a^3 + \frac{8}{3} - 2a$

D. $\frac{8}{3} - 2a$

Câu 49. Cho $f(x) = \int_0^x \left(4\sin^4 t - \frac{3}{2}\right) dt$. Giải phương trình $f(x) = 0$

A. $k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

B. $\frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

C. $k\pi, k \in \mathbb{Z}$

D. $\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 50. Tính tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x dx$



A. $\frac{1}{4}$

B. 1

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{1}{2}$

Câu 51. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong (C): $y = |x^2 - 4x + 3|$ và $d: y = x + 3$

A. $\frac{109}{6}$

B. $\frac{105}{6}$

C. $\frac{107}{6}$

D. $\frac{103}{6}$

Câu 52. Diện tích giới hạn bởi đồ thị hàm $y = x^3 - 3x^2 + 4$ và đường thẳng $x - y + 1 = 0$

A. 10

B. 8

C. 6

D. 4

Câu 53. Cho $M = \int_1^2 \frac{x^2 + 2}{2x^2} dx$. Giá trị của M là:

A. 2

B. $\frac{5}{2}$

C. 1

D. $\frac{11}{2}$

Câu 54. Thể tích khối tròn xoay trong không gian Oxyz giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0; x = \pi$ và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng vuông góc với Ox tại điểm $(x; 0; 0)$ bất kỳ là đường tròn bán kính $\sqrt{\sin x}$ là

A. 2π .

B. π .

C. 2

D. 4π .

Câu 55. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho đường $x^2 + (y - 1)^2 = 1$ quay quanh trục hoành là

A. $6\pi^2$ (đvtt)

B. $8\pi^2$ (đvtt)

C. $4\pi^2$ (đvtt)

D. $2\pi^2$ (đvtt)

Câu 56. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = -x^2 + 2$ và đường thẳng $y = x$ bằng:

A. $\frac{9}{2}$

B. $\frac{10}{3}$

C. $\frac{11}{2}$

D. $\frac{17}{3}$

Câu 57. Tính tích phân $\int_0^1 \frac{x}{(1+x^2)^3} dx$

A. $\frac{5}{16}$

B. $\frac{3}{8}$

C. $\frac{3}{16}$

D. $\frac{5}{8}$

Câu 58. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $(C_1): f(x) = (e+1)x$ và $(C_2): g(x) = (e^x + 1)x$



A. $\frac{e}{2} - 1$

B. $e^2 - 2$

C. $e^3 - 3$

D. $\frac{e^2}{2} - 2$

Câu 59. Tính tích phân sau $I = \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{3\pi}{8}} |\cot x - \tan x| dx$

A. $\ln 2$

B. $\ln 3$

C. $\ln \sqrt{2}$

D. $\ln \sqrt{3}$

Câu 60. $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos^3 x dx$ bằng:

A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

C. $\frac{3\sqrt{3}}{8}$

D. $3\sqrt{3}$

Câu 61. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = xe^x$ là:

A. $xe^x + e^x + C$

B. $e^x + C$

C. $\frac{x^2}{2} e^x + C$

D. $xe^x - e^x + C$

Câu 62. Để $\int_1^k (k - 4x) dx + 3k + 1 = 0$ thì giá trị của k là bao nhiêu ?

A. 1

B. 3

C. 2

D. 4

Câu 63. Cho $I = \int_1^e \ln \frac{k}{x} dx$. Xác định k để $I < e - 2$

A. $k < e + 2$

B. $k < e$

C. $k > e + 1$

D. $k < e - 1$

Câu 64. Tích phân $\int_1^3 \frac{2x-1}{x+1} dx = a + b \ln 2$. Tổng của $a + b$ bằng:

A. 1.

B. 7

C. -3

D. 2

Câu 65. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)$ biết $f(x) = \frac{2x+3}{x^2+4x+3}$

A. $-\frac{x^2+3x}{(x^2+4x+3)^2} + C$

B. $(2x+3) \ln |x^2+4x+3| + C$

C. $\frac{x^2+3x}{x^2+4x+3} + C$

D. $\frac{1}{2} (\ln |x+1| + 3 \ln |x+3|) + C$



Câu 66. $\int \frac{dx}{(1+x^2)x}$ bằng

A. $\ln \frac{x}{1+x^2} + C$

B. $\ln \frac{|x|}{1+x^2} + C$

C. $\ln|x|\sqrt{1+x^2} + C$

D. $\ln|x|(1+x^2) + C$

Câu 67. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)$ biết $f(x) = \frac{1+\ln\sqrt{x}}{x}$

A. Đáp án khác

B. $x + \ln x + C$

C. $\ln x + \frac{1}{2} \ln^2 x + C$

D. $\ln x + \frac{1}{4} \ln^2 x + C$

Câu 68. Đặt $f(m) = \int_0^m \cos x \cdot dx$. Nghiệm của phương trình $f(m) = 0$ là

A. $m = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

B. $m = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. $m = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

D. $m = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 69. Một nguyên hàm của $f(x) = (2x-1)e^{\frac{1}{x}}$ là:

A. $F(x) = x \cdot e^{\frac{1}{x}}$

B. $F(x) = e^{\frac{1}{x}}$

C. $F(x) = x^2 \cdot e^{\frac{1}{x}}$

D. $F(x) = (x^2 - 1) \cdot e^{\frac{1}{x}}$

Câu 70. Hàm số nào là nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{1+\sin x}$

A. $F(x) = 1 + \cot\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$

B. $F(x) = -\frac{2}{1 + \tan \frac{x}{2}}$

C. $F(x) = \ln(1 + \sin x)$

D. $F(x) = 2 \tan \frac{x}{2}$

Câu 71. Xét các mệnh đề



$$(I) \int_3^1 \sqrt{x^4+1} dx = \int_1^3 \sqrt{x^4+1} dx$$

$$(II) \int_0^3 \sqrt{x^4+1} dx = \int_0^1 \sqrt{x^4+1} dx - \int_3^1 \sqrt{x^4+1} dx$$

A.(I) đúng, (II) sai

B.(I) sai, (II) đúng

C.Cả (I) và (II) đều đúng

D.Cả (I) và (II) đều sai

Câu 72. Hàm số nào là nguyên hàm của $f(x) = x \cdot \sqrt{x^2+5}$:

A. $F(x) = (x^2+5)^{\frac{3}{2}}$

B. $F(x) = \frac{1}{3}(x^2+5)^{\frac{3}{2}}$

C. $F(x) = \frac{1}{2}(x^2+5)^{\frac{3}{2}}$

D. $F(x) = 3(x^2+5)^{\frac{3}{2}}$

Câu 73. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)$ biết $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+9}-\sqrt{x}}$

A. $\frac{2}{27} \left(\sqrt{(x+9)^3} - \sqrt{x^3} \right) + C$

B.Đáp án khác

C. $\frac{2}{3(\sqrt{(x+9)^3} - \sqrt{x^3})} + C$

D. $\frac{2}{27} \left(\sqrt{(x+9)^3} + \sqrt{x^3} \right) + C$

Câu 74. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)$ biết $f(x) = \tan^2 x$

A. $\frac{\tan^3 x}{3} + C$

B. Đáp án khác

C. $\tan x - 1 + C$

D. $\frac{\sin x - x \cos x}{\cos x} + C$

Câu 75. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2\ln x + x}{x}, x > 0$ là:

A. $\frac{\ln^2 x}{x} + C$

B. $2\ln x + 1 + C$

C. $\ln^2 x + x + C$

D. $\frac{\ln^2 x}{x} + x + C$



Câu 76. Họ nguyên hàm của $\frac{e^x}{e^{2x}-1}$ là:

A. $\ln|e^{2x}-1|+C$

B. $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{e^x+1}{e^x-1}\right|+C$

C. $\ln\left|\frac{e^x-1}{e^x+1}\right|+C$

D. $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{e^x-1}{e^x+1}\right|+C$

Câu 77. Tìm m biết $\int_0^m (2x+5).dx = 6$

A. $m = -1, m = 6$

B. $m = -1, m = -6$

C. $m = 1, m = -6$

D. $m = 1, m = 6$

VẬN DỤNG CAO

Câu 78. Gọi S là diện tích giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2+5x+3}{x+2}$, tiệm cận xiên của đồ thị và các đường thẳng $x = -1, x = m (m > -1)$. Tìm giá trị m để $S = 6$

A. $e^6 - 4$

B. $e^6 - 2$

C. $e^6 - 1$

D. $e^6 - 3$

Câu 79. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^4 + 2mx^2 + m^2, x = 0, x = 1$. Tìm m để diện tích hình phẳng đó bằng $\frac{1}{5}$

A. $m = 1, m = 2$

B. $m = 0; m = 2/3$

C. $m = 2/3, m = 1$

D. $m = 0, m = -2/3$

Câu 80. Cho hàm số $h(x) = \frac{\sin 2x}{(2+\sin x)^2}$. Tìm a, b để $h(x) = \frac{a \cos x}{(2+\sin x)^2} + \frac{b \cos x}{2+\sin x}$ và tính

$$I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 h(x) dx$$

A. $a = -4$ và $b = 2; I = 2 \ln 2 - 2$

B. $a = 4$ và $b = -2; I = 2 - \ln 2 - 2$

C. $a = 2$ và $b = 4; I = 2 \ln 2 - 2$

D. $a = -2$ và $b = 4; I = \ln 2 - 2$



ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	B	A	B	D	D	B	B	A	D	A	D	B	C	D	A	B	A	D	C

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
C	D	D	C	B	A	D	A	D	D	C	A	D	C	A	C	C	A	A	C

41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
B	A	B	B	A	C	A	B	B	C	A	B	C	B	D	A	A	A	A	C

61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
D	B	B	A	D	B	D	C	C	B	C	B	B	D	C	D	C	B	D	A

PHẦN 22 :

NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN

THÔNG HIỂU

Câu 1. Với $f(x)$, $g(x)$ là 2 hàm số liên tục trên K và $k \neq 0$ thì mệnh đề nào sau đây là sai

A. $\int f'(x)dx = f(x) + C.$

B. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx.$

C. $\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx.$

D. $\int [f(x).g(x)]dx = \int f(x)dx. \int g(x)dx.$

Câu 2. Chọn phát biểu sai trong số các phát biểu sau

A. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K . Hàm số $F(x)$ được gọi là **nguyên hàm** của hàm số $f(x)$ trên K nếu:
 $F'(x) = f(x), \forall x \in K.$



B. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K thì **họ nguyên hàm** của hàm số $f(x)$ trên K là:
 $\int f(x)dx = F(x) + C, \text{ const} = C \in K.$

C. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K thì **họ nguyên hàm** của hàm số $f(x)$ trên K là:
 $\int f(x)dx = F(x) + C, \text{ const} = C \in \mathbb{R}.$

D. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ Hàm số $F(x)$ được gọi là **nguyên hàm** của hàm số $f(x)$ trên K nếu:
 $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}.$

Câu 3. Tìm nguyên hàm của các hàm số $f(x) = x^3 - 4x + 5$ thỏa mãn điều kiện $F(1) = 3$.

A. $F(x) = \frac{x^4}{4} - x^2 + 5x - 3.$

B. $F(x) = 4x^4 - x^2 + \frac{1}{5}x - \frac{5}{4}.$

C. $F(x) = \frac{x^4}{4} - x^2 + 5x - \frac{5}{4}.$

D. $F(x) = 4x^4 - x^2 + \frac{1}{5}x + 3.$

Câu 4. Tìm điều kiện của tham số m để $F(x) = mx^3 + (3m+2)x^2 - 4x + 3, F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 10x - 4$

A. $m = 1$

B. $m = -1$

C. $m = 3$

D. $m = 2$

Câu 5. Tính nguyên hàm sau: $I = \int \frac{dx}{x(x+1)}.$

A. $I = \ln \left| \frac{1}{x(x+1)} \right| + C.$

B. $I = \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + C.$

C. $I = \ln \left| \frac{x+1}{x} \right| + C$

D. $I = \ln \frac{x}{x+1} + C.$

Câu 6. Cho $I = \int \frac{1}{x} dx$ nguyên hàm là.

A. $\ln x + C$

B. $\frac{-1}{x^2} + C$

C. $\ln x$

D. $\ln |x| + C$

Câu 7. Nguyên hàm của $I = \int \cos x \cdot \sin x \cdot dx$ là.

A. $-\cos 2x + C$

B. $\frac{-1}{4} \cos 2x + C$

C. $\frac{-1}{2} \cos 2x + C$

D. $\frac{1}{4} \cos 2x + C$



Câu 8. Giá trị của $I = 2 \int_0^2 e^{2x} dx = ?$

A. $I = 4e^4$

B. $I = 4e^4 - 4$

C. $I = e^4$

D. $I = e^4 - 1$

Câu 9. Tính: $I = \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 4x + 3}$

A. $I = \ln \frac{3}{2}$

B. $I = \frac{1}{3} \ln \frac{3}{2}$

C. $I = -\frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$

D. $I = \frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$

Câu 10. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi $y = \ln x, y = 0, x = e$ là

A. e

B. 3

C. 2

D. 1

VẬN DỤNG

Câu 11. Trong số các mệnh đề sau, có bao nhiêu mệnh đề đúng

1. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên K và $a, b \in K$. Hàm số $F(x)$ được gọi là nguyên hàm của $f(x)$ trên K thì $F(b) - F(a)$ được gọi là tích phân của $f(x)$ từ a đến b

2. Tích phân của $f(x)$ từ a đến b và được kí hiệu là $\int_a^b f(x) dx$. Khi đó: $I = \int_a^b f(x) \cdot dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$,

với $a \leq b$

3. Đối với biến số lấy tích phân, ta có thể chọn bất kì một chữ khác nhau thay cho x , nghĩa là:

$$I = \int_a^b f(x) \cdot dx = \int_a^b f(t) \cdot dt = \int_a^b f(u) \cdot du = \dots = F(b) - F(a).$$

4. Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$ thì diện tích S của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị của $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ là: $S = \int_a^b f(x) \cdot dx$.

5. Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$ thì diện tích S của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị của $y = f(x)$, trục Oy và hai đường thẳng $x = a, x = b$ là: $S = \int_a^b f(x) \cdot dx$.

A.1

B.2

C.3

D.4

Câu 12. Tìm nguyên hàm sau $I = \int \frac{4x-1}{\sqrt{2x+1}+2} dx$.



A. $I = 2x + 1 + 5\ln|\sqrt{2x+1} + 2| + C.$

B. $I = 2x + 1 - 4\sqrt{2x+1} + 5\ln|\sqrt{2x+1} + 2| + C.$

C. $I = 2x + 1 + 4\sqrt{2x+1} - 5\ln|\sqrt{2x+1} + 2| + C.$

D. $I = -2x - 1 + 4\sqrt{2x+1} - 5\ln|\sqrt{2x+1} + 2| + C.$

Câu 13. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = 2 - x$, $y = x^2$ và trục hoành trong miền $x \geq 0$.

A. $\frac{5}{6}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{6}$

Câu 14. Dòng điện xoay chiều hình sin chạy qua một đoạn mạch LC có biểu thức có biểu thức cường độ là $i = I_0 \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})A$. Biết $i = q'$ với q là điện tích tức thời ở tụ điện. Tính từ lúc $t = 0$, điện lượng chuyển qua tiết diện thẳng của dây dẫn của đoạn mạch đó trong thời gian bằng $\frac{\pi}{\omega}$ là

A. $\frac{\pi\sqrt{2}I_0}{\omega}$

B. 0

C. $\frac{\pi I_0}{\omega\sqrt{2}}$

D. $\frac{2I_0}{\omega}$

Câu 15. Trong kinh tế học, thặng dư tiêu dùng của hàng hóa được tính bằng công thức $I = \int_0^a [p(x) - P] \cdot dx$. Với $p(x)$ là hàm biểu thị biểu thị giá mà một công ty đưa ra để bán được x đơn vị hàng hóa, a là số lượng sản phẩm đã bán ra, $P = p(a)$ là mức giá bán ra ứng với số lượng sản phẩm là a .

Cho $p = 1200 - 0,2x - 0,0001x^2$, (đơn vị tính là USD). Tìm thặng dư tiêu dùng khi số lượng sản phẩm bán là 500

A. 33333,3 USD

B. 1108333,3 USD

C. 570833,3 USD

D. Đáp án khác

Câu 16. Cho: $L = \int_0^{\pi} x \sin x dx = k\pi$. Giá trị của k là:

A. 2

B. 1

C. 0

D. -1

Câu 17. Tính thể tích sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và Parabol (C): $y = ax - x^2$ ($a > 0$)

A. $\frac{\pi a^5}{10}$

B. $\frac{\pi a^5}{20}$

C. $\frac{\pi a^4}{5}$

D. $\frac{\pi a^5}{30}$



Câu 18. Tìm a, b, c để $F(x) = (ax^2 + bx + c).e^{-x}$ là một nguyên hàm của $f(x) = (-2x^2 + 7x - 4).e^{-x}$

A. $a = 2, b = -3, c = -1$

B. $a = -2, b = 3, c = 1$

C. $a = 2, b = -3, c = 1$

D. $a = 2, b = 3, c = -1$

Câu 19. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục tung và 2 đồ thị $y = 2^x, y = 3 - x$ là.

A. $S = \frac{5}{2} - 1/\ln 2$

B. $S = \frac{5}{2} + \ln 2$

C. $S = 5 - \ln 2$

D. $S = \frac{5}{2} - \ln 2$

Câu 20. Tích phân $\int_{-a}^a f(x)dx = 0$ thì ta có :

A. $f(x)$ là hàm số chẵn trên $[-a; a]$

B. $f(x)$ không liên tục trên đoạn $[-a; a]$

C. $f(x)$ là hàm số lẻ trên $[-a; a]$

D. Các đáp án đều sai

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	B	C	A	B	D	B	D	D	D	B	B	A	D	A	B	D	A	A	C



